Anfangsgründe der Mathematik.

Zum Gebrauch auf Schulen und Universitäten herausgegeben

von

Georg Gottlieb Schmidt,

Professor der Mathematik zu Gießen.

Zweyten Theils zweyte Abtheilung.

Hydraulik und Maschinenlehre.

Mit sechs Kupfertafeln.

Frankfurt am Main,

bey Varrentrapp und Wenner.

1799.

Inhalt

der zweyten Abtheilung der angewandten Mathematik

V. Abschnitt.

Die Hydraulik.

Inhalt.

VI. Abschnitt.

Die Maschinenlehre.

Mühlwerke.

Hydraulische Maschinen.

V. Abschnitt.

Die Hydraulik.

Von der Bewegung flüssiger Massen im Allgemeinen.

1) Anmerkung. Die flüssigen Körper unterscheiden sich von den festen, wie wir bereits aus der Hydrostatik wissen, insbesondere dadurch, daß ein Druck auf irgend einen Theil der flüssigen Masse, wenn dieser Theil dem Druck nicht unmittelbar folgen kann, sich nicht blos nach der Richtung der drückenden Kraft, sondern nach allen Richtungen gleich stark fortpflanzt.

Aus diesem Satze haben wir die Gesetze des Gleichgewichts flüssiger Körper hergeleitet, und man hat auch die Gesetze der Bewegung derselben daraus zu erklären versucht. Indessen ist leicht zu ermessen, daß die Theorie der Bewegung flüssiger Körper eben wegen der wechselseitigen Einwirkung aller Theilchen in einander ungleich verwickelter ausfallen müsse als die Mechanik fester Körper. Hierzu kommt noch, daß man bey den theoretisch hydraulischen Untersuchungen vollkommen flüssige Körper voraussetzt, deren Theilchen gar keinen Zusammenhang äussern, es aber in der Natur keine vollkommen flüssige Körper giebt. Daher ist man genöthiget, die aus der Theorie gezogenen Folgen mit der Erfahrung zu vergleichen, und sie nach dieser zu verbessern.

Alles dieses wird mich hinlänglich rechtfertigen, wenn ich mich hier nur in so weit auf theoretische Untersuchungen einlasse, als ich dieselbe auf ganz unbestrittene Sätze zurückführen zu können glaube, hingegen

alle verwickeltern Theorien, worin oft bis auf die Stunde die größten Hydrauliker sehr entgegengesetzter Meynung sind, ganz bey Seite setze, und mich dafür blos an Erfahrungen halte. Ueberhaupt soll ja dieser Vortrag nur dazu dienen, Anfängern die ersten Gründe einer Wissenschaft zu lehren, deren ausgebreitetes Studium die fähigsten Köpfe zeitlebens beschäftigen kann.

2) A Fig. 1. sey ein Wasserkörper von willkührlicher, z. B. prismatischer, Gestalt (Wasser wird hier, wie in der Hydrostatik, als allgemeine Benennung einer jeden bloß flüssigen Masse gebraucht), in den anfänglich gar keine Kraft wirke und der folglich ruhe. Wenn nun plötzlich alle Theile des Körpers A zugleich durch eine Kraft nach parallelen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit, wie durch einen Stoß, getrieben werden, so wird sich der ganze Körper, ohne seine Gestalt zu ändern, nach der Richtung des Stoßes fortbewegen; und es ist ganz einerley, ob man sich den bewegten Körper als eine zusammenhängende Masse, oder bloß als eine Menge parallel mit gleicher Geschwindigkeit sich neben einander fortbewegender Theilchen denken will.

Da die Schwere vermöge der Erfahrung eine in alle Theilchen der Körper parallel mit gleicher Stärke wirkende Kraft ist, so folgt, daß der ruhende Wasserkörper A, wenn die Schwere plötzlich in ihm zu wirken anfieng, eben so als wenn er fest wäre, ohne seine Gestalt zu ändern, nach den Gesetzen frey fallender Körper lothrecht herabsinken würde.

3) abcd Fig. 2. sey ein Gefäß von prismatischer oder jeder andern beliebigen Gestalt, das ich mir voll Wasser gefüllt, und an einem Faden aufgehängt denke, welcher das Gewicht des Wassers A, nebst dem Gewicht des Gefäßes trage. Es ist alles in Ruhe; der Faden werde plötzlich durchschnitten, und das Gefäß falle vermöge der Wirkung der Schwere mit dem Wasser lothrecht herab. Ich behaupte, daß hier alles eben so wie (§. 2.) erfolgt, wo das Wasser ohne Gefäß herab-

fallend gedacht wurde. Das Gefäß dienet nur, so lange das Wasser ruhig bleibt, dem von der aufgehobenen Wirkung der Schwere des Wassers herrührenden Druck zu widerstehen. Sobald das Wasser mit dem Gefäß durch die Wirkung der Schwere frey herabfällt, höret aller Druck des Wassers unter sich und gegen das Gefäß auf, oder, man kann sich das Gefäß hinweg denken, und das Wasser wird eben so, ohne seine Gestalt zu ändern, herabfallen.

4) Anmerkung. Wem die Behauptung, daß das mit dem Gefäß frey herabfallende Wasser weder auf den Boden noch die Wände des Gefäßes drucke, nicht einleuchten sollte, der kann sich den Satz auch folgendermaßen versinnlichen.

Es ist bereits in der Statik und Mechanik fester Körper erinnert worden, daß man sich die Kraft der Schwere als die Wirkung von Stößen denken könne, welche in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen die physischen Elemente der Körper mit gleichen Geschwindigkeiten nach lothrechten Richtungen zu beschleunigen suchen, und wenn kein Hinderniß da ist, wirklich beschleunigen. Man denke sich einen auf der Hand ruhenden schweren, festen Körper, die Hand wird das Gewicht des Körpers leiden, weil sie in jedem Zeitelement die Stöße der Schwere aufheben muß. Nun sinke die Hand mit dem Körper in lothrechter Richtung herab, jedoch nur halb so geschwind als der Körper vermöge der Wirkung der Schwere in jeder gegebenen Zeit frey herabfallen würde, so wird die Hand noch Druck leiden, und die Größe dieses Drucks läßt sich für jede während der Bewegung verflossene Zeit folgendermaßen bestimmen. Man bezeichne die in den ersten vier Zeitelementen durch den freyen Fall der Schwere erlangten Geschwindigkeiten durch die Zahlen 1 2 3 4 so bezeichnen die Zahlen $\frac{1}{2}$ 1 $1\frac{1}{2}$ 2 die zu denselben Zeitelementen gehörigen Geschwindigkeiten der sinkenden Hand. Ruht der feste Körper auf der Hand, so leidet die Hand in jedem Zeitelemente den Stoß 1, und hiervon rühret das Gewicht des Körpers her, welches, da man die Masse des Körpers unveränderlich annimmt, auch = 1 gesetzt werden kann. Sinkt die Hand mit dem Körper, so leidet sie im ersten

Zeitelement, indem sie die Hälfte von der Wirkung der Schwere des sinkenden Körpers zernichtet, einen Druck $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Im zweyten Zeitelement ist die Geschwindigkeit des sinkenden Körpers $= \frac{1}{2} + 1$, die Geschwindigkeit der Hand $= 1$, folglich beyder Unterschied oder die Größe des Stoßes $= 1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$, wie in dem ersten Zeitelement. Eben so findet man die Größe des Stoßes für das dritte Zeitelement $= 1 + 1 - 1\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, für das vierte Zeitelement $= 1 + 1\frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{2}$ und s. w. bis ins Unendliche. Hieraus erhellet, daß die Größe des Drucks des sinkenden Körpers gegen die Hand auch nach unzählig vielen Zeitelementen, d. i. nach jeder bestimmten endlichen Zeit unveränderlich bleibt, und sich zur Größe des Drucks des Körpers gegen die ruhende Hand $= \frac{1}{2} : 1$ verhält.

Eben so läßt sich erweisen, daß die Hand, wenn sie mit drey Viertheil der Beschleunigung der Schwere in jedem Augenblick sinkt, von dem auf ihr liegenden schweren Körper nur mit dem vierten Theil seines Gewichtes gedruckt werde. Weicht die Hand mit der vollen Beschleunigung der Schwere aus, so folgt ihr der Körper zwar und scheint während dem Sinken auf der Hand zu ruhen, er druckt aber die Hand gar nicht. Eben diese Schlüsse lasse sich auf das in dem Gefäß a b c d Fig. 2. enthaltne schwere Wasser anwenden. Der Boden des Gefäßes vertritt hier die Stelle der Hand, und wenn derselbe vermöge seiner Schwere eben so schnell, als das über ihm stehende Wasser herabfällt, so leidet er keinen Druck von dem Wasser, und eben daher leiden auch die Seitenwände des Gefäßes keinen Druck, weil der Seitendruck der Flüssigkeiten blos von dem nach allen Richtungen fortgepflanzten lothrechten Druck entsteht, folglich aufhöret, sobald dieser wegfällt.

Die folgende Erfahrung dienet, diesen Satz zu bestätigen. Man bringe in dem mit Wasser gefüllten Gefäß an einer untern Stelle der lothrechten Seitenwand eine kleine Oeffnung an, so wird das Wasser, so lange das Gefäß ruhig hängt, vermöge des Seitendrucks auf die Oeffnung mit einer gewissen Geschwindigkeit, die gleich näher bestimmt werden soll, hervorspringen. Durchschneidet man den Faden, woran das Gefäß hängt, so höret der hervorspringende Wasserstrahl plötzlich auf, indem das Gefäß zu fallen beginnt.

5) Es habe das voll Wasser gefüllte prismatische Gefäß abcd Fig. 2. einen beweglichen Boden bc, eine äußere gegen den Boden senkrecht in die Höhe gerichtete Kraft halte das in dem Gefäß enthaltene Wasser in Ruhe, in diesem Zustand wird der Boden in jedem Augenblick von dem Gewicht des in dem Gefäß enthaltenen Wassers gedruckt, und jede mit dem Boden parallele wagrechte Wasserschicht ef leidet einen ihrer Tiefe fd unter dem Wasserspiegel proportionalen Druck. Es werde die gegen den Boden aufwärts gerichtete Kraft plötzlich zernichtet oder der Boden werde plötzlich hinweggezogen, so werden alle Wasserschichten mit gleicher Geschwindigkeit vermöge der Beschleunigung der Schwere herabsinken, oder die ganze Wassermasse wird als ein einziger schwerer Körper herabfallen. Denn es erfolgt hier alles offenbar, eben so wie in dem (3. §.), wo das Gefäß mit samt dem Wasser herabfallend gedacht wurde.

Man darf sich nicht einbilden, daß die unmittelbar an bc gränzende Wasserschicht ihre Bewegung mit einer größern Geschwindigkeit als die an ad gränzende anfange, weil sie vor weggezogenem Boden bc einen stärkern Druck als ad litt. Denn der Druck der Wasserschichten auf einander, welcher sich von ad bis bc summiret, existiret nur so lange, als die Wasserschichten ihre ihnen durch die Schwere mitgetheilte Beschleunigung verlieren.

In dem Augenblick (welcher hier als ein untheilbares Zeitelement gedacht wird), wo der Boden wegkommt, erhalten zwar alle Wasserschichten von ad bis bc gleich große Stöße der Schwere, diese Stöße können sich aber nicht, als Druck fortgepflanzt, bis bc summiren, weil jede Wasserschicht, vermöge des erhaltenen Stoßes, mit gleicher Geschwindigkeit sinkt, und also alle zusammen als ein einziger Körper, vermöge der Beschleunigung der Schwere, herabfallen.

Von dem Ausfluß des Wassers aus stets voll erhaltenen Gefäßen durch kleine im Boden oder zur Seite angebrachte Oeffnungen.

6) Anmerkung. abcd Fig. 3. sey ein prismatisches oder cylindrisches Gefäß, in dessen wagrechten Boden sich eine kleine Oeffnung ef befinde, die man nach Willkühr verschließen kann. Man fülle das Gefäß bis ab voll Wasser, und nachdem alles zur Ruhe gekommen ist, öffne man ef und lasse das Wasser durch das kleine Loch im Boden abfließen, so wird man dabey folgende Erscheinungen bemerken:

a) Das Wasser springt bey Oeffnung des Loches augenblicklich mit einer gewissen Geschwindigkeit hervor, die desto größer ist, je höher der Wasserspiegel ab über der Oeffnung sich befindet.

b) Bringt man zerstoßenes Siegellack, Feilspähne oder dergleichen Körper unter die Wassermasse, so sieht man an der Richtung dieser Körper, daß die Wassertheilchen, zwar anfangs in lothrechter Richtung herabsinken, aber, je näher sie gegen die Oeffnung kommen, sich desto mehr von allen Seiten nach derselben hinlenken.

c) Der Wasserspiegel ab sinkt immer langsamer herunter, je näher er zur Oeffnung kommt, dabey behält er stets seine horizontale Lage bis er etwa um den Durchmesser der Oeffnung vom Baden entfernt ist. Alsdann bildet sich lothrecht über der Oeffnung eine Delle in dem Wasserspiegel, welche immer größer wird, und sich endlich in einen Trichter verwandelt, wodurch der Ausfluß des Wassers beträchtlich vermindert und unregelmäßig wird.

d) Was die Figur des herausschießenden Wasserstrahles betrifft, so nimmt derselbe, wenn er aus einer Oeffnung in einer dünnen Platte kommt, nicht den ganzen Queerschnitt der Oeffnung ein, sondern sein Durchmesser zieht sich zusammen, und ist bey gh in einer Entfernung von der Oeffnung, welche ihren Halbmesser wenig übertrifft, am kleinsten. Nach Bossuts Erfahrungen ist das Verhältniß von gh : ef = 1 : 1,5 im Mittel genommen.

e) Setzt man in die Oeffnung eine kurze cylindrische Röhre, deren Länge sich zum Durchmesser wie 1½

bis 2 : 1 verhält, so zieht sich der Wasserstrahl nicht zusammen, sondern fließet aus der vollen Oeffnung, und die Röhre giebt bey übrigens gleichen Umständen in derselben Zeit mehr Wasser, als die gleiche Oeffnung in der dünnen Platte.

Ich lasse die drey zuletzt erwähnten Erscheinungen jetzt noch ausser Acht, und suche unter der Voraussetzung, daß der Wasserspiegel des auslaufenden Gefäßes durch einen Zufluß beständig in einerley Höhe erhalten werde, die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser zur Oeffnung im Boden herausfließt.

7) abcd Fig. 4. sey ein stets voll erhaltenes prismatisches Gefäß, in dessen wagrechten Boden dc sich die kleine Oeffnung ef befinde, man sucht die Geschwindigkeit des zu ef herausfahrenden Wasserstrahles.

Während einer kleinen Zeit, z. B. eine Secunde, sey durch die Oeffnung ef das Wasserprisma ehgf gegangen, und der Wasserspiegel ab sey nach $\alpha\beta$ gesunken, vorausgesetzt, daß kein Zufluß den Abgang ersetzt habe. Die Tiefe $a\alpha$ verhält sich zu eh umgekehret wie $ef^2 : ab^2$. Es sey z. B. $ef = \frac{1}{100}\,ab$, so ist $a\alpha = \frac{1}{10000}\,eh$. Hieraus erhellet, daß, wenn der Durchmesser der Oeffnung gegen die Weite des Gefäßes sehr klein (unendlich klein) ist, die Bewegung des Wasserspiegels, folglich die Bewegung aller mit ihm parallelen Wasserschichten des Gefäßes verschwindend werde, oder daß man das ganze in dem Gefäß abcd enthaltene Wasser als ruhend betrachten könne. Unter dieser Voraussetzung leidet der Boden des Gefäßes, folglich auch die Oeffnung ef, einen Druck, welcher der unveränderlichen Wasserhöhe bc entspricht.

Es trette in dem ersten Augenblick der Bewegung (den ich mir als ein Zeitelement denke), das Wasserpartikelchen efki vermöge der Wirkung der Schwere in die Oeffnung, so erleidet dasselbe einen Druck = ef . bc, und wird vermittelst dieses Drucks hinabgetrieben, ihm folgt im zweyten Zeitelement ein anderes

Partikelchen, das eben den Druck und eben die Beschleunigung erhält, so geht es fort, bis nach einer unbestimmten Menge von Zeitelementen, das ist, nach einer bestimmten, jedoch sehr kleinen Zeit t die Wassermasse efgh durch die Oeffnung getrieben worden ist, man sucht die Geschwindigkeit des Wasserstrahles in hg, die ich = c nenne. Es erhellet, daß man annehmen kann, während der kleinen Zeit t sey das zuerst durch die Oeffnung gegangene Wasserpartikelchen durch die unveränderliche Kraft F = ef . bc gleichförmig beschleunigt worden, und es kommt nun darauf an, das Verhältniß der Kraft F zur Schwere zu finden, um die während der Zeit t bewirkte Geschwindigkeit zu schätzen. Es verhalten sich aber zwey unveränderliche Kräfte gegen einander, wie die Pressungen, die sie veranlassen, wenn ihre Beschleunigungen aufgehoben werden. Nun ist die von der Schwere herrührende Pressung der Wassermasse efgh ihrem Gewicht = ef . fg proportional, die Pressung der Kraft F = ef . bc, folglich verhält verhält sich F zur Schwere wie ef . bc : ef . fg = bc : fg. Die Schwere würde in der Zeit t die Geschwindigkeit = 2gt erzeugt haben, wenn g die Fallhöhe in 1 Secunde bedeutet, folglich ist die von der Kraft F in der Zeit t herrührende Geschwindigkeit =

$2gt \cdot \frac{bc}{fg} = c$. Mit dieser Geschwindigkeit würde nach den Gesetzen der gleichförmig beschleunigten Bewegung der Weg = 2fg in der Zeit t beschrieben werden, das ist, $ct = 2 \cdot fg$ oder $t = \frac{2 \cdot fg}{c}$.

Schreibt man diesen Werth von t in den Ausdruck für c, so erhält man $c = 2g \cdot \frac{2fg}{c} \cdot \frac{bc}{fg}$

oder $c^2 = 4g \cdot bc$

und $c = 2\sqrt{g \cdot bc}$, das ist, c ist die Geschwindigkeit,

welche ein frey von der Höhe bc herabfallender Körper erlangen würde. (Mechan. fester Körper (16.)

Diesen Satz drückt man kurz so aus: Das Wasser springt zur Oeffnung ef mit der zur Höhe des Drucks gleichen Fallhöhe gehörigen Geschwindigkeit heraus.

8) Da alle Schlüsse des vorhergehenden Paragraphs eben so auf den durch eine sehr kleine Oeffnung der Seitenwand ce Fig. 5. springenden Wasserstrahl angewendet werden können, indem die Oeffnung ce denselben Druck leidet, als wenn sie sich in dem wagrechten Boden dc befände: so folgt, daß die Geschwindigkeit cf des seitwärts herausfahrenden Wasserstrahles der Fallhöhe bc zugehöre. Bringt man in g eine Oeffnung = ce an, so verhält sich die Geschwindigkeit $gf : gh = \sqrt{bc} : \sqrt{bg}$. Es sey $bg = \frac{1}{4}\, be$, so ist $gh = \frac{1}{2}\, cf$. Da sich nun die in gleichen Zeiten erfolgenden Ausflußmengen bey gleichen Oeffnungen wie die Geschwindigkeiten verhalten, so wird aus ec in derselben Zeit noch einmal so viel Wasser als aus der Oeffnung g fließen. Allgemein, es verhalten sich die aus gleichen Oeffnungen in gleichen Zeiten fließenden Wassermengen wie die Quadratwurzeln aus den zu den Oeffnungen gehörigen Wasserhöhen. Dieß dienet dazu, den (7) bewiesenen Lehrsatz durch Erfahrungen zu prüfen. Es ist zu bemerken, daß ein aus einer lothrechten Oeffnung hervorströhmender Wasserstrahl, wegen der vereinigten W rkung der durch den Druck im Gefäß mitgetheilten Geschwindigkeit und des freyen Falles nach lothrechter Richtung eine Parabel ci beschreibt, welche aus der gegebenen Geschwindigkeit ef, und der bekannten Beschleunigung der Schwere fi nach den in der Mechanik unter dem Abschnitt von der Wurfbewegung vorgetragenen Gründen construiret werden kann.

Geht die sehr kleine Oeffnung eines beständig voll erhaltenen Gefäßes nach oben wie Fig. 6., so gelten auch

hier noch alle §. 7. angewendeten Schlüsse, das ist, der Wasserstrahl springt mit einer zur Fallhöhe bc gehörigen Geschwindigkeit in die Höhe, und würde also, wenn keine andere Hindernisse ihm entgegen wirkten, eine Höhe ef = cb erreichen.

9) Anmerkung. Der (7) angeführte Beweis gründete sich auf die Voraussetzung, daß die Oeffnung gegen die Weite des Gefäßes unendlich klein sey, weil nur alsdann das Wasser im Gefäß als völlig ruhig angesehen werden kann. Man könnte also zweifeln, ob die Behauptung des Satzes noch wahr sey, wenn die Größe der Oeffnung zwar klein ist, aber doch nicht als verschwindend gegen die Weite des Gefäßes angesehen werden kann. Dieses zu erläutern, diene die folgende Betrachtung. Es betrage die Weite der Oeffnung Fig. 4. $\frac{1}{10}$ von der Weite des Gefäßes, so ist die Geschwindigkeit des Wassers in den Queerschnitten des Gefäßes = $\frac{1}{10}$ der Geschwindigkeit des durch die Oeffnung gehenden Wassers. Folglich in dem ersten Zeitelement, wo die Geschwindigkeit in der Oeffnung der von der Schwere herrührenden Beschleunigung gleich ist, ist die Geschwindigkeit in dem Gefäß $\frac{1}{10}$ von der Beschleunigung der Schwere, folglich wird nach (Anmerk. 4.) von dem gesammten durch die Schwere im ruhenden Wasser auf dc bewirkten Druck $\frac{1}{10}$ verlohren gehen. Nennt man also die gegen die Oeffnung ef wirkende beschleunigende Kraft = f, die (§. 7.) bey ruhendem Wasser des Gefäßes entstehende = F, so hat man f = $\frac{9}{10}$ F, folglich auch die durch f in der kleinen Zeit t bewirkte Geschwindigkeit = c^1 = $\frac{9}{10}$ c. Nun ist zu bedenken, daß die Kraft F (§. 7.) während der Zeit t, die Geschwindigkeit c in dem Wasser erzeugte, das zu Anfang der Zeit t als völlig ruhend betrachtet wurde, hier aber wirkt die Kraft f nicht auf ein ruhendes, sondern auf ein mit einer gewissen Geschwindigkeit in die Oeffnung trettendes Wasser, und eben daher ist f kleiner als F. Die bereits in dem Gefäß erlangte Geschwindigkeit des Wassers wird aber durch die Beschleunigung in der Oeffnung nicht aufgehoben, sondern sie muß vielmehr zu dieser gesetzt werden, um die gesammte Geschwindigkeit des durch die Oeffnung strömenden Wassers zu erhalten. Nun wird das in dem Gefäß sinkende Wasser in unserm

Beyspiel durch $\frac{1}{10}$ der Schwerkraft beschleunigt und muß folglich, wenn es von der ganzen Höhe des Gefäßes herabgesunken ist, mit einer Geschwindigkeit $= \frac{1}{10}$ c an die Oeffnung tretten und die gesammte Geschwindigkeit des durch die Oeffnung schießenden Strahles wird alsdann $= c^1 + \frac{1}{10} c = (\frac{9}{10} + \frac{1}{10}) c = c$, eben so groß als die Geschwindigkeit für die unendlich kleine Oeffnung. Der Unterschied ist hier nur der, daß bey der unendlich kleinen Oeffnung die größte Geschwindigkeit fast augenblicklich erzeugt wird, hier aber erst nach Verlauf von einiger Zeit. Wird die Oeffnung dem Boden gleich, so fällt die Kraft f ganz weg, und c^1 wird $= 0$, dagegen wird aber das Wasser in dem Gefäß durch die ganze Wirkung der Schwere wie ein frey fallender Körper beschleunigt. (§. 5.)

10) In der lothrechten Seitenwand b c Fig. 7. eines stets voll erhaltenen Gefäßes befinde sich eine kleine, jedoch nicht als verschwindend anzusehende Oeffnung c d, mon sucht die zum ausströhmenden Wasser gehörige Geschwindigkeit.

Hätten alle Stellen der Oeffnung d, e, c, gleiche Tiefe unter dem Wasserspiegel, wie wenn sich die Oeffnung in dem wagrechten Boden des Gefäßes befände, so würde vermöge des vorhergehenden Paragraphs die Geschwindigkeit die zur Fallhöhe b c gehörige seyn. Hier ist zu bedenken, daß die zu den verschiedenen Stellen d, e, c der Oeffnung hervorströhmenden Wasserstrahlen nicht gleiche Geschwindigkeiten haben, sondern daß der Strahl c die zur Fallhöhe b c, der Strahl d, die zur Fallhöhe b d gehörige Geschwindigkeit hat.

Wenn man daher nach der mittlern Geschwindigkeit der Oeffnung fragt, so heißt dieß diejenige Geschwindigkeit angeben, vermöge welcher zur Oeffnung c d, wenn sie eine wagrechte Lage hätte, eben so viel Wasser ausfließen würde, als aus der lothrechten Oeffnung in gleicher Zeit mit ungleichen Geschwindigkeiten ausfließet. Wenn man sich die Oeffnung in unzählig viele Elemente d, e, c u. s. w. getheilet vorstellet, so verhalten sich die

Geschwindigkeiten der einzelnen Elementen wie $\sqrt{bd}$, $\sqrt{be}$, $\sqrt{bc}$. Jede der Geschwindigkeiten mit dem zugehörigen Element multipliciret gäbe die Ausflußmenge für dieses Element, und die Summe der unzählig vielen Produkten der Geschwindigkeiten in die zugehörigen Elemente der Oeffnung, wäre gleich der Größe der Oeffnung multipliciret in die mittlere Geschwindigkeit. Hieraus erhellet, daß die allgemeine Auflösung der Aufgabe für die Rechnung des Unendlichen gehöret. Ich muß mich daher hier auf die Erläuterung eines besondern Falles einschränken.

Die Oeffnung sey ein Kreis oder Quadrat, dessen Durchmesser, oder Seite $cd = 2$ Zoll, e sey der Mittelpunct der Oeffnung und cd ein lothrechter Durchmesser $bc = 10$, $bd = 8$ Zoll. Man denke sich in dem Durchmesser cd drey unendlich kleine Oeffnungen, die einander gleich sind, und wovon ich jede $= a^2$ nenne; so sind die Ausflußmengen der drey Oeffnungen in dem Verhältniß $a^2\sqrt{8}$, $a^2 . \sqrt{9} . a^2\sqrt{10}$, folglich der gesammte Ausfluß =

$$a^2 (\sqrt{8} + \sqrt{9} + \sqrt{10}) =$$

$$3a^2 \frac{(\sqrt{8} + \sqrt{9} + \sqrt{10})}{3}$$

Denkt man sich die drey gleichen Oeffnungen in einer Tiefe be unter dem Wasserspiegel, so würde ihre Ausflußmenge $= 3 a^2 \sqrt{9}$ seyn. Es ist aber die Summe der drey Quadratwurzeln von 8, 9 und 10 = 8,9907 nur um 0,0003 kleiner als $3\sqrt{9}$. Hieraus erhellet, daß die mittlere Geschwindigkeit der beyden Stellen c, d von der Geschwindigkeit der mittlern Stelle e verschieden ist.

Der Unterschied wird desto unbeträchtlicher, je kleiner de, ec gegen bd sind. Hieraus folgt, daß man die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Öffnung, der zu be gehörigen, d. i. der Geschwindigkeit des Schwer=

punctes der Oeffnung gleichsetzen könne. In aller Schärfe fällt zwar die zur mittlern Geschwindigkeit gehörige Stelle etwas über den Schwerpunct e, man kann aber in den meisten Fällen der Ausübung den Schwerpunct dafür annehmen, wenn nur der Wasserspiegel nicht unmittelbar über der obern Stelle der Oeffnung liegt.

Wäre die Oeffnung ein Quadrat von 2 Zoll Höhe, und der Wasserspiegel berührte den obern Rand der Oeffnung, so hätte nach der obigen Methode die mittlere Geschwindigkeit für die drey Stellen d, e, c

$$\frac{\sqrt{0}+\sqrt{1}+\sqrt{2}}{3} = \frac{1+\sqrt{2}}{3} = \frac{2,414}{3} = 0,805.$$

Die Integralrechnung lehret, daß die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Oeffnung in diesem Fall $= \frac{2}{3}\, dc = \frac{4}{3} . 2 = 0,89$ ist. Man würde sich dem richtigen Werth der mittlern Geschwindigkeit nach der obigen Methode schon mehr nähern, wenn man statt 3; 5, 7 oder mehr Puncte der Oeffnung in Rechnung brächte.

11) Wenn die Größe der Oeffnung und die als unveränderlich angenommene mittlere Tiefe derselben unter dem Wasserspiegel nebst der Zeit des Ausflusses gegeben sind: die Menge des ausgeflossenen Wassers zu bestimmen.

Man berechne aus der Tiefe der Oeffnung die Geschwindigkeit nach (7), und multiplicire sie mit der Größe der Oeffnung, so erhält man die in einer Secunde ausgeflossene Wassermenge, welche mit der Zeit multipliciret die gesuchte Ausflußmenge giebt. Es heiße die mittlere Tiefe der Oeffnung oder die Wasserhöhe $= h$, die Größe der Oeffnung $= a$, die gegebene Zeit $= t$, g, die Fallhöhe in 1 Secunde. Dieß giebt die Geschwindigkeit $= 2\sqrt{gh}$, die Ausflußmenge in 1 Secunde $= 2a\sqrt{gh}$, die gesuchte Ausflußmenge in der

Zeit $t = 2at\sqrt{gh}$. Wäre umgekehret die Ausflußmenge $= M$ gegeben, und man suchte die zu derselben gehörige Zeit t, so sehe man in der Gleichung $M = 2at\sqrt{gh}$, t als die unbekannte Größe an. Dieß giebt $t = \frac{M}{2a\sqrt{gh}}$. Die gefundene Ausflußmenge M heißt auch die theoretisch berechnete, weil, wie wir gleich sehen werden, diese Ausflußmenge für besondere Fälle der Ausübung nach der Erfahrung verbessert werden mus.

12) Anmerkung. Die §. 7. und f. vorgetragenen Rechnungen gründeten sich auf die Voraussetzung, daß alle wagrechte Schichten des Gefäßes in paralleler Richtung und mit gleichen Geschwindigkeiten sinken, und daß die Geschwindigkeit und Richtung der Wassertheilchen sich blos in der Oeffnung plötzlich ändern. Die Voraussetzung ist aber vermöge den (6) angeführten Erfahrungen der Natur nicht gemäß, sondern die Wassertheilchen lenken sich vielmehr, sobald sie der Oeffnung in dem Gefäß nahe kommen, von allen Seiten nach der Oeffnung hin. cd, gh Fig. 8. mögen die Richtungen zweyer seitwärts nach der Oeffnung ab strömenden Wassertheilchen bezeichnen, so erhellet, daß die Richtung der Wassertheilchen über der Oeffnung in h und d nicht plötzlich in eine lothrechte ha, db verwandelt werden kann, sondern sie wird sich allmählich, nach den Wirkungen zusammengesetzter Kräfte, durch die krumme Linie df, he bey e und h in die lothrechte Richtung verwandeln. Hieraus folgt aber nothwendig eine Zusammenziehung des Wasserstrahles, und man muß, wenn man die mit der Erfahrung übereinstimmende Ausflußmenge finden will, nicht die wirkliche Oeffnung ab und ihre Tiefe unter dem Wasserspiegel, sondern den Queerschnitt und die Tiefe des zusammengezogenen Strahles ef in Rechnung bringen.

Es giebt noch eine andere Ursache der Abweichung, der durch Erfahrung gefundenen Ausflußmenge, von den theoretisch berechneten, welche besonders bey Ausflüssen durch Röhren nicht ausser Acht gelassen werden darf. Dieß ist die Reibung des Wassers an den Seitenwänden der Oeffnung. Wenn man zwar unter Rei-

bung blos die von der Rauhigkeit der Körper herrührende Hinderniß der Bewegung versteht, so mögte die Reibung der flüssigen Körper unter sich und an festen Körpern so gut wie für nichts zu achten seyn. Aber es giebt, wie wir bereits in der Statik gezeigt haben, ein zweyte Ursache der Reibung, die Cohäsion und Adhäsion der Körper.

Die letzte ist besonders zwischen festen und flüssigen Körpern sehr stark, und verursacht eine beträchtliche Verminderung der Geschwindigkeit des durch lange Röhrenleitungen fließenden Wassers. Auch rühret von dieser Art der Reibung der flüssigen an feste Körper die Erscheinung her, daß die Ausflußmengen durch kleine Oeffnungen von verschiedener Größe, bey übrigens gleichen Umständen nicht genau in dem Verhältniß der Oeffnungen steht, sondern die kleinere Oeffnung weniger Wasser giebt. Es wächset nämlich die Reibung im einfachen, die Ausflußmenge aber im quadratischen Verhältniß der Durchmesser oder Umfänge der Oeffnungen.

Befindet sich an der Oeffnung a b Fig. 8. eine kurze cylindrische Röhre a i k b, so erhellet, daß die Wirkung der anziehenden Kraft der Röhrenwand gegen den ausströmenden Wasserstrahl die Zusammenziehung desselben vermindern müsse, und wenn die Röhre nicht allzu kurz ist, ganz aufheben könne, indem sich das Wasser an die Seitenwände der Röhre anlegt, und zur vollen Oeffnung i k herausfließet.

Beträgt hierbey die durch die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwand bewirkte Verminderung der Geschwindigkeit, weniger als das Verhältniß des zusammengezogenen Strahles e f zur Oeffnung i k, so wird der Ausfluß durch die cylindrische Röhre mehr betragen, als der Ausfluß durch eine Oeffnung in einer dünnen Platte, bey übrigens gleichen Umständen. Bringt man statt der cylindrischen eine nach innen sich erweiternde conische Röhre an, so wird dadurch der freye Einfluß des Wassers in die Mündung der Röhre befördert, und die conische Röhre giebt unter gleichen Umständen mehr Wasser als eine cylindrische von der Weite der kleinern Grundflächen der conischen Röhre.

Kehret man die conische Röhre um, den engen Theil nach innen, so findet das Gegentheil statt, die conische Röhre giebt weniger Wasser als die cylindrische:

Diese Sätze sind aus der Erfahrung gezogen, und werden durch sie gerechtfertiget.

13) Anmerkung. Man findet in Bossüts Lehrbegriff der Hydrodynamik 2 B. v. Langsdorf übersetzt, vorzüglich lehrreich angestellte Erfahrungen über den Ausfluß des Wassers durch kleine Oeffnungen aus stets voll erhaltnen Gefäßen. Ich theile hier einige derselben zur Bestättigung des Vorhergesagten mit.

Aus einem prismatischen Gefäß, dessen Wasserspiegel beständig 11 Fuß 8 Zoll 10 Linien (par. M.) über den wagrechten Oeffnungen im Boden, die sich in einer dünnen kupfernen Platte befanden, floßen in 1 Minute durch eine kreisrunde Oeffnung 6 Linien im Durchmesser — — — — 2311 Cubikzolle Wasser.
durch eine kreisrunde Oeffnung von 1 Zoll Durchmesser — 9281 — — —

Das Verhältniß der Oeffnungen ist hier 1 : 4 und giebt, wenn man den Ausfluß der kleinen Oeffnung zum dritten Glied der Proportion wählet, für den Ausfluß der großen Oeffnung 9244 Cubikzolle, um 37 Cubikzolle zu wenig.

Die Erfahrung bestättiget also den Satz: daß sich die Ausflußmengen bey übrigens gleichen Umständen wie die Oeffnungen verhalten, und daß wegen der Reibung die kleinere Oeffnung etwas weniger giebt.

Aus einer kreisförmigen lothrecht zur Seite angebrachten Oeffnung von 1 Zoll im Durchmesser flossen in 1 Minute bey einer Wasserhöhe von 9 Fuß über dem Mittelpunct der Oeffnung — — 8135 C. Zoll
bey einer Wasserhöhe von 4 Fuß — 5436 — —

Da hier alles bis auf die Wasserhöhen gleich ist, so nehme man das Verhältniß der Quadratwurzeln derselben = 3 : 2, die Ausflußmengen stehen sehr nahe in diesem Verhältniß. Es verhalten sich, vermöge der Erfahrung, die Ausflußmengen, bey übrigens gleichen Umständen, wie die Quadratwurzeln aus den zu den Oeffnungen gehörigen Wasserhöhen.

Berechnet man nach (11.) die theoretischen Ausflußmengen durch eine zöllige Kreisöffnung während einer Minute, so erhält man für eine

Wasser-

Wasserhöhe von 9 Fuß — 13148 C. zoll
Wasserhöhe von 4 Fuß — 8765 C. zoll

Beyde Zahlen stehen mit den durch Erfahrung gefundnen sehr nahe in dem Verhältniß von 1,61 : 1,00, wofür man das Verhältniß 8 : 5 in kleinern Zahlen schreiben kann. Dieß Verhältniß ist größer als das (6.) angegebene der Zusammenziehung des Wasserstrahles (= 1,50 : 1,00). Man muß daher annehmen, die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers sey wegen der Reibung der Cohäsion des Wassers und des Widerstandes der Luft kleiner als die zur Wasserhöhe gehörige Geschwindigkeit, oder die unmittelbare Messung gebe den Durchschnitt des zusammengezognen Strahles etwas zu groß. Durch eine 1 Zoll weite und 18 Linien lange cylindrische Röhre, welche lothrecht im Boden eines prismatischen Gefäßes befestiget war, das stets auf eine Wasserhöhe von 11 Fuß 8 Zoll 10 Linien voll erhalten wurde, flossen durch die volle Mündung
der Röhre — — — 12168 C. zoll
bey zusammengezognem Strahl indem sich das Wasser von der Seitenwand der Röhre losriß — — — 9282 C. zoll
in einer Minute ab.

Man bewirkte das Losreissen des Wassers von der Seitenwand der Röhre durch ein geringes Klopfen und in diesem Falle gab die Röhre genau eben so viel Wasser als eine gleich große Oeffnung in einer dünnen Platte, nach der zuerst angeführten Erfahrung. Der vermehrte Ausfluß des Wassers durch eine cylindrische Röhre rühret also blos von der aufgehobenen Wirkung der Zusammenziehung des Strahles her. Da die Zahlen 9282, 12168 in dem Verhältniß von 100 : 131 oder nahe von 10 : 13 stehen, und die theoretische Ausflußmenge zur Ausflußmenge durch eine Oeffnung in einer dünnen Platte = 8 : 5 = 16 : 10 gefunden wurde, so drücken die Zahlen 16, 13, 10 die Verhältnisse der Ausflußmengen nach der Theorie, durch eine cylindrische Röhre, und durch eine Oeffnung in einer dünnen Platte aus. Man bezeichne sie nach der Reihe durch die Buchstaben M, m, μ so hat man $m = \frac{13}{16} M$, $\mu = \frac{10}{16} M$. Das Folgende mag die Anwendung der bisher vorgetragenen Sätze erläutern.

14) In dem allgemeinen Ausdruck für $M = 2at\sqrt{gh}$ (11) kommen 4 Größen M, a, t, h vor, von welchen je drey, wenn sie gegeben sind, die vierte bestimmen, denn g ist immer bekannt. Ich will bey dem Fall stehen bleiben, wo die Wassermenge gesucht wird.

Ein Wasserbehälter werde beständig in einer Höhe von 6 pariser Fuß über dem Mittelpunct einer Oeffnung von 2 Zoll im Durchmesser voll erhalten, man sucht die in einer Stunde abfließende Wassermenge, m, vorausgesetzt, das Wasser fließe durch eine cylindrische Röhre ab. Man suche zuerst die theoretische Ausflußmenge M, sie ist $2 . 0,785 . 2^2 . 60 . 60 . \sqrt{15 . 12 . 6 . 12}$, wenn man die gegebene Zeit in Secunden und g, h in Zollen ausdrückt; oder

$M = 8 . 0,785 . 60^2 . 12\sqrt{90} = 2574720$ Cb. Zoll,

hiervon $\frac{13}{16}$ genommen, giebt $m = 2091960$ Cb. Zoll.

15) Es ist der beständige Zufluß eines Wasserbehälters = 10000 Cubikzoll in einer Minute gegeben, man soll die Wassermenge unter zwey Röhrenleitungen in dem Verhältniß von 1 : 2 vertheilen, und sucht die zu jeder Röhrenleitung gehörige Oeffnung, unter der Voraussetzung, daß ihre Mittelpuncte 4 Fuß unter dem Wasserspiegel liegen.

Man theile den gesammten Zufluß nach der Societätsrechnung in das gegebene Verhältniß ein, so erhält man für den Abfluß in einer Minute durch die Oeffnung

a = 3333,3 Cubikzoll
b = 6666,6 Cubikzoll.

Man sehe a in dem Ausdruck $m = \frac{13}{16} . 2at\sqrt{gh}$ als die gesuchte Größe an; dieß giebt $a = \frac{16}{13} . \frac{m}{2t\sqrt{gh}}$ wo man t in Secunden, und g, h in Zollen ausdrücken

muß. Die Rechnung giebt a = 0,368 □ Zoll, folglich b = 0,736 □ Zoll. Die zu diesen Kreisen gehörigen Durchmesser sind 0,68; 0,97 Zoll.

So lange die Oeffnungen b, a Fig. 9. ganz unter dem Wasserspiegel bleiben, läuft, wenn auch die Wasserhöhe abnimmt, das Wasser doch immer in dem Verhältniß von 1 : 2 durch die Oeffnungen. Sobald aber der Wasserspiegel eine von beyden Oeffnungen berührt, verliert die größere mehr als die kleinere. Dieß zu vermeiden, vertheile man die Flächen der Oeffnungen b, a in mehrere kleine Oeffnungen, die durch gleiche Räume in dem Verhältniß von 2 : 1 zerstreuet sind.

16) Anmerkung. In dem vorstehenden Paragraph wurde angenommen, daß der beständige Wasserzufluß bekannt sey, wäre der Wasserbehälter eine Quelle, und man sollte den beständigen Zufluß derselben zuerst bestimmen (die Quelle visiren), so kann man dabey folgendergestalt verfahren. Man fasse die Quelle durch feste Seitenwände ein, und lasse das Wasser sich bis zu der als unveränderlich angenommenen Höhe anschwellen, und bringt hierauf in einer der lothrechten Seitenwände, durch welche der Abfluß erfolgen soll, in beliebiger Tiefe unter dem Wasserspiegel eine wagrechte Reihe kleiner Oeffnungen an, die man nach Willkühr verschließen kann. Man öffne so viel derselben, bis der Wasserspiegel in der Quelle durch den Abfluß weder sinkt noch durch den Zufluß steigt, und berechne hierauf aus der bekannten Tiefe und Größe der Oeffnungen, die in einer gegebenen Zeit abfließende Wassermenge. Oder man findet auch diese Wassermenge durch unmittelbare Erfahrung, wenn man das abfließende Wasser mit einem geaichten Gefäß (Cubikfuß oder dergl.) auffängt, und die Zeit beobachtet, welche zur Anfüllung des Gefäßes nöthig ist. Hätte man kein Aichgefäß bey der Hand, so dienet auch jedes beliebige Gefäß, wenn man die darin enthaltene Menge Wasser abwiegt, und ihren Raum aus dem specifischen Gewicht des Wassers bestimmt.

Marriotte hat ein besonderes Wassermaaß bey dem Visiren der Quellen eingeführet, welches man wissen muß, weil es sich bis jetzt als Kunstausdruck unter

den Brunnenmeistern erhalten hat. Er fand, daß eine kreisrunde lothrechte Oeffnung von 1 par. Zoll im Durchmesser, deren Mittelpunct 7 Linien oder deren oberer Rand 1 Linie unter dem Wasserspiegel lag, in einer Minute 14 pariser Kannen Wasser gab, deren 36 auf einen pariser Cubikfuß gehen. Diese Wassermenge nannte Marriotte einen Wasserzoll, $\frac{1}{144}$ desselben eine Wasserlinie.

Man würde sehr irren, wenn man unter einem Wasserzoll schlechthin den in einer Minute erfolgenden Abfluß durch eine kreisrunde Oeffnung von 1 Zoll im Durchmesser verstehen wollte, ohne auf die mittlere Tiefe der Oeffnung zu sehen. Da der marriottische Kunstausdruck keinen besondern Vortheil gewähret, sondern vielmehr zu Verwirrungen Anlaß giebt, so wäre es allerdings gut, wenn man ihn nach Bossüts Vorschlag ganz abschaffte, und den Gehalt der Quellen stets in einem bekannten Maaße nach Cubikfußen und Zollen angäbe.

17) Anmerkung. Es ist eine Aufgabe der theoretischen Hydraulik, wenn sich ein Gefäß, ohne Zufluß zu erhalten, durch eine gegebene Oeffnung ausleeret, die Geschwindigkeit des sinkenden Wasserspiegels, und die Zeit zu finden, während welcher er um eine bestimmte Tiefe gesunken ist. Die Aufgabe erfordert für jede Gestalt des Gefäßes eine besondere Auflösung, und diese erfordert selbst in den einfachsten Fällen, wenn man keine Integralrechnung gebrauchen will, Weitläuftigkeiten, welche ich hier um so eher vermeiden darf, da mir kein sonderlicher Nutzen von der Aufgabe in der Anwendung bekannt ist.

Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen.

18) AB Fig. 10. sey ein Wasserbehälter, aus welchem zur Seite eine horizontale Röhrenleitung BC gehe, die Oeffnung der Röhre seye (wie in der Ausübung immer anzunehmen verstattet seyn wird) gegen den Querschnitt des Wasserbehälters sehr klein.

Nimmt man ferner an, in der ganzen Länge der Röhre BC finde das Wasser keinen größern Widerstand als in einer sehr kurzen Ansatzröhre, so ergiebt sich die Geschwindigkeit v des Wassers in der Röhre nach §. 13. $v = \frac{15}{16} 2\sqrt{gh}$, wo h die mittlere Wasserhöhe des Behälters über der Einflußmündung der Röhre bedeutet.

Die Röhre CD Fig. 11. habe eine lothrechte Lage, man sucht die Geschwindigkeit des zur Oeffnung D hervorströhmenden Wassers, unter der Voraussetzung, daß die Bewegung des Wassers in der Röhre keine Verzögerung erleide. Man denke sich die Röhre CD allein mit Wasser gefüllt und D verschlossen, so daß die ganze Wassersäule CD ruhe. Es werde D plötzlich geöffnet, so sinkt die Wassersäule vermöge der freyen Beschleunigung der Schwere herab, und wenn der Querschnitt C nach D gekommen ist, so hat er die der Fallhöhe CD zugehörige Geschwindigkeit. Denkt man sich nun über der Röhre noch den Wasserbehälter AB, und übrigens alles wie vorhin, so tritt der Querschnitt C mit einer der Höhe AB zugehörigen Geschwindigkeit in die Röhre, und erlangt also in D die zur gesammten Höhe AD gehörige Geschwindigkeit, welche jedoch wegen des durch die Zusammenziehung des Strahles bey C verursachten Widerstandes in dem Verhältniß von 15 : 16 vermindert wird. Man nenne daher die gesammte Höhe AB+CD = h, so hat man die Geschwindigkeit des zur Oeffnung D hervorströhmenden Strahles $v = \frac{15}{16} 2\sqrt{g \cdot h}$. Da diese Größe die unveränderliche Geschwindigkeit des Querschnitts D ist, das Wasser in dem Querschnitt C aber nur mit der zur Höhe AB gehörigen Geschwindigkeit folgt, so sollte man glauben, daß bey einer beträchtlichen Höhe der lothrechten Röhre die untern Querschnitte D sich von den obern C trennen, oder die Wassersäule sich wenigstens in die Länge ziehen müsse, welches der Erfahrung widerspricht. Hr. Langsdorf

erinnert, daß man diese Erscheinung, so lange die lothrechte Höhe CD kleiner als 32 Fuß ist, am natürlichsten aus dem Druck der Luft erkläre: denn sobald wirklich zwischen den obern und untern Querschnitten der Wassersäule in der Röhre, ein leerer Raum entstünde, so würden die obern Querschnitte durch den ganzen Druck der Atmosphäre beschleunigt, und die untern durch denselben verzögert werden. Der Druck der Atmosphäre wird also ein solches Trennen der Wasserschichten verhindern, und verursachen, daß die Geschwindigkeit in der ganzen Röhre gleichförmig wird, und der Geschwindigkeit des untersten Querschnittes D gleich kommt.

Wäre die Höhe CD viel größer als 32 Fuß, dagegen die Höhe des Behälters AB sehr gering, so würde alsdann, wenn man den Widerstand der Röhrenwand CD ausser Acht lässet, allerdings eine Trennung der Wasserschichte in der Röhre erfolgen.

Wir werden aber bald sehen, daß schon der bloße Widerstand der Röhrenwand in den meisten Fällen hinreichend ist, die Bewegung des Wassers in der Röhre gleichförmig zu machen.

Hat die Röhre BC Fig. 12. eine geneigte Lage, so erhellet aus dem Vorhergehenden von selbst, daß die Geschwindigkeit in C, den Widerstand in der Röhre bey Seite gesetzt, zu der gesammten Höhe AD = h gehöre, oder daß $v = \frac{13}{16}\, 2 \,.\, \sqrt{g \,.\, h}$ sey. Der Ausdruck für v ist also in den drey betrachteteten Fällen immer derselbe, wenn man nur unter h die mittlere Tiefe der Ausflußmündung der Röhrenleitung unter dem Wasserspiegel des Behälters versteht. Wenn man g in pariser Zollen ausdruckt, so erhält man

$$v^2 = \left(\frac{13}{8}\right)^2 \,.\, 15{,}09 \,.\, 12 \,.\, h = 478 \,.\, h, \text{ oder}$$

$v = \sqrt{478 \,.\, h}$. Diesen Ausdruck nennt man bey Röhrenleitungen der Kürze wegen, die zur Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit. Sie ist wegen des

Widerstandes der Röhrenwände immer grösser als die wirkliche Geschwindigkeit. Man nenne daher die Druckhöhe H, die zur wirklichen Geschwindigkeit gehörige Höhe h, so ist stets h < H. Wir wollen nun versuchen den Widerstand der Röhrenwände näher zu bestimmen.

19) Eine der vorzüglichsten Ursachen der Verzögerung der Geschwindigkeit des Wassers in den Röhrenleitungen ist die Adhäsion des Wassers gegen die Röhrenwände, oder wenn man lieber will, die anziehende Kraft der Röhrenwände gegen das Wasser. Die Grösse dieser Kraft läßt sich auf folgende Weise bestimmen. Man bringe einen prismatischen Körper von bekannter Grundfläche z. B. 1 Quadratfuß, 1 Quadratzoll, an einer empfindlichen Lage ins Gleichgewicht, hierauf bringe man unter den Körper ein Gefäß voll Wasser, so daß die Oberfläche des Wassers mit der bekannten Grundfläche des Körpers in gleichförmige Berührung komme, und lege nun so lange Gewichte auf die entgegengesetzte Wagschale, bis sich der Körper von dem Wasser losreisset, so giebt die Menge der zugelegten Gewichte unmittelbar die Größe der Adhäsion.

Auf diese Weise fand Hr. Huth (Grens n. Journ. der Phys. 3 B. S. 302.) die Adhäsion eines rhein. Quadratfußes von mehreren Holzarten im Mittel (wenn sie vorher mit Wasser durchdrungen waren) = 1 ℔. Hr. v. Büat giebt in seiner Hydraulik S. 49. d. deutschen Uebersetzung die Adhäsion 1 par. Quadratzolles verzinnten Eisenblechs = 76 Gran, welches auf den rhein. Quadratfuß 1,14 ℔ gäbe. Nach Hrn. Achard (siehe dessen phys. chemische Schriften S. 354.) welcher die meisten Versuche über diesen Gegenstand angestellt hat, verhält sich die Adhäsion des Wassers gegen gleiche Flächen

	Glas wie	—	91,
von	Eisen wie	—	73,5
	Kupfer	—	96,5
	Zinn	—	94,5
	Bley	—	100,25
	Messing	—	99,

Hieraus erhellet, daß unter den genannten Metallen, welche am häufigsten bey Röhrenleitungen vorkommen, das Bley die stärkste und das Eisen die geringste Adhäsion gegen das Wasser äussert. Die Adhäsion des Holzes an das Wasser ist $\frac{100}{114}$ der Adhäsion des verzinnten Eisens, oder $\frac{94}{100} \cdot \frac{100}{114}$ des Bleyes = 82, wenn man die letztere = 100 setzt. Von einer hölzernen und bleyernen Röhrenleitung wird daher bey übrigens gleichen Umständen die bleyerne weniger Wasser als die hölzerne geben. In der Ausübung setzt man gewöhnlich die adhärirende Kraft des Wassers gegen die verschiedenen Materien der Röhrenwände gleich groß.

BC Fig. 10 sey eine hölzerne Röhre von 1 Fuß im lichten Durchmesser und 30 Fuß Länge, so beträgt die Oberfläche der Röhrenwand = 3,14 . 30 = 94,2 Quadratfuße, folglich die anziehende Kraft der gesammten Röhrenwand = 94,2 ℔. Vermöge der Wirkung dieser Kraft werden die zunächst an der Röhrenwand anliegende Wassersäulen ihre Bewegung, wo nicht gänzlich, doch größtentheils verlieren, und indem die inneren sich schneller bewegenden Wassersäulen an die äußern anstoßen, verlieren sie einen Theil ihrer Geschwindigkeit, indem sie die langsamere beschleunigen, und dieß geht so von Wassersäule zu Wassersäule, bis in die Mitte der Röhre fort. Hieraus folgt, daß die gesammte durch die Röhre fließende Wassermasse eine mittlere Verzögerung ihrer Geschwindigkeit erleiden werde, welche sich nach der Größe des Widerstandes und der bewegenden Kraft richtet.

20) Wenn man die gesammte Druckhöhe = H, die der wirklichen Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre zugehörige Höhe = h nennt, so ist H — h = r die Höhe einer Wassersäule über dem Querschnitt der Röhre, deren Druck man der gesammten Wirkung des Widerstandes gleich setzen kann. Nun kann man bey übrigens gleichen Umständen den Widerstand der Länge der Röhrenleitung proportional setzen. Es seyen r, R

zwey Widerstände, l, L die zugehörigen Längen der Röhrenleitungen, so hat man

$$l : L = r : R$$

Bey gleichen Längen der Röhren und gleichen Geschwindigkeiten steht der Widerstand im umgekehrten Verhältniß der Durchmesser der Röhren. Denn die Kraft der Adhäsion wächset mit dem Umfang, ihre Wirkung auf die Verzögerung der Geschwindigkeit, steht aber im umgekehrten Verhältniß der durch den Querschnitt fließenden Wassertheile, das ist, sie steht im directen Verhältniß der Durchmesser, und im Umgekehrten des Quadrates der Durchmesser, oder

$$r : R = \frac{d}{d^2} : \frac{D}{D^2} = \frac{1}{d} : \frac{1}{D},$$

wenn d, D die Durchmesser der Röhrenleitungen bezeichnen. Endlich nimmt der Widerstand mit der Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren zu, und zwar in einem stärkern Verhältniß als die Geschwindigkeit, denn der Stoß der bewegten Wassertheile gegen die ruhenden ist desto größer, je größer die Geschwindigkeit der erstern ist, und zweytens wächset die Menge der Stöße ebenfalls mit der Geschwindigkeit. Dieß könnte die Voraussetzung rechtfertigen, den Widerstand dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional zu setzen, oder $r : R = v^2 : V^2$, anzunehmen, wenn v, V die Geschwindigkeiten bezeichnen. Wir wollen vor der Hand $r : R = v^n : V^n$ setzen, wo n ein durch die Erfahrung zu bestimmender Exponent ist.

Setzt man die drey einzelnen erwähnten Verhältnisse für den Widerstand zusammen, so hat man

$$\frac{v^n\, l}{d} : \frac{V^n\, L}{D} = r : R$$

Wollte man auch die verschiedenen Adhäsionskräfte a, A des Wassers gegen die Materie der Röhren-

wände zu Anschlag bringen, so hätte man, weil
$a : A = r : R$

$$\frac{v^n\, l a}{d} : \frac{V^n\, L A}{D} = r : R.$$

Endlich kommt noch eine von den vorherigen Bedingungen ganz unabhängige Ursache zur Vermehrung des Widerstandes hinzu, der Zusammenhang der flüssigen Theilchen unter sich, oder die Klebrigkeit (Viscosität) derselben. Sie ist bey dem Wasser äußerst gering, wie ich mich durch folgenden Versuch überzeugt habe.

Ich nahm ein gläsernes Harröhrchen, dessen Durchmesser kaum $\frac{1}{100}$ eines pariser Zolles betrug, bog es zu einem Heber, dessen kurzer Schenkel 2 Zoll, der lange 5 Zoll betrug. Diesen feinen Heber füllte ich durch Saugen mit Wasser, und bemerkte, daß bey einer Druckhöhe von 4 Zoll 9″, 16 – 18 Tropfen von 1 par. Linie im Durchmesser, hingegen bey einer Druckhöhe von 3 Zoll, 6 Tropfen von gleichem Durchmesser in 1 Minute abflossen. Erst bey einer Druckhöhe von einem halben Zoll hörte das Fließen des Wassers in diesem feinen Heber ganz auf. Das reinste Provenceröl floß schlechterdings nicht durch diesen Heber, ja es kostete Mühe, ihn durch Saugen nur mit Oel zu füllen. Dieß rührte blos von der größern Klebrigkeit des Oeles her, denn die Adhäsion des Oeles an die Wände des Glases ist geringer als die Adhäsion des Wassers. Ich lasse daher den unmittelbar von der Klebrigkeit des Wassers bey Röhrenleitungen herrührenden Widerstand als sehr gering ausser Acht, ob sie gleich mit dazu dienet, die durch die Adhäsion an die Wand verursachte Verzögerung den innern Wasserfäden mitzutheilen. Eben daraus folgt, daß die Reibung der Wassertheilchen unter einander, in so fern sie von ihrer Rauhigkeit herrühret, als ganz verschwindend angesehen werden müsse.

Indessen könnte man fragen: ob nicht ein Reiben der Wassertheilchen gegen die rauhen Seitenwände der Röhrenleitungen statt finde? Wenn man aber bedenkt, daß die innern Seitenwände der Röhrenleitungen sich vermöge der Wirkung der Adhäsion alsbald mit einer

Wasserhülle umkleiden, und dadurch die Berührung der bewegten Wasserfäden mit der Wand verhindert wird, so scheint auch diese Voraussetzung wenig Wahrscheinlichkeit zu haben.

21) Anmerkung. Aus der Proportion

$$\frac{v^n l}{d} : \frac{V^n L}{D} = r : R$$

folgt $$\frac{v^n l}{d} . R = \frac{V^n L}{D} . r$$

und $$\frac{v^n}{V^n} = \frac{L d r}{l D R}$$

$$n \log. \frac{v}{V} = \log. \frac{L d r}{l D R}$$

daher $$n = \frac{\lg. L d r - \lg. l D R}{\lg. v - \lg. V}$$

Dieses dient, n aus zwey Erfahrungen zu berechnen, wenn Längen, Durchmesser der Röhren, Geschwindigkeiten des Wassers, und die Widerstandshöhen bekannt sind. Ich wähle dazu einige Erfahrungen aus Bossüts Hydrodynamik 2 B. S. 135. Eine horizontale Röhre von verzinntem Eisenblech, 16 Linien im Durchmesser, gab bey einer beständigen Wasserhöhe von 1 Fuß, auf eine Länge von 30 Fußen, 2778 Cubikzoll Wasser in einer Minute, oder $\frac{43,89}{100}$ der zur Druckhöhe gehörigen Ausflußmenge §. 18. Bey einer Länge von 180 Fuß gab dieselbe Röhre unter gleichen Umständen nur $\frac{16,62}{100}$ der zur Druckhöhe gehörigen Ausflußmenge. Hier hat man $v : V = 43,89 : 16,62$, $l : L = 30 : 180 = 1 : 6$, $d = D$. Aus den Proportionen

$$100^2 : 43,89^2 = H : H - r$$
$$100^2 : 16,62^2 = H : H - R$$

finde ich $$r = H \left(1 - \frac{43,89^2}{100^2}\right) = 0,8064 \text{ Fuß}$$

$$R = H \left(1 - \frac{16,62^2}{100^2}\right) = 0,9725 \text{ Fuß}$$

und nun n vermöge der obigen Formel = 1,64.

Zwey andere Erfahrungen von Bossut mit denselben Röhren unter einer Wasserhöhe von 2 Fuß, wobey die 30 Fuß lange Röhre $\frac{45,48}{100}$ die 180 Fuß lange Röhre $\frac{17,7}{100}$ der zur Druckhöhe gehörigen Ausflußmenge gab, bestimmen den Werth von $n = 1,68$.

Hingegen giebt der Ausfluß durch eine horizontale Röhre, verglichen mit dem Ausfluß durch eine schiefliegende von gleichem Durchmesser auf eine Länge von 177 Fuß wo $r = 9,7$ Zoll $l = 30$ Fuß $v = 2778$, $R = 241$ Zoll, $L = 177$ Fuß, $V = 5795$ sind

$$n = 1,95$$

Hieraus erhellet, daß der Werth von n stets kleiner als 2 ist, und nicht einmal eine beständige Größe bleibt. Ich werde aber dem ungeachtet der leichtern Rechnung wegen voraussetzen, er sey $= 2$, und die Proportion $\frac{l v^2}{d} : \frac{L V^2}{D} = r : R$ beybehalten.

Dieß giebt

$R = \frac{r d}{l v^2} \cdot \frac{L V^2}{D}$, woraus man R, wenn man den Factor $\frac{r d}{l v^2}$ durch die Erfahrung bestimmt hat, finden kann. Setzt man nach der zuerst angeführten Erfahrung von Bossut

$r = 0,8064$ Fuß $= 9,7$ Zoll, $d = 1,3$ Zoll

$l = 30$ Fuß, $v = \frac{1}{60} \cdot \frac{2778}{0,785 \cdot d^2} = 33,16$ Zoll,

so erhält man $\frac{r d}{l v^2} = 0,00039$ und $R = 0,00039 \frac{L V^2}{D}$

22) Aus der gegebenen Länge der Röhre $= L$, ihrem Durchmesser $= D$, und der Druckhöhe $= H$, die Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers $= V$ zu finden.

Wenn die Höhe des Widerstandes $= R$ heißt, so hat man die zu V gehörige Höhe $= H - R$, folglich

nach §. 18. $V = \sqrt{478} \cdot \sqrt{(H - R)}$, setzt man für R seinen Werth, so erhält man

$$V = \sqrt{478} \cdot \sqrt{\left(H - 0{,}00039 \frac{L V^2}{D}\right)}$$

also, auf beyden Seiten quadrirt

$$V^2 = 478 \cdot H - 0{,}00039 \frac{L V^2}{D}$$

oder

$$V^2 \left(1 + 478 \cdot 0{,}00039 \frac{L}{D}\right) = 478\, H$$

folglich

$$V = \frac{\sqrt{478 \cdot H}}{\sqrt{\left(1 + 478 \cdot 0{,}00039 \frac{L}{D}\right)}}$$

$$V = \frac{\sqrt{478 \cdot H}}{\sqrt{\left(1 + 0{,}18 \frac{L}{D}\right)}}$$

wobey zu bemerken ist, daß H und D in pariser Zollen, L in Fußen ausgedruckt sind.

Der Zähler des Werthes von V ist die zur gesammten Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit, folglich giebt der Nenner, wenn man den Zähler = 1 setzt, das Verhältniß der theoretischen Geschwindigkeit. Auf dieselbe Weise findet man S. 172. f. von Bossüts Hydrodyn. 2. B. die wirklichen Ausflußmengen mit den zur Druckhöhe gehörigen verglichen. Ich setze sie hierher, und die nach unserer Formel berechneten Werthe daneben.

	D — L		V	nach der Formel
eine wagrechte Röhre von Bley	1 50	H =	$\left\{\begin{matrix} 4 - \frac{1}{3{,}55} \\ 12 - \frac{1}{3{,}18} \end{matrix}\right\}$	— $\frac{1}{3{,}17}$

	D	L	H	V	nach der Formel
eine wagrechte Röhre von weißem Blech	$1\frac{1}{4}$	180	12 24	$-\frac{1}{6,01}$ $-\frac{1}{5,64}$	$-\frac{1}{5}$
— — —	2	180	12 24	$-\frac{1}{4,57}$ $-\frac{1}{4,27}$	$-\frac{1}{4,15}$
eine geneigte Röhre von weißem Blech mit $\frac{1}{5}$ ihrer Länge gefalle	$1\frac{1}{4}$	177	251	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$
— — —	$1\frac{1}{4}$	118	161	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
— — —	$1\frac{1}{4}$	59	80,3	$-\frac{1}{2,82}$	$-\frac{1}{2,99}$

Man sieht hieraus, daß die obige Formel für geradlinigte wagrechte und geneigte Röhren hinlänglich mit der Erfahrung übereinstimmt.

23) Anmerkung. Hr. v. Buat hat im ersten Abschnitt seiner Grundlehren der Hydraulik, indem er alle (§. 20.) angegebene Ursachen des Widerstandes in Röhrenleitungen aufs schärfste in Rechnung zu bringen versuchte, eine Formel für die Geschwindigkeit des Wassers in Röhren entwickelt, die mit den von ihm angeführten zahlreichen Erfahrungen noch vollkommner übereinstimmt als die (22) gegebene. Da Hrn. v. Buats Formel viel verwickelter und in der Anwendung unbequemer ist, auch die Ausübung meistens keine solche Schärfe erfordert, so bin ich dem kürzern Vortrag der Langsdorfischen Hydraulik S. 62. u. f. größtentheils gefolgt. In einer neuern Schrift (Handbuch der Maschinenlehre, Altenburg 1797.) setzt Hr. Langsdorf aus einem Mittel von vielen Versuchen von Buat

$$V = \sqrt{\frac{478\ H}{1 + \frac{0{,}0206\ L}{D}}}$$ wo sich alles auf pariser Zolle

bezieht. Dividiret man die mit L multiplicirte Zahl in dem 22 gefundnen Werth von V durch 12, um L auf Zolle zu reduciren, so erhält man

$$V = \sqrt{\frac{478\ H}{1 + \frac{0{,}015\ L}{D}}}$$ etwas größer, als den Langsdorfischen Ausdruck. Da unter Büats Versuchen viele mit sehr engen zum Theil gläsernen Röhren angestellt worden sind, welche in der Ausübung nicht vorkommen, und doch die größten Abweichungen geben, so wird man in der Anwendung auf geradlinichte Röhrenleitungen, die aus Bossüts Versuchen hergeleitete Formel beybehalten können.

Wollte man die dabey vorkommenden Größen nicht in pariser, sondern jedem andern beliebigen Maaß messen, so ist zu bedenken, daß sich in dem Ausdruck für V nichts als die mit L multiplicirte Zahl ändert. Z. B. für rheinländisches Maaß wird sie

$$0{,}015 \cdot \frac{1440}{1391} = 0{,}01553$$

24) Anmerkung. Die (22) gefundene Formel für die Geschwindigkeit V darf nur auf geradlinichte Röhrenleitungen angewendet werden. Wenn die Röhrenleitung mehrere Winkel wie a b c Fig. 13. hat, so geht mit der Abänderung der Richtung auch ein Theil der Geschwindigkeit verloren. Denn es drücke b e die Geschwindigkeit des Wassers in a b aus, so ist nach der Zerlegung der Kräfte b f die Geschwindigkeit in b c. Es verhält sich aber b e : b f = 1 : cosin. n, wenn n den Neigungswinkel der Röhre bezeichnet. Da indessen das Wasser vermöge seiner großen Flüssigkeit, seine Richtung nicht plötzlich, sondern nach und nach in einer krummen Linie abändert, so wird sein Anstoßwinkel gegen die Röhrenwand in f merklich geringer, als der Neigungswinkel der Röhre, und daher auch der Verlust an Geschwindigkeit kleiner als in dem Verhältniß von 1 : cosin. n seyn.

Hr. v. Bûat hat durch Erfahrung gefunden, daß wenn die Neigungswinkel nicht über 30° betragen, man den davon herrührenden Widerstand der Summe der Quadrate der Sinusse der Neigungswinkel proportional setzen könne, oder wenn man diese Summe = S nennt, daß der von den Biegungen der Röhre herrührende Widerstand $= \frac{S}{3000}$ sey.

Hiernach müßte man

$R = 0{,}00039 \frac{LV^2}{D} + \frac{S}{3000}$ setzen und übrigens den Werth von V, wie (22) suchen. Da die Berechnung der Summe der Quadrate der Sinusse der Neigungswinkel Weitläuftigkeiten verursacht, so will ich versuchen, mit Beybehaltung der Gleichung

$$V = \frac{\sqrt{478\ H}}{\sqrt{1 + m \cdot \frac{L}{D}}}$$

den Werth von m so zu bestimmen, daß die Gleichung die Geschwindigkeit für gebogene Röhrenleitungen ausdrückt. Hierzu wähle ich eine Erfahrung von Couplet, nach der eine mit vielen verticalen und horizontalen Beugungen versehene Röhrenleitung 12 Zoll im Durchmesser 14040 Fuß lang bey einer Wasserhöhe von 243 Zoll $\frac{1}{19{,}34}$ der zur Druckhöhe gehörigen Ausflußmenge gab.

Ich setze daher

$$\sqrt{\left(1 + m\ \frac{14040}{12}\right)} = 19{,}34$$

woraus m = 0,32 folgt.

Dieß giebt

$V = \frac{\sqrt{478\ H}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}32\ L}{D}}}$ welcher Ausdruck mit mehreren andern von Couplet angestellten Erfahrungen über gebogene Röhrenleitungen hinlänglich übereintrifft, wie die nachstehende Vergleichung beweiset.

eiserne

	D	L	H	V	nach der Formel
eiserne Röhren mit vielen Biegungen	12	3600	$145\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10{,}08}$	$\frac{1}{9{,}849}$
	18	3600	$145\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6{,}05}$	$\frac{1}{8}$
	18	4740	55,5	$\frac{1}{10{,}11}$	$\frac{1}{9{,}2}$

25) Aus der Geschwindigkeit findet man die Ausflußmenge in einer Secunde, wenn man die Geschwindigkeit mit der Größe der Oeffnung = A multipliciret. Dieß giebt

$$M = A \, . \, V = \frac{A \sqrt{478 \, H}}{\sqrt{\left(1 + m \frac{L}{D}\right)}},$$

oder weil $A = 0{,}785 \, D^2$ ist

$$M = \frac{0{,}785 \, D^2 \sqrt{478 \, H}}{\sqrt{\left(1 + m \frac{L}{D}\right)}}$$

wo man für m, je nachdem die Röhrenleitung geradlinigt, oder mit Biegungen versehen ist, 0,18 oder 0,32 schreibt.

Suchte man umgekehrt aus der gegebenen Wassermenge der Druckhöhe, und der Länge der Röhrenleitung, den Durchmesser derselben, so quadrire man die Gleichung für M; dieß giebt

$$M^2 = \frac{0{,}785^2 \, D^4 \, . \, 478 \, . \, H}{1 + m \frac{L}{D}}$$

Diese Gleichung läßt sich leicht auflösen, wenn man in dem Nenner 1 als eine unbeträchtliche Größe gegen $\frac{m L}{D}$ wegläßet, das immer verstattet seyn wird,

sobald die Länge der Röhrenleitung einigermaßen beträchtlich ist. Unter dieser Voraussetzung hat man

$$M^2 = \frac{0{,}785^2 . 478\ H D^5}{m L}$$

und $$D = \sqrt[5]{\frac{M^2 m L}{0{,}785^2 . 478 . H}}$$

welches sich leicht durch Logarithmen berechnen lässet.

Bey der (24) zuerst angeführten Erfahrung von Couplet war $H = 145\frac{1}{4}''$ $L = 3600'$ $M = 2657$ C. Zoll, dieß giebt $D = 11{,}9$ Zoll, 0,1 Zoll kleiner als die Erfahrung.

Ueberhaupt ist es räthlich in der Ausübung den Durchmesser einer Röhrenleitung etwas größer zu machen, als ihn die Rechnung giebt, weil erdige und andere fremdartige Theile, die meistens dem Wasser beygemischt sind, auch durch Wassergewächse, die sich innerhalb den Röhren erzeugen, der Querschnitt der Röhren mit der Zeit etwas verengt wird. Hierzu kommt noch, daß, wenn die Röhrenleitung mit vielen und besonders scharfen Biegungen versehen ist, die in den Winkeln (Knien) der Röhrenleitung sich sammelnde Luft, wegen ihrer stärkern Adhäsion an die Röhrenwand die Bewegung des Wassers sehr hemmt. Es ist bereits in der Hydrostatik, bey der Berechnung des Drucks auf die Seitenwände von Röhrenleitungen erinnert worden, daß man diesem Fehler durch angebrachte Luftstöcke müsse zu begegnen suchen.

Vom Druck des in Röhrenleitungen fließenden Wassers gegen die Wände der Röhren.

26) BC Fig. 10. sey eine wagrechte Röhrenleitung, deren Länge BC = L, die Druckhöhe BA = H,

die Geschwindigkeit des zur Röhrenmündung C ausfließenden Wassers = V ist, man sucht den Druck des Wassers auf eine beliebige Stelle D der Röhrenleitung, wenn BD = C heißt. Die Kraft, welche auf den Querschnitt B wirkt, ist eine Wassersäule von der Höhe H, ich nenne sie daher kurz die Kraft H, von ihr gehet die zur Erzeugung der Geschwindigkeit gehörige Höhe $h = \frac{V^2}{478}$ ab, folglich bleibt für den Druck auf den Querschnitt B die Kraft $H - h = H - \frac{V^2}{478}$ übrig. Mit andern Worten, der Druck auf den Umfang des Querschnitts B ist der Höhe des Widerstandes gleich, welche die ganze Länge L der Röhrenleitung der bewegenden Kraft entgegensetzt.

Der Druck auf den Umfang des Querschnitts C der Röhrenleitung ist = 0, denn von der bewegenden Kraft H ist am Ende der Röhrenleitung durch Ueberwindung des gesammten Widerstandes längst der Röhre nur der Theil h, welcher auf die Erzeugung der Geschwindigkeit V verwendet wird, übrig, und dieser kann nicht drücken, weil er bloß Bewegung hervorbringt. Schon hieraus erhellet, daß der Druck an jeder andern Stelle D der Röhrenleitung von unterschiedener Größe seyn müsse.

Um ihn zu finden, bedenke man, daß der Theil des Widerstandes, welcher auf die Länge BD der Röhrenleitung kommt $= \frac{l}{L}$ des gesamten Widerstandes $= \frac{l}{L} \cdot \left(H - \frac{V^2}{478}\right)$ ist. Die bewegende Kraft in D ist also $= H - \frac{l}{L}\left(H - \frac{V^2}{478}\right)$, hiervon

geht der Theil $\frac{V^2}{478}$ für den Druck in D verloren, folglich hat man den Druck in

$$D = H - \frac{l}{L} H + \frac{l}{L} \cdot \frac{V^2}{478} - \frac{V^2}{478}$$

$$= \left(1 - \frac{l}{L}\right) \left(H - \frac{V^2}{478}\right).$$

Dieser Ausdruck verwandelt sich für $l = 0$ in $H - \frac{V^2}{478}$, und für $l = L$ in 0, wie gehörig.

27) Anmerkung. Bringt man an verschiedenen Stellen D der Röhrenwand Oeffnungen an, welche gegen den Queerschnitt der Röhrenleitung sehr klein sind, so werden die zu den Oeffnungen hervorspringenden Strahlen zwar nicht die ganze zum Druck gehörige Höhe erlangen, aber die Höhen der Strahlen werden sich doch unter einander verhalten, wie die zu den Stellen der Oeffnungen gehörigen Pressungen.

Dieß giebt ein Mittel an die Hand, die vorstehende, von Hr. Langsdorf zuerst vorgetragne Theorie, durch Versuche zu prüfen. Ich habe hierüber folgenden Versuch angestellt.

In einem senkrechten cylindrischen Gefäß AB Fig. 10. wurde unten zur Seite eine wagrecht hervorgehende Röhre angesetzt, deren Queerschnitt gegen den Queerschnitt des Gefäßes klein war. Die Röhre konnte durch Ansteckstücke bis auf 6 pariser Fuß verlängert werden, der Durchmesser der Röhrenleitung betrug 0,36 par. Zoll (altes Maaß).

Die Länge der ersten Hälfte BD der Röhre von 3 Fuß wurde in 4 gleiche Theile getheilet, und in die Stellen a, b und c kleine Oeffnungen genau von einerley Weite, 0,0434 par. Zoll im Durchmesser, gebohret. Die kleinen Oeffnungen sowohl als die Mündung der Röhrenleitung konnten nach Willkühr verschlossen werden. Der Wasserspiegel A, wurde über der wagrechten Linie BC durch einen sanften Zuguß in der unveränderlichen Höhe von 8 pariser Zollen erhalten.

Ich brachte zuerst die eine Hälfte BD der Röhrenleitung an das Gefäß, verschloß, nachdem das Wasser alle Luft aus der Röhre getrieben hatte die Mündung D, und öffnete nun nach und nach die Springöffnungen a, b, c, und maß die Strahlhöhen. Sie betrugen, eine wie die andere, genau 5,8 par. Zoll. Hierauf öffnete sich die Mündung D, und alsdann nach der Reihe die Springöffnung a, b, c. Jetzt betrug die Strahlhöhe von a = 2,4 par. Zoll

b = 1,6

c = 0,1

Die Strahlen lenkten sich sehr merklich von der lothrechten Richtung, die sie bey verschlossener Röhrenmündung hatten, nach der Richtung BD des durch die Röhre fließenden Wassers ab. Der Strahl c wurde, nachdem er die kleine Höhe von 0,1 par. Zoll erreicht hatte, wieder von der Röhrenwand angezogen, und rann an ihr herab. Nun verlängerte ich die Röhrenleitung auf 6 par. Fuß, und verfuhr wie vorhin.

Die Strahlhöhen betrugen bey verschlossener Röhrenmündung eine wie die andere 5,8 par. Zoll. Bey offener Röhrenmündung die Strahlhöhe

von a = 3,4 par. Zoll

b = 2,8

c = 2,0

Die Ablenkung der Strahlen nach der Richtung BC war eben so merklich wie in dem ersten Versuch. Berechnet man aus den gegebenen Abmessungen der Röhre und der Druckhöhe, die Geschwindigkeit V des zur Mündung ausfließenden Wassers nach §. 22., so findet man

V = 39,1 Zoll für L = 3 Fuß

V = 32,05 Zoll — — = 6 Fuß

und hieraus nach (26)

Die Druckhöhen

für	a	b	c
L = 3 Fuß —	3,375 Zoll	2,25 Zoll	1,125 Zoll
L = 6 Fuß —	4,77	4,09	3,41

da nun bey verschlossener Röhrenmündung die Strahlhöhen nur $\frac{5,8}{8} = \frac{58}{80}$ der Druckhöhe betrugen, so ver-

kleinere ich die gefundnen Druckhöhen bey offener Röhrenmündung in demselben Verhältniß, dieß giebt die Strahlhöhen

für	a	b	c
L = 3 Fuß	2,44 Zoll	1,62 Zoll	0,81 Zoll.
L = 6 Fuß	3,46	2,96	2,47

Vergleicht man diese Zahlen mit den durch die Versuche gefundenen, so erhellet, daß die berechneten Werthe für die Oeffnungen a und b nahe mit den durch Erfahrung gefundenen übereinstimmen, nur für c weicht die Rechnung von der Beobachtung ab. Im Ganzen sind die beobachteten Strahlhöhen kleiner als die berechneten, und die Abweichung beträgt desto mehr, je geringer die Druckhöhe, d. i. je näher die Springöffnung dem Ende der Röhrenleitung liegt. Ich bin geneigt, die Abweichung blos der durch die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhrenleitung erzeugten schiefen Richtung des Strahles, wodurch die Anziehkraft der Röhrenwand gegen denselben vermehret wird, zuzuschreiben. — Doch dem sey wie ihm wolle, so erhellet, daß die Langsdorfische Berechnungsart den Druck auf die verschiedenen Stellen einer Röhrenleitung ungleich genauer darstellet, als die gewöhnliche Theorie, welche ihn auf alle Stellen einer wagrechten Röhrenleitung gleich $= H - \frac{V^2}{4g}$ setzt.

Da nach den angeführten Versuchen die Rechnung den Druck eher zu groß als zu klein giebt, so darf man um so weniger Bedenken tragen, sie bey der Anwendung zur Berechnung der Röhrenstärke zum Grund zu legen.

28) Die Röhrenleitung habe eine geneigte Lage, man sucht den Druck auf eine beliebige Stelle des Umfangs der Röhre E, Fig. 12. Die gesammte Druckhöhe AD heiße = H, die Geschwindigkeit des aus C fließenden Wassers = V, die Höhe AF = h, die Höhe des Wasserstandes AB = a, die Länge BC = L, BE = l. Der auf BE kommende Theil des Widerstandes der Röhrenleitung ist wie (26) $= \frac{l}{L} \cdot \left(H - \frac{V^2}{478}\right)$ folglich die bewegende Kraft in

$$E = h - \frac{l}{L} \cdot \left(H - \frac{V^2}{478}\right),$$ hiervon geht für die Geschwindigkeit V der Theil $\frac{V^2}{478}$ verloren, daher die Höhe des Drucks in

$$E = h - \frac{l}{L} H - \frac{V^2}{478}\left(1 - \frac{l}{L}\right).$$

Ist das Gefälle $DB = b$ für die ganze Röhrenleitung gleichförmig, so ist $BF = \frac{l}{L} b$, und $AF = h = a + \frac{l}{L} b$, folglich der Druck in

$$E = a + \frac{l}{L} b - \frac{l}{L}(a + b) - \frac{V^2}{478}\left(1 - \frac{l}{L}\right)$$

$$= a\left(1 - \frac{l}{L}\right) - \frac{V^2}{478}\left(1 - \frac{l}{L}\right)$$

$$= \left(a - \frac{V^2}{478}\right) \cdot \left(1 - \frac{l}{L}\right)$$

Wenn die Wasserhöhe a in dem Behälter klein, und dagegen das Gefälle der Röhrenleitung groß ist, so kann $\frac{V^2}{478}$ nicht nur = a, sondern selbst größer als a werden. Im ersten Fall wird der Druck auf die Röhrenwand = 0, und im andern Fall eine negative Größe. Dieß scheint zwar anfänglich sonderbar, ist aber der Erfahrung völlig gemäß. Es sey $AB = a = 1$ Fuß $DB = 20$ Fuß, so würden (wie schon §. 18. erinnert worden ist, den Widerstand der Röhre und Druck der Luft bey Seite gesetzt) die tiefern Queerschnitte des durch die Röhrenleitung fließenden Wassers immer schneller sinken, und sich daher von den obern trennen. Da der Widerstand der Röhre mit ihrer Länge abnimmt, so kann bey einem ansehnlichen Gefälle v leicht größer werden, als die zur Höhe a gehörige Geschwindigkeit. In

diesem Fall verhindert blos der Druck der Luft das Trennen der Wasserschichten in der Röhrenleitung, und wenn man in diesem Fall in E eine Oeffnung anbringt, so wird die Luft durch die Oeffnung aus demselben Grund eindringen, aus welchem sie die Wasserschichten von B aus beschleunigt. Dieß kann man sehr deutlich an einem gläsernen Heber Fig. 13.* sehen, an dessen längern Schenkel bey a eine kleine Röhre in die Höhe geht. Hier kommt es blos auf die Neigung an, die man dem Schenkel ac giebt, ob das Wasser, während es durch c auslauft, in ab in die Höhe steigen, oder nicht eindringen, oder Luft einsaugen und mit sich fortreißen soll.

29) Es ist noch der Fall zu betrachten übrig, wenn das Wasser bey C Fig. 12. nicht durch die volle Röhrenweite, sondern durch eine kleinere Oeffnung e abfließet. Daß hierdurch der Druck auf die Seitenwände der Röhrenleitung vergrößert werde, erhellet von selbst. Der Querschnitt der Oeffnung heiße $= e$, der Röhre $= \omega$, die Geschwindigkeit des zur Oeffnung e ausfließenden Wassers $= c$, die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhrenleitung $= v$, die Geschwindigkeit, die es bey der vollen Oeffnung der Röhrenweite haben würde $= V$, so ist $v = \frac{e}{\omega} c$ kleiner als V. Die Bezeichnung der übrigen Größen ist wie im vorhergehenden Paragraph.

Wegen der geringern Geschwindigkeit des Wassers in der Röhrenleitung ist auch der Widerstand derselben geringer, und ich nehme an $V^2 : v^2 = R : r$, wo R und r die Widerstände der Röhrenleitungen bezeichnen, folglich $r = \frac{v^2}{V^2} R$.

Für die Länge $BE = l$ ist der Widerstand $= \frac{l}{L} r = \frac{l}{L} \cdot \frac{v^2}{V^2} \cdot R = \frac{l}{L} \cdot \frac{v^2}{V^2} \cdot \left[H - \frac{V^2}{478}\right] = \frac{l}{L} \left[\frac{v^2 H}{V^2} - \frac{v^2}{478}\right]$, folglich die bewegende Kraft in

$E = h - \frac{l}{L}\left[\frac{v^2}{V^2} H - \frac{v^2}{478}\right]$, hiervon geht für die Geschwindigkeit v die Höhe $\frac{v^2}{478}$ verloren, folglich hat man den Druck in

$$E = h - \frac{l}{L} \frac{v^2}{V^2} H - \frac{v^2}{478}\left[1 - \frac{l}{L}\right].$$

Wäre $l = L$ oder läge E am Ende der Röhrenleitung, so hat man den Druck für diese Stelle

$$= H - \frac{v^2}{V^2} H = \frac{V^2 - v^2}{V^2} H.$$

Ist v nicht durch Erfahrung aus c gegeben, so läßt es sich auch folgendermaßen berechnen. Der Druck $\frac{V^2 - v^2}{V^2} H$ wirkt auf die Oeffnung e, und erzeugt verbunden mit der Geschwindigkeit v, die Geschwindigkeit c, nun gehöret zu v eine Druckhöhe $= \frac{v^2}{4g}$, folglich zu c die Höhe

$$\frac{V^2 - v^2}{V^2} H + \frac{v^2}{4g}, \text{ dieß giebt}$$

$$c = 2n\sqrt{g}\sqrt{\frac{V^2 - v^2}{V^2} H + \frac{v^2}{4g}}$$

wo n die Zusammenziehung des Strahles bedeutet, je nachdem e eine Oeffnung in einer dünnen Platte, oder selbst eine kurze Röhre ist.

Hieraus die Ausflußmenge

$$M = ec = wv = 2en\sqrt{g}.\sqrt{\frac{V^2 - v^2}{V^2} H + \frac{v^2}{4g}}$$

Auf beyden Seiten quadrirt, giebt

$$w^2 v^2 = 4e^2 n^2 g\left(\frac{V^2 - v^2}{V^2} H + \frac{v^2}{4g}\right)$$

oder $$\frac{\omega^2 v^2}{n^2 e^2} - v^2 + \frac{v^2}{V^2} 4 g H = 4 g H$$

und $$v = \sqrt{\frac{4 g H}{4 g \frac{H}{V^2} - 1 + \frac{\omega^2}{n^2 e^2}}}$$

wo v durch V und bekannte Größen gegeben ist, V aber nach (§. 22. 24.) berechnet werden kann.

30) Anmerkung. Die von (26) an vorgetragenen Sätze lehren den Druck des fließenden Wassers gegen Röhrenleitungen jederzeit durch die Höhe einer ruhenden Wassersäule darzustellen, und dienen als Ergänzung zu dem, was Hydrostat. (23.) über diesen Gegenstand gesagt worden ist. Da die Höhe des Drucks eines in Röhrenleitungen fließenden Wassers beständig kleiner ist, als die gesammte Tiefe des Röhrenstücks unter dem Wasserspiegel (die hydrostatische Höhe des Drucks) und, wenn die Geschwindigkeit des fließenden Wassers groß ist, beträchtlich kleiner werden kann, so erhellet, daß man der Röhrenleitung in manchen Fällen eine unnöthige Stärke geben würde, wenn man überall die hydrostatische Höhe bey der Berechnung der Stärke zum Grunde legen wollte. Endlich ist auch hieraus klar, warum die in Röhrenleitungen eingesperrte Luft den Druck auf die Röhrenwände vergrößert, indem sie die Geschwindigkeit des Wassers verzögert, oder ganz aufhebt.

Von Springwerken.

31) Unter einem Springwerk versteht man jede Vorrichtung Fig. 14, wodurch das Wasser durch eine Oeffnung e mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit hervorspringt.

Die Oeffnung e, welche sich in einer dünnen Platte befinden, oder auch eine kurze conische oder cylindrische Ansatzröhre seyn kann, pflegt man das Mundstück zu nennen.

Die Erfahrung lehret, daß die erstere Einrichtung für Springwerke die vortheilhafteste ist, und man nimmt

gewöhnlich an, die Geschwindigkeit eines durch eine Oeffnung in einer dünnen wagrechten Platte hervorspringenden Wasserstrahles, sey der zur Fallhöhe AB gehörigen Geschwindigkeit gleich. Dieser Satz leidet jedoch Einschränkungen, wie die folgende Betrachtung lehret.

Aus (§. 29.) erhellet, daß die Höhe des Drucks auf die Stelle e der Röhrenwand $= \frac{V^2 - v^2}{V^2} H$ ist, wenn H die Fallhöhe, v die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhrenleitung, und V die Geschwindigkeit bezeichnet, womit es durch die volle Röhrenweite bey E ausfließen würde. Soll der Ausdruck $\frac{V^2 - v^2}{V^2} H = \left[1 - \frac{v^2}{V^2}\right] . H$ von H nicht verschieden seyn, so muß $\frac{v^2}{V^2}$ ein sehr kleiner Bruch seyn, welches der Fall ist, wenn die Länge der Röhrenleitung kurz, und die Weite der Oeffnung e gegen die Röhrenweite sehr gering ist.

Es nähert sich indessen $\frac{V^2 - v^2}{V^2} H$ dem Werth H für die Ausübung hinlänglich, wenn man $\frac{v^2}{V^2} = \frac{1}{100}$, oder $V = 10 v$ setzt. Da nun $v = \frac{n e}{w} c$ ist, wenn w die Röhrenweite, n die Zusammenziehung, und c die Geschwindigkeit des Strahles in der Oeffnung e bedeuten, so hat man

$$V = 10 . \frac{n e}{w} c, \text{ und für c seinen Werth} = 2\sqrt{gH}$$

geschrieben

cylindrischen Ansatzröhre $\frac{13}{16}$ der theoretischen Ausflußmenge. Man heiße c die zur letztern gehörige Geschwindigkeit, so hat man $c = \sqrt{4gH}$. Nun fließet vermöge der Erfahrung das Wasser durch cylindrische Ansatzröhren zur vollen Oeffnung aus, folglich rühret die verminderte Ausflußmenge von der Verminderung der Geschwindigkeit her. Man nenne die verminderte Geschwindigkeit $= c^1$, so hat man

$$c^1 = \frac{13}{16} \sqrt{4gH} = 0{,}81 \sqrt{4gH}.$$

Es verhält sich die Geschwindigkeit durch eine Oeffnung in einer dünnen Platte zur Geschwindigkeit in einer kurzen cylindrischen Ansatzröhre $= 1 : 0{,}81$, und da sich die Druckhöhen wie die Quadrate der Geschwindigkeiten verhalten, so wird man die Druckhöhe bey einer cylindrischen Ansatzröhre in dem Verhältniß von

$$0{,}81^2 : 1 = 0{,}66 : 1{,}00$$

vermehren müssen, wenn sie mit einer Oeffnung in einer dünnen Platte gleiche Strahlhöhe geben soll, oder oder die Strahlhöhe wird bey gleicher Druckhöhe nahe in dem umgekehrten Verhältniß kleiner ausfallen, welches auch die Erfahrung bestättigt. Bossut ließ unter einer Druckhöhe von 11 Fuß einen Strahl aus einer cylindrischen Ansatzröhre, und aus einer Oeffnung in einer dünnen Platte von gleicher Größe, 4 Linien im Durchmesser, springen. Der Strahl durch die Oeffnung in der dünnen Platte erreichte eine Höhe von 10 Fuß 5 Zoll 10 Linien, der Strahl durch die cylindrische Ansatzröhre gieng nur 7 Fuß 1 Zoll 6 Linien hoch.

Nimmt man 0,66 . 10,5 Fuß, so erhält man eine Strahlhöhe für die cylindrische Ansatzröhre von 6 Fuß 11 Zoll 2 Linien, nicht viel von der Erfahrung entfernt.

Für conische Ansatzröhren wird man für die Ausübung hinlängliche Genauigkeit erhalten, wenn man das arithmetische Mittel von den Gliedern der Verhältniß $1 : 0{,}66 = 0{,}83$ nimmt, und die Druckhöhen im Verhältniß von $83 : 100$, vermehret, oder die Strahlhöhen, im umgekehrten Verhältniß vermindert.

34) Anmerkung. Nach Bossuts Erfahrungen erreichte ein Strahl bey einer Röhrenweite von 1 Zoll im Durchmesser, und einer Druckhöhe von 3 Fuß 2 Zoll 11 Linien = 3,243 Fuß die größte Höhe, wenn der-

Durchmesser des Mundstücks $3\frac{1}{2}$ Linien betrug. Nimmt man nun mit Langsdorf den ebenfalls aus der Erfahrung gezogenen Satz an: daß sich die Größen der Mundstücke, oder die Quadrate ihrer Durchmesser, wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen verhalten müsse, so kann man vermittelst der Proportion

$$\sqrt{3{,}243} : \sqrt{H} = 3{,}5^2 : S^2$$

den Durchmesser S des Mundstücks in Linien, für eine in Fußen gegebene Druckhöhe H finden. Setzt man $H = 50$, so erhält man $S = 6{,}935$ Linien. Herr Langsdorf nimmt dafür im Mittel aus mehreren Erfahrungen die runde Zahl 7 Linien.

35) **Die Wassermenge zu finden, welche ein Springwerk bey der vortheilhaftesten Einrichtung in der Zeit t giebt.**

Unter der Bedingung gehöret die Geschwindigkeit c des hervorspringenden Strahles zur ganzen Druckhöhe H, und man hat

$$m = tne\sqrt{4gH}$$

wenn n die Zusammenziehung des Strahles, und e die Weite des Mundstücks bedeutet.

36) Anmerkung. Die Sätze 31 — 35. enthalten alles, was zur Bestimmung der vortheilhaftesten Anlage eines Springwerks gehöret. Ich will ihre Anwendung durch ein Beyspiel erläutern.

Es sey die gegebene Fallhöhe = 30 Fuß, die Entfernung des Wasserbehälters vom Springwerk = 1000 Fuß, ich nehme an, die Röhrenleitung könne geradlinicht geführet werden, man sucht den Durchmesser des Mundstücks der Röhrenleitung, die Höhe des Strahles und die abfließende Wassermenge in einer Minute.

Aus (34) hat man

$$\sqrt{50} : \sqrt{30} = 7^2 : S^2$$

giebt $S^2 = 37{,}9$, $S = 6{,}15$ Linien, wofür ich 6 Linien schreibe. Dieß giebt e oder die Größe der Oeffnung in Quadratzollen = 0,196 und nach (31)

$M = w V = 10 n e \sqrt{4 g H}$

$= 10 \cdot \frac{10}{16} \cdot 0{,}196 \sqrt{724 \cdot 360}$ für eine Oeffnung in einer dünnen Platte

$= 10 \cdot \frac{13}{16} \cdot 0{,}196 \sqrt{724 \cdot 360}$ für eine cylindrische Ansatzröhre. Der erste Ausdruck giebt M = 623 Cubikzolle. Hieraus findet man den Durchmesser der Röhrenleitung D nach (25)

$$= \sqrt[5]{\frac{623^2 \cdot 0{,}18 \cdot 1000}{0{,}785^2 \cdot 478 \cdot 360}} = 3{,}66 \text{ Zoll.}$$

Die Strahlhöhe h ergiebt sich aus der Tafel (32) sehr nahe 27 Fuß 6 Zoll, und die Ausflußmenge m in einer Minute aus (35)

$$= 60 \tfrac{10}{16}\, 0{,}196 \sqrt{724 \cdot 360} = 3738 \text{ Cub. Zolle.}$$

Wäre umgekehret die Zuflußmenge in einer Minute gegeben, so müßte man daraus S, e und D bestimmen. Auch erhellet von selbst, wie die Rechnung für cylindrische und conische Mundstücke geführet werden müßte.

Von der Bewegung des Wassers in offenen Kanälen und Flüssen.

37) Unter Kanal im Allgemeinen verstehe ich hier jede Vertiefung, in welcher Wasser fließet. Die Kanäle unterscheiden sich von den Röhrenleitungen dadurch, daß sie oben offen sind, und das in ihnen fliessende Wasser nicht von allen Seiten umschließen. Man theilet sie in künstliche und natürliche ein. Die natürlichen Kanäle erhalten in Hinsicht ihrer Größe die verschiedenen Namen: Bäche, Flüsse, Ströhme. Da diese Benennungen bloß relativ sind, so werde ich der Kürze halber dafür den allgemeinen Namen: Fluß, beybehalten. Die künstlichen Kanäle dienen entweder bloß zur Schiffahrt, oder sie führen das Wasser zur Betreibung gewisser Maschinen herbey, oder sie dienen zu beyden Absichten zugleich. Die Maschinenkanäle erhalten verschiedene Namen, je nachdem das Wasser, welches sie führen, zur Bewegung gewisser

Maschi-

Maschinen verwendet wird, als Kunstgräben, wenn sie Kunstgezeuge (Pumpenwerke), Poch- oder Wäschgräben, Mühlengräben, Hüttengräben, wenn sie Poch- oder Waschwerke, Mühlen- oder Hüttenwerke betreiben. Der ausgehöhlte Weg, worin das Wasser eines Kanales oder Flusses lauft, heißt das Bette (der Rinnsaal), der untere Theil des Bettes heißt der Grund oder Boden, die Seitenwände heißen die Ufer des Bettes. Um eine richtige Vorstellung von der Gestalt des Bettes zu erhalten, muß man sich sowohl parallel mit den Ufern als auch unter rechten Winkeln auf dieselbe lothrechte Querschnitte durch das Bette denken; jene nennt man Breitenprofile, diese Längenprofile des Bettes. Hiermit muß man den geometrischen Grundriß eines Kanales oder Flusses verbinden, um die Krümmungen desselben und seinen Lauf im Ganzen daraus zu beurtheilen.

Den Breitenprofilen der künstlichen Kanäle giebt man meistens die Gestalt eines Rechtecks oder Trapeziums, seltener eines Halbkreises. Die Breitenprofile der natürlichen Flußbetten hingegen sind fast immer krummlinigte Figuren, jedoch selten halbkreisförmige, wie abc Fig. 15., sondern flächer gekrümmte (meistens parabolisch) wie dbe. Die Ursache hiervon wird die Folge lehren. Die lothrechte Linie fb oder die größte Tiefe eines Breitenprofiles heißt auch der Wasserstand, der Umfang dbe die Wand des Bettes.

38) Anmerkung. Die Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen und offenen Kanälen folgt (einzelne Ausnahmen abgerechnet) im Ganzen denselben Gesetzen wie leicht aus folgender Betrachtung erhellet. Man denke sich längst der Axe einer cylindrischen Röhrenleitung einen horizontalen Queerschnitt, und vermittelst desselben die ganze obere Hälfte der Röhrenleitung abgehoben, übrigens bleibe alles unverändert, so verwandelt sich die Röhrenleitung in einen halbkreisförmigen offnen Kanal. In demselben ist die bewegte Wassermasse, folglich auch die bewegende Kraft nur halb so groß, aber auch der von der Wand herrührende Wider-

stand ist nur halb so groß, und die mittlere Geschwindigkeit bleibt unverändert. Man versteht unter der mittlern Geschwindigkeit diejenige, welche in den senkrechten Queerschnitt eines Kanales oder einer Röhrenleitung multipliciret die in der Zeiteinheit (z. B. 1 Secunde) durch den Queerschnitt fliessende Wassermenge giebt. Bey Röhrenleitungen kann man, wenn nicht mit geometrischer Schärfe, doch der Wahrheit nahe, allen durch einen Queerschnitt fließenden Wasserfäden gleiche Geschwindigkeit zuschreiben. Bey Kanälen, deren Queerschnitte oft von beträchtlicher Größe sind, ist die mittlere Geschwindigkeit von der Geschwindigkeit der einzelnen Wasserfäden nicht selten verschieden, wie die Folge umständlicher lehren wird.

Hr. v. Büat hat das Verdienst, daß er zuerst die Bewegung des Wassers in Kanälen und Röhren unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunct betrachtete, und eben dadurch einen Haupttheil der Hydraulik auf einfache und mit der Erfahrung übereinstimmende Grundsätze zurückführte. Ich habe aber schon in der Anmerkung (22) erwähnt, daß die Büatische Formeln für die Geschwindigkeit des Wassers in Kanälen und Röhren etwas verwickelt und für die Ausübung unbequem sey.

Ich folge daher, nach dem Beyspiel mehrerer deutschen Hydrauliker, (man sehe Woltmann's Beyträge zur hydraul. Architectur 1 B. S. 163 f. und insbesondere Lempes technische Maschinenlehre, 1 Thl. 2te Abth. wie auch desselben Zusätze zur deutschen Uebersetzung von Büats Grundlehren der Hydraulik) in der Darstellung der Büatischen Theorie nicht ihrem Erfinder, sondern trage sie so vor, wie ich glaube, daß sie Anfängern am überzeugendsten, und zugleich für die Ausübung bequem ist.

39) ABCH Fig. 16. I. II. stelle das Längenprofil eines Wasserbehälters, BCDE eines damit verbundenen Kanals vor.

Der Wasserbehälter sey anfänglich von allen Seiten verschlossen, folglich das darin enthaltene Wasser in Ruhe, und dessen Oberfläche AB wagrecht. Man denke sich, die nach dem Kanal gehende Wand des Behälters BC plötzlich hinweggenommen, so wird das

Wasser, vermöge seines hydrostatischen Drucks nach BC, dem nun nichts mehr entgegenwirkt, zerfliessen, aber eben dadurch muß der Wasserspiegel AB sich aus der horizontalen in die geneigte Lage AG begeben, und diese Neigung wird in dem Kanal nach GF fortdauern, wenn wie Fig. 16. I. der Boden des Kanals CD wagrecht ist. Man kann sich in diesem Fall den Kanal als eine Verlängerung des Behälters, oder AHDE als einen Behälter denken, in welchem anfänglich der Wasserspiegel die horizontale Lage AE hatte, und nachdem das Wasser durch das Breitenprofil DF abfließet, in die geneigte Lage AF gekommen ist. Der Neigungswinkel A wird bey übrigens gleichen Umständen desto kleiner seyn, je länger der Kanal oder der Behälter ist.

Denkt man sich alle Hindernisse der Bewegung bey Seite, so würde das Wasser durch F mit einer zur Höhe FE, durch D mit einer zur Höhe ED gehörigen Geschwindigkeit fließen. Die mittlere Geschwindigkeit des gesammten Querschnitts DF wird daher desto größer seyn, je stärker bey unveränderlicher Druckhöhe AH die Neigung des Wasserspiegels AF ist.

Ist der Kanal CD Fig. 16. II. geneigt, so tritt bey Oeffnung des Behälters (alle Hindernisse der Bewegung weggedacht) das Wasser in C mit der zur Höhe BC, in G mit der zur Höhe BG gehörigen Geschwindigkeit in den Kanal.

In dem Breitenprofil DF hat das Wasser durch den Fall auf der geneigten Ebene in D die zur Höhe ED, in F die zur Höhe EF gehörige Geschwindigkeit. Da folglich die mittlere Geschwindigkeit des Breitenprofils DF größer ist als die mittlere Geschwindigkeit des Breitenprofils GC, so wird bey gleicher Breite des Kanales der Wasserstand DF niedriger seyn, als GC, oder der Wasserspiegel GF wird stärker geneigt seyn als der Boden CD des Kanals, weil ohne diese Bedingung nicht gleiche Wassermengen in gleichen Zeiten

durch die verschiedenen Breitenprofile des Kanals fliessen würden, oder der Wasserstrohm in keinen Beharrungsstand kommen könnte.

40) Aus den Sätzen des vorstehenden Paragraphs würde folgen, daß das Wasser in horizontalen und noch vielmehr in geneigten Kanälen, wenn es nur an der einen Seite einen freyen Abfluß und von der andern Seite einen steten Zufluß hätte, mit beschleunigter Geschwindigkeit sich bewegen müßte, und diese Beschleunigung würde desto größer seyn, je größer der schon zurückgelegte Weg des fortfließenden Wassers wäre.

Dieser Folge widerspricht aber die Erfahrung gänzlich, welche vielmehr lehret, daß die Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen sich desto mehr der Gleichförmigkeit nähert, je länger ihr Bett ist. Und man kann mit Hrn. Büat die Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen von beträchtlicher Länge als völlig gleichförmig ansehen, einzelne Ausnahmen abgerechnet, wo durch einen gähligen Absturz, oder plötzliche Verengerung des Bettes Wasserfälle mit beschleunigter Bewegung erzeugt werden. Man nennt den Zustand, wo sich die Bewegung des Wassers in einem Kanal der Gleichförmigkeit möglichst genähert hat, den gleichförmigen Beharrungszustand des Wassers im Kanal und die dabey Statt findende mittlere Geschwindigkeit die Normalgeschwindigkeit.

Die Hindernisse, welche das Bette einem im gleichförmigen Beharrungszustande strömenden Wasser entgegensetzt, müssen daher so beschaffen seyn, daß sie die durch die Schwere erzeugte Beschleunigung gänzlich oder doch größtentheils aufheben.

Dieß ist der erste Grundsatz von Büats Theorie der gleichförmigen Bewegung des Wassers; der zweyte ist folgender:

Die Kraft, welche ein im gleichförmigen Beharrungszustande fließendes Wasser in Bewegung setzt, ist dem Abhang seiner Oberfläche proportional.

Dieser Satz wird nicht bloß durch die Erfahrung bestätiget, indem das Wasser desto schneller fließet, je stärker das Gefälle seiner Oberfläche ist, sondern er lässet sich auch folgendermaßen durch theoretische Gründe rechtfertigen.

abcd Fig. 17. stelle ein Längenprofil eines im gleichförmigen Beharrungszustande befindlichen Wasserstrohms vor, ab den geneigten Wasserspiegel, cd den Boden des Kanals, der horizontal oder geneigt seyn kann, m bezeichne ein Wasserelement in einer beliebigen Tiefe unter dem Wasserspiegel. Man denke sich vor und hinter dem Elemente zwey lothrechte Wassersäulen von gleichem Querschnitt mit dem Element. Wäre nun alles in Ruhe, so würde das Element nach den entgegengesetzten Richtungen om, nm durch die Kräfte io, ln gepresset werden, und da die erste die andere übertrifft, mit einer ik gleichen Kraft nach mn fortgetrieben werden. Es ist aber ik, dem sin. ilk, oder dem Abhang der Oberfläche ab proportional.

Die Kraft ik bleibt unveränderlich, das Element m mag sich an einer Stelle unter der Oberfläche befinden, wo es will, das ist, alle Elemente der ganzen Wassermasse werden mit einer dem sin. ilk proportionalen Kraft fortgetrieben. Denkt man sich nun die ganze Wassermasse des Längenprofils abdc in gleichförmiger Bewegung, so bleibt das Element m gegen die angränzenden Wassersäulen io, ln in relativer Ruhe, und da die von der Schwere herrührende Beschleunigung des Wassers durch die Hindernisse des Bettes in jedem Augenblick aufgehoben werden, so kann man sich den hydrostatischen Druck in dem gleichförmig bewegten Wasser, wie in dem ruhenden denken,

folglich wird auch die bewegende Kraft noch wie vorhin dem sin. ilk, oder dem Abhang der Oberfläche proportional bleiben.

Man nenne α, α^1 die Neigungswinkel E A F Fig. 16. der Wasserspiegel zweyer mit gleichförmiger Bewegung, aber verschiedenen Geschwindigkeiten, fliessenden Wassermassen, die bewegenden Kräfte K, K^1. so hat man

$$K : K^1 = \sin.\ \alpha : \sin.\ \alpha^1$$

Nennt man die Länge AG des Wasserspiegels, für welche das Gefälle BG = 1 ist b, b^1 (z. B. b = 1000, wenn auf 1000 Zoll 1 Zoll Gefälle kommen), so hat man

$$\sin.\ \alpha = \frac{1}{b},\ \sin.\ \alpha^1 = \frac{1}{b^1},$$

und $$K : K^1 = \frac{1}{b} : \frac{1}{b^1}.$$

Wirkte der bewegenden Kraft nichts entgegen, so würde sie eine Beschleunigung des Wassers hervorbringen, welche der Beschleunigung der Schwere auf der geneigten Ebene AF gleich wäre.

41) Die Hindernisse, welche sich der Bewegung des Wassers in Kanälen entgegensetzen, sind theils bleibend, theils zufällig. Unter die bleibenden Hindernisse gehören der von der anziehenden Kraft der Rauhigkeit, und der geometrischen Gestalt des Bettes und von der Cohäsion der Wassertheilchen herrührende Widerstand. Unter die zufälligen Hindernisse rechnet man vorzüglich, plötzliche Fluthen oder Eisgänge, wodurch eine relative Verengerung des Bettes und Wasserstauungen veranlaßt werden können, heftige Stürme, welche dem Strohm des Wassers entgegenwirken, und ihn aufhalten, und endlich alle willkührlich von Menschen in dem Bette gemachten Veränderungen, die nicht bleibend sind, und der Bewegung des Wassers entgegen wirken.

Die letzte Klasse von Hindernissen setze ich hier ganz bey Seite, und betrachte bloß die erste etwas näher. Es ist aber bereits §. 20. bey den Röhrenleitungen von dem Widerstande geredet worden, welchen das Bette der Bewegung des Wassers entgegensetzt. Die dortigen Sätze finden auch bey offenen Kanälen ihre Anwendung, und ich setze noch Folgendes als Ergänzung hinzu. Am angeführten Ort habe ich durch Gründe wahrscheinlich gemacht, daß die Verzögerung des in geradlinichten Röhrenleitungen fließenden Wassers größtentheils der Wirkung der anziehenden Kraft der Wände zugeschrieben werden müsse, weil die kleinen Rauhigkeiten der geradlinichten Röhrenwände bald mit einer Wasserhülle überkleidet werden, welche den unmittelbaren Anstoß der bewegten Wasserfäden an die Röhrenwand verhindern.

Bey den Wänden der Kanäle, und besonders bey den natürlichen Flußbetten, verhält es sich anders, hier sind der Unebenheiten in dem Bette, wenn es auch im Ganzen für geradlinicht gehalten werden muß, so viele, daß die zunächst der Wand sich befindenden Wasserfäden alle Augenblicke anstoßen, und dadurch in ihrer Bewegung aufgehalten werden, welche Verzögerung sich denn den weiter von der Wand entfernten Wassertheilchen durch die Wirkung der Cohäsion und des Stoßes mittheilet.

Indessen werden die Gesetze des von der Wand herrührenden Widerstandes, er mag nun von der Unebenheit des Bettes, oder von der anziehenden Kraft desselben, oder von beyden Ursachen zugleich herrühren, dieselben bleiben, wie wir sie §. 21. dargestellt haben. Das ist, die Größe des Widerstandes wird im umgekehrten Verhältniß des Breitenprofils, im directen des Umfanges, und des Quadrates der mittlern Geschwindigkeit stehen. Das zuletzt genannte Verhältniß wird insbesondere bey offenen Kanälen durch die Erfahrung noch vollkommener bestätiget, als bey Röhrenleitungen.

Man nenne bey zwey verschiedenen Kanälen, die Widerstände der Betten W : w, die mittlern Geschwindigkeiten des Wassers V, v, die Umfänge der Breitenprofile, oder die Wand der Betten P, p, die Breitenprofile selbst Q, q, so hat man.

$$w : W = \frac{v^2 p}{q} : \frac{V^2 P}{Q}$$

$$= \frac{v^2}{\frac{q}{p}} : \frac{V^2}{\frac{Q}{P}}$$

Der Quotient des Querschnitts oder Flächeninhalts des Breitenprofils durch den Umfang kann jederzeit durch eine Linie ausgedruckt werden. Z. B. für ein halbkreisförmiges Breitenprofil abc Fig. 15. wäre $\frac{q}{p} =$ $\frac{1}{2}$ bf dem halben Halbmesser gleich. Büat nennt diesen Quotienten allgemein den mittlern Halbmesser, und schreibt dafür einen Buchstaben = r. Dieß gäbe

$$w : W = \frac{v^2}{r} : \frac{V^2}{R}$$

Da ferner nach dem ersten Grundsatz der Büatischen Theorie

$K^1 : K = w : W$, so hat man auch

$$K^1 : K = \frac{v^2}{r} : \frac{V^2}{R} \text{ oder}$$

$$\frac{1}{b'} : \frac{1}{b} = \frac{v^2}{r} : \frac{V^2}{R}, \text{ folglich}$$

$$\frac{V^2}{R} \cdot \frac{1}{b'} = \frac{v^2}{r} \cdot \frac{1}{b} \text{ und}$$

$$V^2 = \frac{b^1 v^2}{r} \cdot \frac{R}{b}$$

$$V = \sqrt{\frac{b^1 v^2}{r}} \cdot \sqrt{\frac{R}{b}}$$

Bestimmt man $\sqrt{\frac{b^1 v^2}{r}}$ für einen Kanal durch die Erfahrung, und schreibt dafür A, so erhält man den einfachen Ausdruck

$$V = A \sqrt{\frac{R}{b}} = A \sqrt{R} \,.\, \sin.\, \alpha \left(\sqrt{\frac{1}{b}} = \sin.\, \alpha \text{ gesetzt}\right)$$

für die mittlere Geschwindigkeit eines in geradlinichten Kanälen im gleichförmigen Beharrungszustand ströhmenden Wassers. Mehrere von Büat in offenen Kanälen und Flüssen angestellte Erfahrungen geben im Mittel

A	= 309,47	für par. Zolle
	= 89,33	für par. Fuße
	= 315,	für rheinl. Zolle
	= 91.	für rheinl. Fuße

Die Werthe von A für andere Maaße lassen sich aus dem gegebenen Verhältniß der Maaße leicht berechnen. Man findet in dem oben angeführten 2ten Theil von Lempe's Maschinenlehre S. 90. eine Tafel der Werthe von A für die bekanntesten Maaße.

42) Anmerkung. Die Büatische Theorie von der gleichförmigen Bewegung des Wassers kann zwar nur als eine Annäherung zur Wahrheit gelten, indessen werden die folgenden Beyspiele beweisen, daß sie wenigstens in manchen Fällen nicht viel von der Erfahrung abweicht. Ich wähle aus den vielen von Büat in seiner Hydraulik S. 94. (der deutschen Uebers. von Lempe) mitgetheilten Versuchen einige auf geradewohl.

No. 90. betrug der Queerschnitt eines trapezförmigen Kanals 18,84 Zolle, der Umfang 13,06, folglich der mittlere Halbmesser

$$R = \frac{18,84}{13,06} \text{ und } \sqrt{R} = 1,20107 \text{ , } b = 212$$

die mittlere beobachtete Geschwindigkeit 27,51 Zolle. Nach der Formel $V = 309,47 \sqrt{\frac{R}{b}}$ findet sich 25,53 Zoll.

No. 107. für einen rechtwinklichten Kanal $b = 458$, $\sqrt{R} = 1,274$ gesetzt giebt $v = 18,4$ die Beobachtung gab 20,24.

No. 116. in dem Kanal du Jard
$b = 8919$, $\sqrt{R} = 6,358$ giebt $v = 20,83$ die Beobachtung gab 17,42.

No. 122. in dem Hayne Fluß
$b = 6048$, $\sqrt{R} = 7,44$ giebt $v = 29,6$ die Beobachtung gab 35,1

Wir wollen nun, ehe wir zu den Anwendungen der vorgetragenen Theorie fortschreiten, sehen, wie Büat bey gekrümmten Kanälen den von den Krümmungen herrührenden Widerstand in Rechnung zu bringen versucht hat.

43) Eine Krümmung abd Fig. 18. eines Kanals ist regelmäßig, wenn der mittlere Wasserfaden eb von der Wand in b so zurückgeworfen wird, daß er nach der Rückprallung in bf die Breite des geradlinichten Bettes gd halbiret und mit den Ufern parallel lauft, unregelmäßig, wo dieß nicht geschieht, wie bey der Rückprallung $e\alpha\beta\gamma$. Eine Rückprallung heißt einfach, wenn der mittlere Wasserfaden die gekrümmte Wand des Bettes nur in einem Punct b, doppelt, wenn er sie in zwey Puncten α, β, dreyfach, wenn er sie in drey Puncten berühret u. s. w. Die gleichen Winkel abe, βbf heißen Einfalls- und Rückprallswinkel.

Zur Bestimmung des von den Rückprallungen entstehenden Widerstandes (den man sich als eine Verminderung des Gefälles denken kann) stellt Büat folgende Grundsätze auf. Der Krümmungswiderstand verhält sich, bey übrigens gleichen Umständen,

1) wie die Quadrate der Geschwindigkeiten,

2) wie die Quadrate der Sinusse der Einfallswinkel,

3) wie die Anzahl der Rückprallungen, oder er ist in dem zusammengesetzten Verhältniß, der drey einzeln genannten Verhältnisse.

Man nenne bey zwey Kanälen die Krümmungswiderstände x, X
die Geschwindigkeiten v, V
die Einfallswinkel e, E
die Zahl der Rückprallungen n, N
so hat man

$x : X = n\ v^2\ \mathrm{Sin.}\ e^2 : N\ V^2\ \mathrm{Sin.}\ E^2$

44) Anmerkung. Die Büatischen Sätze (43) gründen sich auf die gewöhnliche Theorie des Stoßes flüssiger Körper, welche weiter unten vorgetragen werden soll. Hier stehen sie als Erfahrungssätze. Freylich wäre zu wünschen, daß Büats Erfahrungen über den durch die Krümmungen verursachten Widerstand sich nicht blos auf Röhrenleitungen einschränkten, indessen ist auf der andern Seite zu bedenken, daß die Versuche mit Röhrenleitungen, wo man die Ausflußmengen, die Dimensionen des Bettes und das Gefälle viel sicherer bestimmen kann, als bey künstlichen offnen oder natürlichen Kanälen, eine größere Genauigkeit zulassen.

Man denke sich zwey Röhrenleitungen, eine geradlinigte und eine mit Krümmungen versehene, beyde genau von einerley Länge, Durchmesser und Gefälle, oder gleichen Druckhöhen, so wird die geradlinichte Röhrenleitung in gleicher Zeit mehr Wasser geben als die krummlinichte. Sollen beyde gleich viel Wasser geben, oder sollen die mittlern Geschwindigkeiten gleich groß seyn, so muß man die Druckhöhe der krummlinichten Röhrenleitung vermehren, und diese Vermehrung giebt

unmittelbar den von der Krümmung herrührenden Widerstand. Ich theile hier einige der Büatischen Erfahrungen zur Erläuterung der darauf gegründeten Sätze mit.

Röhre von 1 Zoll Durchmesser und 117 Zoll Länge.

Nr. der Vers.	Zahl der Rückpral	Einfallswinkel	Geschwindigkeit des Wassers in beyden Röhren	Druckhöhen der geraden Röhren	Druckhöhen der krummen Röhren	Widerstandshöhe.
5	3	36° 0'	84, 945	36, 00	38, 49	2, 49
6	2	36° 0'	= =	= =	37, 50	1, 5
7	1	36° 0'	= =	= =	36, 75	0, 75
9	3	24° 34'	= =	= =	37, 12	1, 12
Röhren von 1 Zoll Durchmesser und 138 ½ Zoll Länge.						
20	4	36° 0'	58, 808	20, 95	22, 59	1, 64
21	4	36° 0'	29, 330	6, 00	6, 41	0, 41

In Nro. 5, 6, 7 ist alles bis auf die Zahl der Rückprallungen gleich, und die Widerstandshöhen verhalten sich auch nahe wie die Zahlen 1, 2, 3.

In Nro. 9 und 5 ist alles bis auf die Einfallswinkel gleich, deren Quadrate sich wie 1 : 2 verhalten, und die Widerstandshöhen verhalten sich nahe eben so.

In Nro. 20 und 21 ist alles bis auf die Geschwindigkeiten, die sich nahe wie 1 : 2 verhalten, gleich, und die Widerstandshöhen verhalten sich wie 1 : 4.

Andere Versuche von Büat bestättigen die (43) aufgestellten Sätze mehr und weniger. Da sich aber alle seine Versuche blos auf regelmäßige Krümmungen, auf den gleichförmigen Beharrungszustand und auf die Einfallswinkel von 24°, 34', 36° und 56° 14' einschränken, und der zuletzt genannte Einfallswinkel schon sehr abweichende Resultate gab, so lassen sich die erwähnten Büatischen Grundsätze von Krümmungswiderstand auch nur unter den Einschränkungen, daß die Krümmungen regelmäßig, das Wasser im gleichförmigen Beharrungszustand, und die Einfallswinkel nicht größer als 36° sind, mit Sicherheit anwenden.

45) Aus der Proportion (43)

$$x : X = n\,v^2\,\text{Sin.}\,e^2 : N\,V^2\,\text{Sin.}\,E^2$$

erhält man $X = \frac{x}{n\,v^2\ \text{Sin. } e^2} \cdot N\,V^2\ \text{Sin. } E^2$

Schreibt man, nach dem 19ten Versuch von Büat, wo bey 10 Rückprallungen von 36°, und einer Geschwindigkeit von 71,59 Zoll, die Widerstandshöhe 5,905 betrug, die nur genannte Zahlen statt n e v x in der vorstehenden Gleichung, so erhält man nach gehöriger Rechnung

$$X = \frac{N\,V^2\ \text{Sin. } E^2}{2998,5}$$

wofür man

$$X = \frac{N\,V^2\ \text{Sin. } E^2}{3000} = 0,00033\ N\,V^2\ \text{Sin. } E^2$$

schreiben kann.

Nennt man die Summe der Quadrate der Sinusse der Einfallswinkel multiplicirt in die Zahl der Rückprallungen, oder N Sin. E^2, mit einem Buchstaben S so findet sich

der Krümmungswiderstand $= 0,00033\ V^2\ S$

diesen Widerstand kann man als eine Größe betrachten, welche von dem Gefälle des Kanals abgezogen werden muß, um das zur Erzeugung der Geschwindigkeit verwendete Gefälle, das lebendige Gefälle zu erhalten.

Es heiße das Gefälle eines Kanals auf die Länge L = G, so ist das lebendige Gefälle auf die Länge L = G — 0,00033 V^2 S. In dem Ausdruck für die mittlere Geschwindigkeit $v = m \sqrt{\frac{R}{b}}$ bezeichnete $\frac{1}{b}$ das Gefälle; wollte man das lebendige Gefälle eines krummlinichten Kanals durch $\frac{1}{\beta}$ bezeichnen, so sage man

$G - 0{,}00033\ V^2\ S : L = 1 : \beta$

oder setze

$$\beta = \frac{L}{G - 0{,}00033\ V^2\ S}$$

Setzt man diesen Werth von β in die Gleichung

$$V^2 = m \sqrt{\frac{R}{\beta}} \text{ oder } V^2 = m^2 \frac{R}{\beta}$$

so erhält man

$$V^2 = m^2\ R\ .\ \frac{G - 0{,}00033\ V^2\ S}{L}$$

und hieraus

$$V^2\ (L + 0{,}00033\ m^2\ R\ S) = m^2\ R\ G$$

$$V = \sqrt{\frac{m^2\ R\ G}{L + 0{,}00033\ m^2\ R\ S}}$$

Schreibt man für $m = 309{,}47$ pariser Zolle, so giebt dieß die mittlere Geschwindigkeit in gekrümmten Kanälen

$$V = 309{,}47 \sqrt{\frac{R\ G}{L + 28{,}74\ R\ S}} \text{ in par. Zollen}$$

$$= 314{,}88 \sqrt{\frac{R\ G}{L + 30{,}47\ R\ S}} \text{ in rheinl. Zollen}$$

Anwendung der Büatischen Theorie von der gleichförmigen Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

Bestimmung der mittlern Geschwindigkeit.

46) Aus der Formel $V = m \sqrt{\frac{R}{b}}$ erhellet, daß die mittlere Geschwindigkeit durch den mittlern Halbmesser R und das Gefälle der Oberfläche des Was-

sers $\frac{1}{b}$ bestimmt wird, der mittlere Halbmesser aber ist durch die Größe und den Umfang des Bettes gegeben. Will man daher die mittlere Geschwindigkeit eines im gleichförmigen Beharrungsstande befindlichen Kanales oder Flusses A B Fig. 19. nach der obigen Formel berechnen, so messe man eine beträchtliche Länge des Kanals A B geometrisch genau, und suche hierauf durch Wasserwägen den Abhang A a der Oberfläche A B, und sage A a : A B = G : L = 1 : b so findet sich die Gefällzahl b.

Hierbey ist Folgendes zu erinnern: Wenn die Abwägung ergäbe, daß der Wasserspiegel keinen gleichförmigen Abhang hätte, sondern z. B. nur von A bis C gleichförmig geneigt wäre, hierauf von C bis E einen mindern Abhang äusserte, endlich aber von E bis B wieder desto stärker geneigt wäre, so würde man daraus schliessen müssen, daß der Kanal nicht im gleichförmigen Beharrungszustande, und die mittlere Geschwindigkeit nicht aller Orten gleich groß sey. Dieser Fall würde eintretten, wenn A B ein Fluß wäre, dessen Bette von A bis C D eine mittlere Breite, bey E F eine starke Verengerung und bey B wieder eine beträchtliche Erweiterung hätte. Hier würde die Geschwindigkeit von A bis C gleichförmig, von C bis E abnehmend, und von E bis B zunehmend gefunden werden. Man müßte daher für jede Strecke eine besondere mittlere Geschwindigkeit suchen. Betrüge die Aenderung des Gefälles von A B nur wenig, so könnte man A a als das gesammte mittlere Gefälle auf die Länge A B annehmen. Bey künstlichen Kanälen, welche ihren Zufluß aus stehenden Wasserbehältern erhalten, ist gewöhnlich der Abhang des Wasserspiegels im Kanal nicht gleich an der Einflußmündung gleichförmig.

Es sey B C Fig. 20. ein durch eine Schütze oder Schleusse verschlossener Wasserbehälter, aus welchem sich das Wasser durch die Schützöffnung A B in den Kanal ergießet.

Das Wasser wird zur Oeffnung mit einer zur Druckhöhe A C gehörigen Geschwindigkeit hervorströhmen, diese Geschwindigkeit wird sich aber von A bis D allmählich bis zur mittlern Geschwindigkeit vermindern, indem sich zugleich das Wasser von A bis D anstauet, und der Wasserspiegel erst von D nach E hin einen gleichförmigen Abhang erhält. Man muß daher bey der Bestimmung des Gefälles den Punct D zum Anfangspunct wählen.

47) Zur Findung des mittlern Halbmessers bey einem künstlichen Kanal, dessen Bette regelmäßig ist, wird es hinreichend seyn, ein Breitenprofil in der Mitte bey C D, Fig. 19. oder wenn der Wasserstand auf die Länge A B merklich verschieden seyn sollte, zwey Breitenprofile an beyden Enden zu messen, und das arithmetische Mittel zwischen beyden zu nehmen.

Beyspiel: Herr Lempe in Freiberg maß im Sommer 1787 mittelst eines Kastens, der 200 Cubikfuß enthielt, die Aufschlagwasser auf dem Himmelsfürst Fundgrube, und fand die Wassermenge in einer Secunde 1970 Cubikzoll. Der Queerschnitt des Kanals war ein Rechteck, 29 Zoll breit und 3 Zoll hoch, folglich der Inhalt 87 □ Zoll, die Wand 29 + 3 + 3 = 35 Zoll und der mittlere Halbmesser R $= \frac{87}{35} = 2{,}4858$ Zoll. Die Neigung des Wasserspiegels fand Hr. Lempe 12′,

dieß giebt Sin. $\alpha = \frac{1}{b} =$ Sin. 12′, folglich

$$V = 309{,}47 \sqrt{2{,}4858 \,.\, \text{Sin.}\, 12'}$$

mit Logarithmen berechnet

$V = 28{,}82$, die Erfahrung giebt

$V = \frac{1970}{87}$, nur 22,64 Zoll.

(Hr.

(Hr. Lempe findet S. 524. der Büatischen Hydraulik v durch Rechnung = 23,799 Zoll, es hat sich aber daselbst ein Rechnungsfehler eingeschlichen.) Von eben dem Gelehrten wurden in demselben Sommer die Aufschlagwasser des Kunst- und Pochrades von der Kröner Fundgrube gemessen. Sie gaben 5910 Cubikzoll in einer Secunde. Das Breitenprofil des Kanals war ein Trapezium, dessen obere Breite 38 Zoll, untere Breite 30 Zoll, Höhe 15 Zoll, schiefe Seitenlinie am Ufer $15\frac{1}{2}$ Zoll betrugen. Dieß giebt für den Inhalt des Queerschnittes $\frac{38 + 30}{2} . 15 = 510$ □ Zoll, Wand = 61 Zoll, mittlere Halbmesser $= \frac{510}{61} = 8{,}36$ Zoll, mittlere Geschwindigkeit nach der Erfahrung $= \frac{5910}{510} = 11{,}6$ Zoll nahe. Das Gefäll des Wasserspiegels betrug auf 100 Lachter $1\frac{1}{3}$ Zoll oder auf 75 Lachter 1 Zoll, folglich

$b = 75 . 6 . 12 = 5400$ Zoll und

$v = 309{,}47 \sqrt{\frac{8{,}36}{5400}} = 12{,}17$ Zoll bis auf $\frac{1}{2}$ Zoll mit der Erfahrung übereinstimmend.

48) Den mittlern Halbmesser in Flüssen oder Ströhmen von beträchtlicher Größe zu bestimmen, ist viel mehreren Schwierigkeiten unterworfen, als bey künstlichen Kanälen, weil es hierbey auf eine genaue Ausmessung des natürlichen Flußbettes ankommt. Im Allgemeinen hätte man folgendermassen dabey zu verfahren: Nachdem man eine Strohmstrecke A B Fig. 19. geometrisch aufgenommen, und abgewogen, und sich eben dadurch versichert hat, ob das Gefälle auf die ganze Strecke gleichförmig sey, so kommt es darauf an, das mittlere Breitenprofil C D zu finden. Man bestimme an beyden Ufern die Puncte C und D so, daß die Linie C D, den Strohmstrich A B unter rechten Winkeln schneidet, und in dieser Linie befestige man in gleichen Entfernungen von einander kleine Fahrzeuge

durch Anker, und messe hierauf an den verschiedenen Stellen a, c, e g Fig. 19. No. 3. die Tiefen des Strohmes a b, c d, e f, g h, durch ein hinabgelassenes Senkbley, oder durch senkrecht auf den Grund gestossene Peilstangen (cylindrische, unten mit Eisen beschlagene Stangen von Holz, welche in Fuße und Theile derselben eingetheilet sind). Aus den bekannten Entfernungen, D a, a c - - - und den zugehörigen Tiefen a b, c d - - - läßt sich das Breitenprofil geometrisch verzeichnen, folglich auch dessen Inhalt und Umfang messen oder berechnen. Da diese Art der Bestimmung von den auf den Strohmstrich rechtwinklichten Breitenprofilen mit vielen Weitläuftigkeiten verbunden ist, so schlägt Hr. Wiebeking (m. s. dessen Vorschläge zur Verbesserung des Wasserbaues S. 9.) vor, die Tiefen des Strohmes nach Richtungen i k, e m, die mit dem Strohmstrich A B spitze Winkel machen, zu messen, weil man nach solchen Richtungen mit Fahrzeugen fahren kann, und folglich die Operation dadurch sehr erleichtert und abgekürzt wird. Hat man mehrere solche Profile, wie i c, e m, ausgemessen, und auch innerhalb des Strohmstriches A B mehrere Tiefen bestimmt, so läßt sich daraus die ganze Figur des Bettes, und folglich auch des rechtwinklichten Breitenprofiles C D herleiten. Aus dem Inhalt und Umfang des letztern findet sich der mittlere Halbmesser, und daraus und dem Gefälle die mittlere Geschwindigkeit des Flusses nach (47).

49) Anmerkung. Es sind mir (einige holländische Versuche ausgenommen, wovon weiter unten geredet wird,) bis jetzt keine Erfahrungen bekannt, wodurch die Anwendbarkeit der Büatischen Theorie auf Flüsse von beträchtlicher Größe allgemein wäre dargethan worden. Die Ursache liegt unstreitig einestheils in den schon erwähnten Schwierigkeiten, welche die geometrisch genaue Bestimmung der natürlichen Flußbetten bey großen Strohmen macht, anderntheils in den unzuverläßigen (erst in neuern Zeiten verbesserten) Hülfsmitteln, deren man sich bediente, die wahre mittlere Geschwindigkeit

eines Flusses von beträchtlicher Größe durch Erfahrung zu bestimmen. Es ist daher, besonders angehenden Hydraulikern, bey der Anwendung solcher Theorien, wie die Buatische (die sich durch ihre Einfachheit sehr empfehlen), so lange ihre Uebereinstimmung mit der Erfahrung nicht allgemein erwiesen ist, Vorsicht zu empfehlen. Man bedenke nur, daß fast alle natürlichen Flüsse durch große Fluthen, Eisgänge und dergleichen, ihre Normalgeschwindigkeit (wenn auch eine solche eine Zeitlang bey kleinem Wasser statt fand) nicht nur in dem Zeitpunct, wo die zufällige Anschwellung des Strohmes eintritt, sondern oft auch nach demselben verändern, weil Aenderungen in dem natürlichen Flußbette bewirkt worden sind, welche durch alle Bemühungen der menschlichen Kunst nicht ganz verhindert werden können. Die Erfahrung wird also immer zu Rath gezogen werden müssen, und die theoretischen Kenntnisse dienen nur dazu, daß man sie mit Verstande zu Rath zieht, welches der bloße Empiriker nicht kann. Man sehe die oben angeführte Wiebekingische Schrift, worin besonders der große Nutzen, welchen gute hydrographische Karten und darüber geführte Strohmjournale leisten, einleuchtend dargethan wird. Man versteht aber unter einer hydrographischen Karte nicht blos einen geometrischen Grundriß des Strohmes, seines Bettes und der daran befindlichen Bauten, nebst den angränzenden Gegenden, sondern auch richtig verzeichnete Breiten- und Längenprofile, nebst Angaben der verschiedenen Wasserhöhen und Geschwindigkeiten sowohl an verschiedenen Stellen der Oberfläche als in der Tiefe des Flusses und dgl. mehr. In das Strohmjournal wird die jedesmalige Beschaffenheit des Flußbettes und der durch die Kunst daran gemachten Veränderungen, nebst den von Zeit zu Zeit erfolgenden natürlichen Veränderungen, den Ursachen, wodurch sie bewirkt wurden, und den Mitteln, die man angewendet hat, ihnen zu begegnen u. s. w. eingetragen.

Diese Bemerkungen führen mich auf die Beschreibung der Werkzeuge, deren man sich bedienet, die Geschwindigkeit des strömenden Wassers zu messen, der Strohmmesser.

50) Die Geschwindigkeit auf der Oberfläche eines Flusses zu messen, dienen die sogenannten Schwim-

mer, Kugeln von Kork, Lindenholz oder Wachs verbunden mit einer guten Secundenuhr. Man misset nämlich an einer Stelle, wo die Strohmbahn eine geradlinichte Richtung hat, eine Länge von 100 oder mehr Fußen genau ab, bemerkt ihre Endpuncte durch kenntliche Zeichen, wirft einen der genannten leichten Körper mitten in den Strohm des Flusses, und bemerkt auf der Uhr genau die Zeit in Secunden, welche er braucht, die abgesteckte Länge zu durchschwimmen. Die Zahl der Secunden dividiret in die Zahl der Fuße giebt die Geschwindigkeit in einer Secunde.

Es erhellet von selbst, daß solche Beobachtungen, wenn sie mit einiger Genauigkeit angestellet werden sollen, wenigstens zwey Beobachter an beyden Enden der abgesteckten Linie erfordern, daß es dabey windstille seyn muß, und endlich daß man hierdurch nur die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche des Flusses im Strohmstrich (d. i. da wo die größte Geschwindigkeit ist) findet. Denn zur Seite an den Ufern des Flusses lassen sich solche Beobachtungen nicht wohl mit Genauigkeit anstellen, einestheils weil die schwimmenden Körper da zu viele Hindernisse antreffen, und anderntheils, weil sie von dem stärker in der Mitte ströhmenden Wasser angezogen werden.

Es ist aber keineswegs verstattet, bey einem Fluß von beträchtlicher Größe die Geschwindigkeit im Stromstrich an der Oberfläche für die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Flusses zu halten. Nach der (40) vorgetragenen Buatischen Theorie, würde (den Widerstand des Bettes bey Seite gesetzt) die Geschwindigkeit aller durch ein senkrechtes Breitenprofil des Flusses ströhmenden Wasserfäden, dem Abhang der Oberfläche proportional, folglich gleich groß seyn. Zieht man man den von dem Bette herrührenden Widerstand in Betrachtung, so ergiebt sich, daß die rund um zunächst an der Wand d b e Fig. 15. des Bettes ströhmenden

Wasserfäden die geringste, und dagegen die in der Mitte der Oberfläche bey f ströhmenden die größte Geschwindigkeit haben müssen. Sollte auch die Erfahrung dieser Vorstellung nicht ganz entsprechen, so erhellet doch daraus, daß man die Geschwindigkeit eines Flusses an mehreren Stellen der Oberfläche und in der Tiefe kennen müsse, um daraus mit einiger Sicherheit auf die mittlere Geschwindigkeit der durch das ganze Breitenprofil d b e ströhmenden Wassermasse schließen zu können.

Hierzu dienen insbesondere die nächstfolgenden Werkzeuge.

51) Pitot's, von Belidor empfohlner Strohmmesser besteht in einer gekrümmten Röhre a b c Fig. 21. deren lothrechter längerer Schenkel b c sich oben, so weit er aus dem Wasser hervorragt, in eine durchsichtige Glasröhre endigt. Der wagrechte Schenkel a b erweitert sich bey a a trompetenförmig. Senkt man den Schenkel c b lothrecht unter das Wasser, und kehret zugleich die Oeffnung a a der Richtung des Strohmes entgegen, so steigt das Wasser in der Röhre über den Wasserspiegel d bis e in die Höhe, und die Höhe d e ist desto größer, je größer die Geschwindigkeit des zu a a einströhmenden Wassers ist. Gewöhnlich setzt man d e der zur Geschwindigkeit in a a gehörigen Höhe gleich, oder wenn diese Geschwindigkeit $= c$, die Höhe $d e = h$, so nimmt man nach (7) $c = 2\sqrt{g h}$ an.

Es ist aber hiergegen einzuwenden, daß das Wasser durch seinen Anstoß und durch den Widerstand in der Röhre einen Theil seiner Geschwindigkeit verlieret, und dieser Verlust ist mit der Gestalt des Instrumentes, der Tiefe, worauf es versenkt wird, und der Geschwindigkeit des Wassers selbst veränderlich. Dieß macht den Gebrauch des Werkzeugs unsicher.

52) c a b Fig. 22. sey ein in Grade getheilter Quadrant, um dessen Mittelpunct c eine an einem Faden herabhängende schwere Kugel wie ein Pendel beweglich sey.

Man versenke die Kugel d in den Strohm A B, so wird der Stoß desselben sie aus der lothrechten Lage in die geneigte c d bringen.

Es bezeichne g d die Größe und Richtung des Strohmstoßes = S, d e das Gewicht der Kugel = p, aus jenem entsteht eine Kraft nach f d = S Sin. g aus diesem eine Kraft nach d f = p . Sin. e, und für den Zustand des Gleichgewichts hat man

$S . \text{Sin.}\ g = p . \text{Sin.}\ e$

Es ist aber $< e = a c d = n$, und wenn, wie meistens verstattet seyn wird, die Richtung des Strohmes für horizontal zu halten ist

$\text{Sin.}\ g = \text{cosin.}\ e = \text{cosin.}\ n$

daher $S . \text{cosin.}\ n = p\ \text{Sin.}\ n$

oder $S = p \dfrac{\text{Sin.}\ n}{\text{cosin.}\ n} = p\ \text{tang.}\ n$

Senkt man die Kugel auf verschiedene Tiefen, oder in Flüsse von unterschiedenen Geschwindigkeiten ein, so giebt das Verhältniß der Tangenten der Neigungswinkel des Pendels das Verhältniß der Stöße, oder der Quadrate der Geschwindigkeiten, wenn man diese jenen proportianal setzt.

Es bezeichnen s, S zwey Stöße, c, C zugehörige Geschwindigkeiten, n, N Neigungswinkel, so hat man

$s : S = c^2 : C^2 = p\ \text{tang.}\ n : p\ \text{tang.}\ N$

$c : C = \sqrt{\text{tang.}\ n} : \sqrt{\text{tang.}\ N}$

Hätte man nun durch Schwimmer die Geschwindigkeit eines Flusses auf seiner Oberfläche, und vermit-

elst des Strohmpendels das Verhältniß der Geschwindigkeiten auf der Oberfläche und in verschiedenen Tiefen gefunden, so ließ sich daraus die Geschwindigkeit des Flusses für jede beliebige Beobachtungsstelle herleiten.

53) Anmerkung. Der Stoß des Wassers auf den biegsamen Faden c d wird bey der Theorie des Strohmpendels ganz ausser Acht gelassen, aber eben dieß macht den Gebrauch des Werkzeugs unsicher. Denn gesetzt, die Geschwindigkeit des Wassers nehme von der Oberfläche nach der Tiefe hin ab, so wird der Faden unter dem Wasser eine krumme Linie d l beschreiben, welche ihren hohlen Theil der Richtung des Strohmes entgegenkehret. Nähme die Geschwindigkeit von der Oberfläche nach der Tiefe hin zu, so würde der convexe Theil der krummen Linie der Richtung des Strohmes entgegengekehret seyn, und in keinem von beyden Fällen würde der Faden den Neigungswinkel a c d genau angeben.

Das Strohmpendel ist indessen unter den bisher bekannten Strohmmessern unstreitig sowohl in Hinsicht seiner Construction als seines Gebrauchs eines der einfachsten Werkzeuge, und die von der Biegsamkeit des Fadens herrührende Unsicherheit ließe sich wohl vermeiden, wenn man statt des Fadens eine unbiegsame Pendelstange wählte, und den Stoß des Wassers auf dieselbe gehörig in Anschlag brächte. Es haben sich mir in dieser Hinsicht mehrere Ideen dargeboten, die aber hier beyzubringen der Raum nicht gestattet.

54) Unter den Strohmmessern, welche nicht unmittelbar die Geschwindigkeit, sondern blos den Stoß des Wassers angeben, verdient noch besonders der Brünningische Strohmmesser erwähnt zu werden. Der vornehmste Theil desselben ist eine Kupferplatte A B C D Fig. 23. 6 rheinländische Zoll im Quadrat, welche bey dem Versuche rechtwinklicht gegen den Strohm steht, und durch denselben zurückgestossen wird. Die Größe des Stoßes wird folgendermassen geschätzt.

In der Mitte der Stoßplatte ist ein kupferner Stab a b angelöthet, welcher sich in einer an der

Schiebstange I I befestigten kupfernen Hülse an Fricti-onsrollen hin und herschiebt. Das Ende des Stabes a b ist bey b c rechtwinklicht umgebogen und an das-selbe ein dünnes getheertes Seil angeknüpft, welches über eine unbewegliche Rolle E führet, und alsdann an eine lothrecht herabgehende Kette f e sich anschlies-set. Das andere Ende der Kette ist über dem Was-serspiegel an den kurzen Arm einer Schnellwage fest-gemacht, deren Gegengewicht die Größe des Wasser-stoßes auf die Platte A B C D unmittelbar in Pfunden und Theilen derselben angiebt, wenn man vorher die Größe der Reibung an der Maschine durch einen Ver-such bestimmt hat. Was übrigens die mechanische Einrichtung des Werkzeugs betrifft, wie sich die ge-zähnte Schiebestange I I in einer Falze eines im Was-ser eingerammten Pfahles mittelst eines Triebes auf und nieder bewegen, und dadurch die Stoßplatte in jede verlangte Tiefe bringen läßt und dergleichen mehr, das würde sich ohne vollständigere Zeichnungen, als ich sie hier geben kann, nicht erläutern lassen. Ich verweise desfalls auf Woltmanns Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels, Hamburg bey Hofmann 1790.

55) Die bisher erwähnten Strohmmesser geben insgesammt nur den Stoß, nicht die Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar, und nehmen also das zwi-schen Geschwindigkeit und Stoß des Wassers Statt fin-dende Gesetz als bekannt an. Die Folge wird zeigen, daß diese Voraussetzung, wenigstens in einigen Fällen ungewiß ist. Daher verdienen diejenigen Strohmmes-ser, welche die Geschwindigkeit des Wassers geradezu anzeigen, in der Rücksicht den Vorzug. Der Wolt-mannische hydrometrische Flügel ist von der Art, und das Wesentliche des Werkzeugs beruht auf den folgen-den Gründen:

a b Fig. 24. sey eine um die Puncte a, b dreh-bare, sonst unbewegliche Axe, von derselben gehe un-

ter einem rechten Winkel eine gerade unbiegsame Linie c d (die Ruthe des hydrometrischen Flügels) aus. Man denke sich z. B. a b wagrecht, c d lothrecht. Auf der Ruthe c d sey eine feste Ebene, das Parallelogramm f h i g (der hydrometrische Flügel) so befestiget, daß die Verlängerung der Ruthe d e, den Flügel in zwey gleiche und ähnliche Hälften theile.

Die Ebene des Flügels ist, wenn man sie bis zur Axe a b nach m n verlängert denkt, unter einem spitzen Winkel a c n = α gegen die Axe geneigt.

Die Maschine werde einem Wasserstrohm so ausgesetzt, daß die Wassertheilchen in Richtungen l d parallel mit der Axe a b auf die Ebene des Flügels stossen. Da nun alle Puncte wie d des Flügels blos nach Kreisen d p o, deren Ebenen auf die Axe a b senkrecht stehen, ausweichen können, so muß man den Stoß des Wassers auf den Flügel folgendermassen zerlegen: g f Fig. 25. bezeichne die Ebene des Flügels, d l die Größe und Richtung des Wasserstoßes = S, weil dieser Stoß auf die Ebene des Flügels schief antrifft, so zerlegt man ihn in den auf den Flügel senkrechten r d, und den mit ihm parallelen Stoß l r.

Der erste ist = S . Sin. α und trifft allein den Flügel; da aber der Flügel nur in einer mit r q parallelen Richtung ausweichen kann, so muß man den Stoß nach r d abermals in zwey Theile r q, und q d zerlegen, von welchen blos der erste = r d . cosin. α die Umdrehung des Flügels, der andere einen mit der Axe parallelen Druck (der durch die Unbeweglichkeit der Axe nach der Richtung a b (Fig. 24.) aufgehoben wird,) bewirkt. Es ist daher für die Umdrehung des Flügels einerley, ob der Stoß des Wassers S nach l d, oder dafür ein Stoß = S. Sin. α cosin. α nach einer mit r q parallelen Richtung auf den Flügel wirkte. Blos vermöge der letztern Kraft laufen die Puncte d des Flügels g f h i in den Kreisen d p o um, und es

erhellet leicht, daß bey ungeändertem Wasserstoß S sich die drehende Kraft des Flügels mit dem Neigungswinkel α ändern müsse. Woltmann fand durch Versuche, daß sie am größten sey, wenn $\alpha = 45°$, oder nahe bey diesem Werth ist.

Diese Neigung des Flügels gegen die Axe bringt noch den Vortheil, daß die Umdrehungsgeschwindigkeit des Flügels der Geschwindigkeit des anstossenden Wassers gleich ist. Denn es erhellet, daß bey einer gleichförmigen Umdrehung des Flügels, derselbe dem anstossenden Wasser eben so schnell ausweichen muß, als das hinter dem Flügel befindliche Wasser ihm ausweicht. Es bezeichnen $sg = gt$ Fig. 25. die Geschwindigkeit des anstossenden Wassers $= c$, so findet die obige Bedingung statt, wen der Flügel, während das Wassertheilchen g nach t kommt, aus der Lage fg in die Lage tu rückt, oder wenn die Geschwindigkeit V des ausweichenden Flügels $= ft$ ist. Es verhält sich aber

$$gt : ft = \text{cosin. } \alpha : \text{Sin. } \alpha$$

oder $c : V = \text{cosin. } \alpha : \text{Sin. } \alpha$

daher $V = \frac{c \text{ Sin. } \alpha}{\text{cosin. } \alpha} = c \text{ . tang. } \alpha$

Ist nun $\alpha = 45°$ so ist $v = c$.

Wegen der Biegung der Ruthe cd, und dem Widerstande der Trägheit geben die Versuche unter der Bedingung $v = c$ den $< \alpha$ etwas größer als 45°.

56) Die Betrachtung zu Ende des vorstehenden Paragraphen setzt voraus, daß alle Theile des Flügels dem anstossenden Wasser mit gleicher Geschwindigkeit ausweichen. Dieß würde nur dann statt finden, wenn der Flügel ein physischer Punct wäre, oder alle Puncte desselben in parallelen geraden Linien sich fortbewegten. Da sich aber der Punct d Fig 24. in einem zum Halb-

messer c d, der Punct e in einem zum Halbmesser c e gehörigen Kreise dreht, so verhalten sich ihre in gleichen Zeiten zurückgelegten Bögen, oder ihre Geschwindigkeiten, wie die Halbmesser c d : c e.

Es kann daher nur für einen mittlern Punct x des Flügels gelten, daß er mit einer dem anstossenden Wasser gleichen Geschwindigkeit ausweiche, die obern Puncte e werden, da sie schneller gehen, durch das hinter dem Flügel befindliche Wasser verzögert, die untern Puncte d durch den Stoß des Wassers beschleunigt und es kommt darauf an: die Entfernung c x desjenigen Punctes des Flügels von der Axe zu finden, zu welchem die mittlere Geschwindigkeit des Flügels gehöret. Es ist zu bemerken, daß alle Puncte des Flügels g, d, f welche in einer mit der Axe a b parallelen Ebene liegen, in so fern sie der Richtung des Strohmes l d rechtwinklicht ausweichen gleiche Geschwindigkeit besitzen, und daß man den Punct der mittlern Geschwindigkeit des ganzen Flügels hat, wenn man ihn für die Linie d e sucht. Wäre der Stoß des Wassers der relativen Geschwindigkeit des ausweichenden Flügels proportional, so würde der Punct der mittlern Geschwindigkeit in den Schwerpunct des Flügels fallen, weil leicht erhellet, daß die Geschwindigkeit des Schwerpunctes die Geschwindigkeit von d eben so viel übertrifft, als sie von der Geschwindigkeit e übertroffen wird. Da aber der Stoß des Wassers nicht der Geschwindigkeit sondern dem Quadrat derselben gewöhnlich proportional gesetzt wird, so wird auch die im Schwerpunct des Flügels vereinigte Kraft des Wasserstoßes den Punct d im Verhältniß von $c d^2$ beschleunigen, indeß sie den Punct e im Verhältniß von $c e^2$ verzögert, und die Aufgabe, den Punct der mittlern Geschwindigkeit x zu finden, ist ganz einerley mit der, den Schwingungspunct eines zusammengesetzten Pendels d e für den Aufhängepunct c zu finden. Ich kann hier blos das Resultat der Rechnung mittheilen.

Wenn man die Länge der Ruthe c d = a, die Höhe des Flügels d e = b, und die Entfernung c x = Z nennt, so hat man

$$Z = \frac{2 (3 a (a + b) + b^2)}{3 (2 a + b)}$$

Beyspiele:

a	b	Z	Z	nach der Erfahrung
1	12	8,71	9,0	von Woltmann.
3,5	7	7,583	7,6	
6,	2	7,05	7,07	

Hat man den Werth von Z gefunden, so berechne man den Umfang des Kreises zu dem Z als Halbmesser gehöret, und multiplicire denselben in die Zahl der Umläufe des Flügels in einer Minute oder Secunde, so erhält man die Geschwindigkeit des Flügels, und bey gehöriger Einrichtung des Neigungswinkels α eben dadurch die Geschwindigkeit des Strohms.

Damit die Fliehkraft und Schwere die Bewegung des Werkzeugs nicht ungleichförmig machen, so muß man die Ruthe c d zu beyden Seiten der Axe verlängern, und an den beyden Enden derselben in gleichen Entfernungen von der Axe ähnliche und gleich geneigte Flügel anbringen. Dieß wird hinreichen, die nachfolgende Beschreibung und den Gebrauch des Woltmannischen Strohmmessers zu verstehen.

57) Fig. 26. stellt die Ansicht des Instrumentes von der Seite dar. Die Ruthe nebst den Flügeln und der Axe A B sind von Stahl, die Axe ist in der eisernen Rahme l D h m, und diese vermittelst zweyer Schraubzwingen n, q an dem eisernen Rundstab P Q befestiget. Vermittelst der Zwingen n, q kann das Instrument an dem Stabe P Q auf- und abgeschoben, und in jeder beliebigen Tiefe unter dem Wasser festgehalten werden. In der Mitte der Axe A B befindet sich eine Schraube ohne Ende, die in ein gezähntes

Stirnrad C eingreift. Die Axe des Rades ruht auf einem um D beweglichen Hebel De, der durch die Feder i niedergedrückt, das Eingreifen der Schraube in die Zähne des Rades verhindert. Will man das Instrument, nachdem man die Axe AB desselben mit dem Strohmstriche parallel gerichtet hat, gebrauchen, so zieht man vermittelst der an der Stange PQ in die Höhe gehenden Schnur ef den Hebel eD in einem in dem Rahmstück ml angebrachten Falzen in die Höhe, in diesem Augenblicke greift die Schraube der sich umdrehenden Axe in die Zähne des Rades, und bringt es zum Umlaufen. So wie man den Zug an der Schnur nachlässet, steht das Rad wieder stille. Das Rad hat 100 Zähne, welche auf der breiten Fläche des Rades numeriret sind, auf jeden Zahn kommt ein Umlauf der Flügel. Bey h ist an den Rahmen eine Spitze angebracht, welche vor dem Gebrauch auf den Zahn o des Rades gestellt wird. Läßt man nun das Rad durch Anziehung der Schnur etwa eine Minute lang umlaufen, und bemerkt hierauf den dem Weiser gegen überstehenden Zahn des Rades, so giebt die Zahl desselben unmittelbar die Zahl der Umläufe der Flügel in einer Minute. An dem Woltmannischen Strohmmesser beträgt die Länge der Ruthen von der Axe bis an die Flügel, oder a 5 Zoll, die Höhe der Flügel b = 2 Zoll, die Breite derselben 3 Zoll. Dieß giebt den Werth von Z nach dem vorigen Paragraph = 6,055 Zoll, wofür man ohne merklichen Fehler die Entfernung des Mittelpunctes des Flügels von der Axe = 6,05 Zoll nehmen kann. Dieß giebt den Durchmesser des Umlaufs = 12,1 Zoll = 1,008 Fuß, folglich den Umlauf = 1,008 . 3,14 = 3,165 Fuß, welche Größe mit der Zahl der Umläufe in einer Minute multipliciret, die Geschwindigkeit des Wassers in einer Minute giebt, wenn der Neigungswinkel der Flügel gehörig gerichtet ist.

58) Anmerkung. Zur Richtung des Neigungswinkels der Flügel schlägt Woltmann folgendes Verfahren als das sicherste vor, dessen Grund auf der Voraussetzung beruht, daß es in Hinsicht des Umlaufs der Flügel einerley sey, ob das Wasser mit einer bestimmten Geschwindigkeit gegen den ruhenden Strohmmesser, oder dieser mit gleicher Geschwindigkeit gegen ruhendes Wasser stosse. Man messe an einem ruhigen Wasser genau eine Länge von 190 Fuß, und führe hierauf das Werkzeug, dessen Flügel vorher etwa unter einem Winkel von 48° gegen die Axe geneigt worden sind, in dem Wasser die gemessene Länge mit gleichförmiger Geschwindigkeit durch. Da nun $\frac{190}{3,165} = 60$ ist, so müssen die Flügel 60 Umläufe gemacht haben, wenn ihre Geschwindigkeit der Geschwindigkeit des Wassers gleich seyn soll. Haben sie mehr Umläufe gemacht, so verkleinere man den Neigungswinkel, haben sie weniger gemacht, so vergrößere man ihn. Es erhellet, daß man sich die mühsame Stellung der Flügel ersparen kann, wenn man eine kleine Rechnung nicht scheut. Z. B. die Flügel hätten bey dem obigen Versuch 58 Umläufe gemacht, und bey einer andern Beobachtung in einem ströhmenden Wasser habe man 40 Umläufe, so sage man:
58 : 40 = 190 : 131 giebt 131 Fuß Geschwindigkeit des Wassers in einer Minute, oder 2,18 Fuß in einer Secunde.

59) Die Beobachtungen, welche Brünnings mit seinem Strohmmesser an dem Niederrhein in Geldern, dem Oberrhein und dessen Aesten, der Waal und dem Pannerdenschen Kanal, und Woltmann in der Elbe bey Curhaven angestellt haben, haben gelehret, daß die Geschwindigkeit bey großen Ströhmen, sowohl von der Oberfläche nach der Tiefe, als auch von der Mitte des Strohmstriches nach den Ufern hin abnimmt und bestättigen die (50) vorgetragenen Behauptungen. Da man aber bis jetzt kein allgemeines Gesetz dieser Abnahme entdeckt hat (und wahrscheinlich wegen der großes Verschiedenheit der natürlichen Flußbetten nicht entdecken wird), so verfähret man, wenn man die

durch ein senkrechtes Breitenprofil eines Flusses ströhmende Wassermenge (die Capacität des Flusses) und daraus seine mittlere Geschwindigkeit bestimmen soll, am besten folgendermaßen:

A B D Fig. 27. stelle ein senkrechtes Breitenprofil eines Flusses vor, man theile dasselbe in eine beliebige Anzahl gleicher Abschnitte A 1, 12, 2 D. In der Mitte eines jeden Abschnittes bestimme man in den lothrechten Tiefen a b, c d, e f die Geschwindigkeit an verschiedenen Stellen. Die in jeder lothrechten Linie gefundenen Geschwindigkeiten summire man, und dividire die Summe durch die Anzahl der Beobachtungen, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit für die lothrechte Linie.

Es mögen die Buchstaben C, C′ C″ die so gefundnen mittlern Geschwindigkeiten der Linien a b, c d, e f bezeichnen, man nehme sie für die mittlere Geschwindigkeiten der ganzen Abschnitte A I, I II, II D an, so giebt die Summe der Producte

$$A\,I \,.\, C + I\,II \,.\, C' + II\,D \,.\, C''$$

die Capacität des Strohmes, und diese durch das Breitenprofil A B D dividiret die mittlere Geschwindigkeit desselben.

Oder kürzer nach Brünnings, man addire die in jeder Perpendiculaire gefundenen mittleren Geschwindigkeiten wieder zusammen, und nehme das Mittel aus ihrer Summe für die mittlere Geschwindigkeit des Strohmes an, welche mit dem ganzen Breitenprofil des Strohmes multipliciret die Capacität desselben giebt.

Auf diese Weise fand Brünnings die Capacität oder Wassermenge in 1 Secunde des unvertheilten

	Niederrheins	=	46683	Cub.	Fuß
seiner Aeste	der Yssel	=	11243	—	—
	des Niederrheins	=	34143	—	—
	Summe	=	45386	—	—

Die Capacität

	des Oberrheins	=	54431	Cub. Fuß
seiner Aeste	der Waal	=	37175	— —
	des Pannerd. Kanals.	=	16237	— —
	Summe	=	53412	— —

Eine hinlängliche Uebereinstimmung für Versuche dieser Art.

Woltmann zieht aus den Brünningischen Versuchen einige Folgen, die ich als Erfahrungssätze hier mittheile.

I.) In jeder Perpendiculaire ist die Geschwindigkeit von der Oberfläche nach dem Boden abnehmend.

II.) Wenn a b Fig. 29. die Geschwindigkeit an der Oberfläche, c d die Geschwindigkeit auf dem Boden bezeichnet, so liegt die mittlere Geschwindigkeit der Perpendiculaire nahe genug in der Mitte e f, und die Linie d b, welche die Geschwindigkeiten begränzt, (die Scale der Geschwindigkeiten) ist gerade. Hieraus folgt, daß man die mittlere Geschwindigkeit jeder Perpendiculaire schon aus zwey Beobachtungen in gleichen Entfernungen von e f finden könne.

III.) Wenn das Profil regelmäßig ist, so liegt die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Strohms nicht in der Mitte zwischen der größten und kleinsten Geschwindigkeit, sondern näher gegen den Boden des Flusses.

IV.) Wenn die Ströhme Sand führen, wie der Rhein, so ist die mittlere Geschwindigkeit in der Oberfläche nur wenig größer als die mittlere Geschwindigkeit des Strohms.

V.) Die mittlere Geschwindigkeiten eines breiten Strohms verhalten sich nahe genug wie die Quadratwurzeln aus den mittlern Tiefen bey verschiedenen Anschwellungen des Strohms.

Die mittlere Tiefe erhält man, wenn man den Inhalt des Queerprofiles durch die Breite des Strohmes dividiret. Sie kann für den mittlern Halbmesser des Strohms gelten, und in so fern ist der letzte Satz eine Bestättigung der Büatschen Theorie bey großen Flüssen.

Das

Das Vorstehende ist aus der von der Haarlemer Gesellschaft der Wissenschaften gekrönten Brünningischen Preisschrift Verhandeling over de Snelheid van Stroomend Water (im Auszug in Woltmanns Beyträgen 3 B. S. 295.) genommen.

60) Anmerkung. Bey kleinern Flüssen und Kanälen hat man nicht immer die Weitläufigkeiten nöthig, sondern es reicht schon hin, etwa blos in der Mitte des Flußbettes c d die mittlern Geschwindigkeiten aus etlichen Beobachtungen herzuleiten. Beträgt der Wasserstand eines Kanales oder Flusses nicht über 1 bis 2 Fuß, so wird man schon die durch bloße Schwimmer gefundene Geschwindigkeit ohne sonderlichen Fehler für die mittlere Geschwindigkeit annehmen können, besonders wenn man die Vorsicht gebraucht, mit dem auf der Oberfläche des Wassers schwimmenden leichten Körper einen specifisch schwerern durch einen Faden zu verbinden, welcher in geringer Entfernung von dem Grunde des Bettes forttreibt, und die Geschwindigkeit beobachtet, welche der vereinigte Wasserstoß auf beyde Körper zugleich erzeugt.

Am genauesten, aber auch nicht ohne große Kosten und Zeitaufwand, findet man bey Maschinenkanälen die Wassermenge und mittlere Geschwindigkeit durch die §. 47. erwähnte von Lempe angewendete Methode. Hat man einmal bey einem gewissen Wasserstand die Wassermenge und mittlere Geschwindigkeit eines Kanales mit aller Genauigkeit bestimmt, und will dieselbe zu jeder Zeit für einen andern Wasserstand wissen, so dienen dazu die sogenannten Observationskästen.

Dieß sind aus starken Brettern oder Bolen zusammengefügte prismatische Kästen, deren Länge gewöhnlich 12 Fuß (so viel als die Länge eines Brettes) beträgt, und deren Breite der mittlern Breite des Kanales gleich gemacht wird, oder vielmehr so eingerichtet ist, daß, wenn der Kasten in den Kanal mit seinem Boden dem Grunde des Bettes gleich horizontal eingesetzt wird, der Wasserspiegel in dem Kasten eben so hoch als in dem Kanal liegt. An den beyden Enden des Kastens werden an den Seitenwänden zwey in Zolle und Viertheilzolle eingetheilte Stäbe angebracht, an welchen zu jeder Zeit die Höhe des Wasserspiegels in dem Kasten leicht gefunden werden kann. Gesetzt, man habe die mittlere

Geschwindigkeit v für eine gewisse Höhe = h des Wasserspiegels durch eine der oben angegebenen Methoden gefunden, und sucht dieselbe für eine andere in dem Observationskasten beobachtete Höhe H des Wasserstandes, vorausgesetzt, daß sich das Gefälle des Kanals und seines Wasserspiegels nicht geändert habe. Aus der Formel für v §. 41. erhellet, daß sich die mittlern Geschwindigkeiten für einerley Gefälle wie die Quadratwurzeln aus den mittlern Halbmessern verhalten.

Diese aber verhalten sich in dem rechtwinklichten Observationskasten, wo B die Breite, h, H die unterschiedene Höhen bedeuten, wie

$$\frac{B\,h}{B+2\,h} : \frac{B\,H}{B+2\,H} = \frac{h}{B+2\,h} : \frac{H}{B+2H}$$

daher $v : V = \sqrt{\frac{h}{B+2\,h}} : \sqrt{\frac{H}{B+2H}}$

woraus man V für die Höhe H berechnen kann.

Die Wassermengen, welche der Kanal bey den verschiedenen Höhen H, h in gleichen Zeiten abführet, verhalten sich

$$= B\,h\,v : B\,H\,V$$
$$= h\,v : H\,V$$
$$= \frac{h\sqrt{h}}{\sqrt{B+2\,h}} : \frac{H\sqrt{H}}{\sqrt{B+2H}}$$

61) Anmerkung. Der folgende Fall verdienet noch eine besondere Erwähnung. Die Geschwindigkeit des Wassers in dem Schußgerinne eines Mühlenrades zu bestimmen, möchte vielleicht keine der angeführten Methoden (die die Wassermenge des Gerinnes durch einen geaichten Kasten aufzufangen, welche stets eine der sichersten ist, ausgenommen) anwendbar seyn, da der Wasserstand in solchen Gerinnen gewöhnlich sehr klein, die Geschwindigkeit groß und das Gerinne kurz ist.

Es ist meistens der Fall, daß das Wasser vor dem Gerinne durch ein Wehr aufgedämmt, und durch die viereckigte Oeffnung einer Schleusse oder Schütze unter einer bestimmten Druckhöhe mit einer ansehnlichen Geschwindigkeit in das Gerinne tritt. Man berechne die durch die Schützöffnung fließende Wassermenge nach der Formel $m = \frac{13}{16}\,2\,a\,t\sqrt{g\,h}$ (§. 13.) wenn die Schützöffnung eben so weit als das Gerinne ist, oder man

setze $m = \frac{10}{16}\, 2 a t \sqrt{g h}$ wenn das Gerinne beträchtlich breiter als die Schützöffnung ist. Hierbey ist zu bemerken, daß man unter h die Höhe des Wasserstandes über Schützöffnung + der zur Geschwindigkeit des Wassers vor der Schütze gehörigen Höhe $= \frac{V^2}{4 g}$ verstehen muß. V findet man durch einen schwimmenden Körper mit hinlänglicher Genauigkeit.

Die berechnete Wassermenge dividiret durch den Queerschnitt des Wassers in dem Gerinne giebt die gesuchte Geschwindigkeit in dem Gerinne = C. Ist der Wasserstand vor der Schützöffnung, wie bey unterschlächtigen Rädern, gegen das Gefälle des Gerinnes ansehnlich groß, so erhält man die Geschwindigkeit in dem Gerinne ohne merklichen Fehler, wenn man blos mit dem zusammengezogenen Queerschnitt des Strahles der Schützöffnung in die berechnete Wassermenge dividiret, oder man hat

$C = \frac{13}{16}\, 2 t \sqrt{g h}$ für eine dem Gerinne gleich breite Oeffnung

$C = 2 t \sqrt{g h}$ für eine schmälere Oeffnung als das Gerinne.

62) Anmerkung. Auf der Theorie der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen beruht eine Menge der fruchtbarsten Anwendungen, die größtentheils Gegenstände der Wasserbaukunst ausmachen, (eines der nützlichsten, aber auch der schwersten Theile der technisch-angewandten Mathematik). Der Endzweck dieser Wissenschaft im Allgemeinen geht dahin, das von der Natur in Ströhmen und Seen dargebotene Wasser theils zum Vortheil des Menschen zu nutzen, theils unschädlich zu machen. Unter die erste Abtheilung gehöret insbesondere die Anlage aller Gattungen von Kanälen und Wasserleitungen, die Schiffbarmachung von Flüssen und Seen u. dgl. m., unter die andere die Uferbefestigung und Regulirung des Bettes an Flüssen und Meeren, die Anlegung von Häfen zur Sicherheit der Schiffahrt, von Dämmen oder Deichen zur Sicherung gegen Ueberschwemmungen u. s. w. Es erhellet von selbst, daß es sehr unzweckmäßig seyn würde, mich hier in das Gebiete einer so weitläuftigen Wissenschaft, die überdieß so viele Erfahrungskenntnisse voraussetzt, einzulassen. Ich werde daher in den folgenden Sätzen blos einige leichte Anwendungen der vor-

getragenen Theorie, als Beyspiele ihres Nutzens, und als Vorbereitung zu einem gründlichern Studium der Hydrotechnik beybringen. Uebrigens ist hier der Ort, einige der vorzüglichsten Schriftsteller der Wasserbaukunst anzuführen. Ich schränke mich auf deutsche Schriften ein, weil die ausländischen, wenigstens für Anfänger, seltner zu haben oder zu empfehlen sind.

Silberschlags Hydrotechnik, Leipz. 1772 — 73. 2 B. ist eine der ersten deutschen Schriften, welche diese Wissenschaft behandelt, und enthält viel Brauchbares, aber fast noch mehr Hypothetisches.

Hunrichs Agweisung zum Deich- Siel- und Schleussenbau, Bremen 1771 — 72. 2 B. nebst 2 Bde. Zusätze und Berichtigungen. Nach Büschen's Urtheil ein guter practischer Schriftsteller, dem jedoch nicht überall zu trauen ist.

Büsch Uebersicht des gesammten Wasserbaues 2 B. Hamb. 1796. sehr trefflich, sich eine allgemeine Kenntniß der Wissenschaft und deren Litteratur zu verschaffen.

Scheyers practisch-ökonomische Wasserbaukunst, Stuttgard 2 Th. 1794. 1795. Der Verfas. schrieb blos für Leute, bey welchen er wenig oder keine theoretisch-mathematische Kenntnisse voraussetzen durfte. Das Buch enthält mehrere gute, größtentheils von dem Verfasser selbst angestellten Erfahrungen, aber auch vieles sehr oberflächlich behandelt.

Woltmanns schon angeführte Beyträge zur hydraulischen Architectur, enthält einzelne treffliche theoretisch-practische Abhandlungen, nebst einer gründlichen Beurtheilung der neuesten in diesem Fache erschienenen Schriften. Ich kenne bis jetzt 3 Bände dieses Buchs. Die ebenfalls schon angeführte 2 Abtheil. von Lempe's Lehrbegriff der Maschinenlehre trägt die Benutzung des Wassers zur Betreibung von Maschinen sehr faßlich und vollständig vor; und enthält viele Tafeln zur Erleichterung der Rechnungen.

Wiebeking's Beyträge zum pract. Wasserbau und zur Maschinenlehre, Düsseldorf 1792, enthält sehr lehrreiche am Rhein angestellte Erfahrungen.

Das von demselben zugleich mit Hrn. Kröenke angekündigte große Werk über die allgemeine Was-

serbaukunst soll den ganzen Umfang dieser weitläuftigen Wissenschaft umfassen, und der erste Theil davon wird zu Ostern 1798 erscheinen.

Andere, nicht ausschließlich hydrotechnische Schriften übergehe ich hier.

Von der vortheilhaftesten Gestalt der Kanal- und Flußbetten.

63) Aus der §. 40. und f. vorgetragenen Theorie folgt, daß es keineswegs gleichgültig sey, was das Breitenprofil eines Kanales oder Flusses, für eine Gestalt habe, weil von derselben die Größe des mittlern Halbmessers, und von diesem die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, abhängt. Es verhält sich nämlich nach §. 41. bey übrigens gleichen Umständen die mittlere Geschwindigkeit wie die Quadratwurzel aus dem mittlern Halbmesser, und wächset daher mit dieser Größe. Da nun der mittlere Halbmesser dem Quotienten des Queerschnittes durch seinen Umfang gleich ist, so ist dasjenige Breitenprofil, welches bey dem größten Inhalt den kleinsten Umfang hat, das vortheilhafteste.

Dieß ist der Kreis. Indessen wählet man diese Figur, die Röhrenleitungen und kleine hölzerne Gerinne abgerechnet, bey Kanälen nie, weil sie in der Ausübung schwer zu bewerkstelligen ist, und den Ufern zu wenig Haltbarkeit giebt. Es stelle a b c Fig. 15. ein halbkreisförmiges Breitenprofil eines Flußes vor. Die Ufer desselben haben bey a und c eine beynahe lothrechte Richtung. Bestehen sie nicht aus Felsenwänden, oder sehr zusammenhängender Thonerde, so werden sie in dieser Lage nicht einmal ihrem eigenen Gewicht, viel weniger dem stets auf sie wirkenden Druck und Stoß des Wassers widerstehen können. (Hydrost. 26 Anmerk.) Der Strohm wird die steilen Ufer abnagen und fortführen, aber eben dadurch nach

und nach mit ihrer Festigkeit in ein gewisses Gleichgewicht kommen, denn indem die Strohmmasse f b c mit einer größern Strecke b e der Wand in Berührung kommt, verlieret sie von ihrer Geschwindigkeit, und ihrem Stoß auf die Wand, indeß diese durch die verminderte Neigung an Festigkeit gewinnt. Es ist daher ein bey Flußbetten allgemein geltender Grundsatz: daß je flächer die Neigung des Bettes b e ist, desto geringer die Geschwindigkeit des Flusses, und desto größer die Sicherheit seines Ufers sey, nnd umgekehrt, je steiler die Wand a b des Bettes ist, desto schneller ströhmt daselbst das Wasser, und desto unsicherer ist das Ufer. Man muß solchen gefährlichen Uferstellen, theils durch Befestigung des Ufers vermittelst Faschinen oder Steine, theils durch Einbauten in das Wasser, wodurch man den Strohm von ihnen abzulenken sucht zu Hülfe kommen.

64) Die rechtwinklichten Queerschnitte können nur bey Kanälen, deren Ufer von Holz oder Mauerwerk aufgeführet sind, gebraucht werden. Unter allen Rechtecken von gleichem Inhalt hat das Fig. 28. dessen Breite A B der doppelten Höhe B D gleich ist, die kleinste Wand C A B D, und folglich den größten mittlern Halbmesser.

Der allgemeine Beweis dieses Satzes gehöret für die höhere Analysis. Zur Erläuterung diene folgendes Beyspiel.

AB	—	BD	—	Inhalt	—	Wand
12	—	6	—	72	—	12 + 2 . 6 = 24
9	—	8	—	72	—	9 + 2 . 8 = 25
18	—	4	—	72	—	18 + 2 . 4 = 26

Es ist also unter allen rechtwinklichten Breitenprofilen das Fig. 28. das vortheilhafteste zur Anlegung eines Kanales, weil es bey gleichem Inhalt den größ-

ten mittlern Halbmesser, folglich die größte mittlere Geschwindigkeit und Wassermenge giebt.

Kanäle, deren Wände von bloser Erde aufgeführet werden, müssen eine Böschung haben, und selbst bey gemauerten Kanälen ist es vortheilhafter, wenn ihre Ufer nicht ganz lothrecht stehen (Hydrost. 25 Anm.). Dieß führet auf folgende Aufgabe.

65) Ein Trapezium zu verzeichnen, das gleichen Inhalt und Umfang der Wand mit dem Fig. 28. gegebenen Rechteck habe, oder ihm gleichgültig sey.

Man halbire die Höhe A C des Rechtecks in a, und mache A b = $\frac{4}{3}$ A a, und ziehe b a bis sie die Verlängerung D C in e schneidet. Eben so verfahre man auf der andern Seite, so ist e f g b das verlangte Trapezium. Vermöge der Construction, ist Δ A a b = Δ a C e folglich die ab- und zugeschnittenen Stücke auf beyden Seiten gleich, und der Inhalt des Trapeziums ist so groß als der Inhalt des Rechtecks. Ferner verhalten sich die Linien A a, A b, b a in dem rechtwinklichten Dreyeck A b a = 3, 4 und 5, folglich b e = 2 . 5 = 10 und A b + A C = 4 + 6 = 10. Daher die Wand des Trapeziums noch eben so groß als die Wand des Rechteckes. Nennt man den Böschungswinkel der Ufer = α, so ist hier

$$\text{tang. } \alpha = \frac{A\,a}{A\,b} = \frac{3}{4}, \text{ giebt } \alpha = 36^\circ\ 52'.$$

Eine Neigung, welche für Erdreich, das von selbst stehen soll, ganz vortheilhaft ist. (Hydrost. 26.)

Für Mauerwerk würde eine solche Neigung zu flach seyn, und dabey unnöthige Kosten verursachen. Man nimmt dafür den $< \alpha$ nicht leicht kleiner als 75 — 80°. Es läßt sich aber für jeden gegebenen Neigungswinkel ein dem vortheilhaftesten rechteckigten Profil gleiches Trapezium verzeichnen, wenn man die

Linie a β unter einem Winkel von $90^\circ - \beta$ an a setzt und dadurch $\beta\gamma$ bestimmt. Oder, man berechne aus A a und $< \beta$ den Werth von $A\beta = C\gamma$ trigonometrisch, durch die Proportion

$$1 : \text{tg.}\,\beta = A\beta : Aa$$

$$A\beta = \frac{Aa}{\text{tg.}\,\beta} = Aa\,\text{cot.}\,\beta$$

66) Anmerkung. Die nach 62 bestimmten trapezoidischen Profile gehören zwar unter die vortheilhaften, sind aber doch nicht die vortheilhaftesten für jede gegebene Neigung der Ufer. Diese können nur mit Hülfe der Analysis des Unendlichen gefunden werden. Man s. Langsdorfs Hydraul. §. 170. Lempes Maschinenlehre, 2 Abth. S. 97. Hier mag die vorgetragene leichtere Construction genügen, da sie bey den gewöhnlich vorkommenden Fällen ganz vortheilhafte Profile giebt.

67) Unter der Bedingung, daß das Bette eines Kanales das vortheilhafteste rechtwinklichte, oder ein ihm gleichgültiges trapezoidisches Breitenprofil haben solle, aus dem Gefälle, und der Wassermenge eines Kanales die Dimmensionen des Breitenprofiles seines Bettes zu bestimmen. Das Gefälle des Kanales werde durch $\frac{1}{b}$ ausgedruckt, könnte der Kanal nicht geradlinicht geführet werden, so bezeichne $\frac{1}{b}$ nicht das absolute, sondern das um den Widerstand in den Krümmungen verminderte lebendige Gefälle (§. 44.) und die mittlere Geschwindigkeit in pariser Zollen nach (41.)

$$V = 309{,}44 \sqrt{\frac{R}{b}}$$

Die Höhe des rechtwinklichten Kanals heiße x, seine Breite 2 x, so ist der Inhalt seines Queerprofiles $= 2x^2$ und der mittlere Halbmesser

$$R = \frac{2x^2}{4x} = \tfrac{1}{2}x$$

Diesen Werth substituire man in der Gleichung für V, so ergiebt sich

$$V = 309{,}44 \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{b}x}$$

Die gegebene Wassermenge des Kanals heiße

$$M = 2x^2 \cdot V$$

und $$V = \frac{M}{2x^2} = 309{,}44 \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{b}x}$$

Um aus der letzten Gleichung x zu finden, quadrire man auf beyden Seiten

$$\frac{M^2}{4x^4} = 309{,}44^2 \cdot \frac{\frac{1}{2}}{b}x$$

daher

$$x^5 = \frac{M^2 b}{2 \cdot 309{,}44^2}$$

und $$x = \sqrt[5]{\frac{M^2 b}{2 \cdot 309{,}44^2}}$$

welcher Ausdruck sich durch Logarithmen berechnen lässet.

Aus den gefundenen Abmessungen des rechtwinklichten Profiles lassen sich leicht die für das trapezoidische herleiten, wenn der Neigungswinkel seiner Ufer $= \beta$ gegeben ist. Denn man hat nach §. 61. für die obere Breite des Kanals, B

$$B = 2x + 2 \cdot \tfrac{1}{2}x \cdot \cot.\ \beta$$
$$= x(2 + \cot.\ \beta)$$

für die untere Breite, 𝔅

$$\mathfrak{B} = x(2 - \cot.\ \beta)$$

68) Anmerkung. Von den drey Größen, Wassermenge, Gefäll, Dimmension des Kanales, bestimmen je zwey, die dritte. Ich gehe die Auflösungen nicht einzeln durch, da sie sich aus der vorstehenden leicht herleiten lassen.

Es erhellet von selbst, daß, wenn der Kanal zufälligen Anschwellungen durch Fluthen unterworfen ist, man die Dimensionen seines Bettes nach der größten Wassermenge bestimmen müsse, wenn keine Ueberschwemmungen zu befürchten seyn sollen. Besser ist es, in solchen Fällen, ausser dem Hauptkanal Seitenkanäle anzulegen, welche durch Schleussen oder Schützen nach Willkühr geöffnet oder verschlossen werden können, und zur Fluthzeit dem Hauptkanal das überflüssige Wasser abnehmen, die zweckmäßige Anlage derselben, und die Art der Ausführung (welche, wenn die Kanäle groß sind und weit geführet werden müssen, keine leichte Aufgabe der Hydrotechnik ist) gehören nicht für diese Anfangsgründe. Es ist bereits §. 46. erwähnt worden, daß wenn ein Kanal sein Wasser aus einem stehenden Behälter erhält, und dasselbe mit einer beträchtlich grössern Geschwindigkeit in den Kanal tritt, als die mittlere Geschwindigkeit des Kanals ist, der Wasserspiegel von A bis D Fig. 20. in die Höhe steige. Dieß kann dadurch verhindert werden, wenn man die zu CA gehörige Geschwindigkeit = C berechnet, und den Kanal von D nach A hin in dem Verhältniß von V : C erweitert, die Oeffnung BA selbst aber nicht breiter macht, als die Normalbreite des Kanales bey D.

69) Anmerkung. Sollen die Wassermengen zweyer oder mehrerer Kanäle in einem zusammen fortgeführet werden, so lassen sich die Dimensionen des neuen Kanales bey gegebenem Gefälle und Wassermengen der einzelnen Kanäle ebenfalls leicht nach (64) berechnen. Denn man darf in der Gleichung für x statt M nur die Summe der Wassermenge der einzelnen Kanäle setzen.

Uebrigens ist hier in Hinsicht der Einmündungen der Kanäle und Flüsse in einander folgendes zu bemerken.

A, B Fig. 30. seyen zwey Flüsse, welche sich zu einem gemeinschaftlichen D vereinigen.

Die Richtungen oder Strohmstriche der Flüsse A, B machen den Winkel a mit einander, und der Strohmstrich des gemeinschaftlichen Flusses D sey a c. Wenn M, m die Wassermengen der Flüsse A, B; C, c ihre Geschwindigkeiten bezeichnen, so drucken die Producte M C, m c, die Größen ihrer Bewegungen aus, welche durch die Linien a d, a b vorgestellet werden sollen. Unter dieser Voraussetzung ist nach den Regeln von der zusammengesetzten Bewegung a c die Größe und Richtung der Bewegung des Flusses C. Sie muß mit den Ufern von D parallel gehen, wenn die Einmündung der Flüsse regelmäßig seyn soll. Nun hat man, wenn x, y die Winkel der Flüsse A und B mit dem Fluß D bezeichnen M C : m c = Sin. y : Sin. x woraus einer von beyden Winkeln gefunden werden kann, wenn der andere gegeben ist, und folglich auch ihre Summe oder der Einmündungswinkel a. Aus der Proportion erhellet, daß der < x gegen < y desto kleiner ist, je kleiner m c gegen M C ist. Wäre daher die Strohmmasse des Flusses B gegen A unbeträchtlich, so würde A gar nicht merklich von seiner anfänglichen Richtung a d abgelenkt werden. Je spitzer der Einmündungswinkel a ist, desto vortheilhafter ist die Einmündung. Denn je spitzer a ist, desto mehr übertrifft a c, die Linien a b, a d, und je größer die Bewegung, folglich die Geschwindigkeit des Flusses D ist, desto ungehinderter führet er das Wasser der vereinigten Flüsse fort. Würde der < a stumpf und wüchse nahe zu 180° an, so würden die Bewegungen der Flüsse A und B einander ganz entgegengesetzt, der größere A würde die Bewegung des kleinern B völlig aufheben, d. i. der Fluß B würde genöthiget seyn, oberhalb des Zusammenflusses auszutretten, und sich eine andere vortheilhaftere Einmündung zu suchen.

Von Ziehung der vortheilhaftesten Krümmen bey Flüssen und Kanälen.

70) Wenn es gleich in vielen Fällen vortheilhaft ist, die natürlichen Krümmungen der Flußbetten durchzustechen, und den Lauf der Flüsse möglichst gerade zu führen, weil dadurch viel Land gewonnen, und die

Gewalt der Flüsse auf ihre Ufer vermindert wird: so können doch öfters auch Umstände eintretten, wodurch man genöthiget wird, in der Führung eines Flusses oder Kanales von der geraden Linie abzuweichen. Hieher gehören natürliche oder künstliche Hindernisse (Berge, Städte, Dörfer und dgl.), welche schlechthin dazu nöthigen, oder die Besorgniß, daß bey einem ohnehin schon reissenden Strohm die Geschwindigkeit durch gerade Führung seines Laufes nur noch vergrößert werde. Es entsteht also die Frage, wie sind bey Kanälen und Flüssen die Krümmungen am vortheilhaftesten zu ziehen? Wenn man nach §. 43. voraussetzt, daß die Lage des einfallenden und zurückgeworfenen mittlern Wasserfadens, bey einer regelmäßigen Krümmung mit den Ufern des geradlinichten Bettes parallel, und die Krümmung kreisförmig seyn solle, so läßt sich der Satz erweisen: Daß der Winkel, welchen die Richtungen der geradlinichten Bette mit einander machen, der Krümmungswinkel, gleich 180° — der doppelten Größe der Rückprallwinkel multipliciret in ihre Anzahl sey. Für eine Rückprallung Fig. 18. erhellet der Satz von selbst, denn es ist $ebf = 180° - 2 . abe$. Fig. 31., wo zwey Rückprallungen Statt finden, ist $< ebf = 180° - (e + f)$ im Dreyeck ebf. Es ist aber jeder der genannten Winkel gleich dem doppelten Rückparllwinkel, der r heißen soll, folglich der Krümmungswinkel $ebf = 180° - . 2r$. Allgemein erhellet der Satz so: Es ist jederzeit der Krümmungswinkel ebf gleich $180° - acd$ d. i. 180° weniger dem Winkel, welcher den Bogen der Krümmung bestimmt. Denn es sind vermöge der Bedingung a und $d = R$ folglich $b + c = 2R$.

Nun ist aber $acd =$ der Summe aller Einfall- und Rückprallwinkel, oder der doppelten Summe der Rückprallwinkel gleich, weil in dem rechtwinklichten Dreyecke ace jederzeit der $< c$ am Mittelpuncte der Krümmung dem Einfallswinkel gleich ist (wie aus der

Geom. S. 168. erhellet). Man nenne daher allgemein
den Krümmungswinkel $= K$
den Rückprallwinkel $= r$
die Zahl der Rückprallungen $= n$
den Winkel a c d $= C$
so hat man

$$C = 2nr$$
$$K = 180^\circ - C = 180^\circ - 2nr$$
$$r = \frac{C}{2n} = \frac{180^\circ - K}{2n}$$

Wenn $C > 180^\circ$ wird, so wird K negativ. Diesen Fall erläutert Fig. 32.

Hier fällt der Krümmungswinkel a b d auf die hohle Seite des Bogens, anstatt daß er Fig. 31. auf der convexen Seite lag.

Für diesen Fall hat man

$$K = C - 180^\circ, \text{ oder}$$
$$C = 180 + K$$
$$r = \frac{180 + K}{2n}$$

71) Man nimmt gewöhnlich als einen Grundsatz an, daß der Rückprallwinkel r bey keinem Flußbette größer als 36° seyn solle.

Denn es lenkt sich in jeder Krümmung der mittlere Strohmstrich, und mit ihm mehr oder weniger die ganze Strohmmasse, nach dem concaven Ufer e f Fig. 31. hin, wodurch daselbst eine Vermehrung der Geschwindigkeit und Vertiefung des Bettes entsteht. Wird nun der Stoß des Wassers auf das hohle Ufer durch einen großen Anprallwinkel noch vermehret, so kann dasselbe der Wirkung des Wassers nicht hinlänglich widerstehen, es wird abgenagt, indeß das convexe Ufer

durch niedergesetzten Sand gewinnt. Mit einem Wort, das Bette des Flusses kann in keinem Beharrungsstand bleiben. Man muß daher den Anprallwinkel so lange vermindern, bis das höhle Ufer dem Wasserstoß hinlänglich widerstehen kann. Der oben angegebene Winkel ist selbst bey thonartigen Ufern vermöge der Erfahrung eine nicht zu überschreitende Größe, wohl aber darf man den Anprallwinkel kleiner als 36° machen.

72) Unter der Bedingung des vorigen Paragraphen läßt sich für jeden gegebenen Krümmungswinkel die kleinste Anzahl von Rückprallungen bestimmen. Dann man hat aus der Gleichung für r §. 66.

$$n = \frac{180° - K}{2 \cdot 36°}$$

Beyspiel. Es sey K = 60°, giebt $n = \frac{120°}{72}$ = 1,7 wofür man 2 nimmt.

Aus der Zahl der Rückprallungen findet man hierauf die Größe des Rückprallwinkels $= \frac{180° - 60°}{4} = 30°$

Zieht man die Sehne g e Fig. 31., so ist der Winkel, welchen sie mit dem Halbmesser g c macht,

$$90° - \tfrac{1}{2} r.$$

Denn es ist g e c ein gleichschenklichtes Dreyeck, und $< c = r$ folglich $c g e = 90 - \frac{1}{2} r$.

Man denke sich den Halbmesser g c verlängert, bis er auf der entgegengesetzten Seite wieder in den Umfang des Kreises einschneidet, so hat man nach Geom. (99) g a : g c = g e : doppelten Halbmesser g c oder

$$2 \cdot g c = \frac{g e^2}{g a}$$

$$g c = \frac{g e^2}{2 g a} = \frac{g e^2}{g h}$$

welches dazu dienet, den Krümmungshalbmesser aus der Breite des Kanals und der Sehne des Einfallswinkels

zu berechnen. ge selbst findet man aus dem rechtwinklichten Dreyeck ega durch die Proportion

$$\text{Sin. } gea : 1 = ga : ge$$

$$\text{und} < gea = 90^\circ - (90^\circ - \tfrac{1}{2} r) = \tfrac{1}{2} r$$

$$\text{daher } ge = \frac{ga}{\text{Sin. } \frac{1}{2} r}$$

Vermittelst des berechneten Krümmungshalbmessers gc, der Breite des Kanales, und dem Winkel gcd = C läßt sich die ganze Krümmung verzeichnen.

73) Aus der gegebenen Breite des Kanales, dem Einfallswinkel und der Zahl der Rückprallungen den Krümmungshalbmesser und die Krümmung durch Zeichnung zu bestimmen. Man ziehe Fig. 31. eine unbestimmte gerade Linie gc, von einem beliebigen Punct g aus trage man die gegebene Breite des Kanales auf die Linie nach gh, halbire gh in a, richte aus a das unbestimmte Perpendikel ab auf, trage in g den $< 90^\circ - \frac{1}{2} r$, so schneidet derselbe in c den Punct der ersten Anprallung ab. Ueber ge construire man mittelst der gegebenen Winkel das gleichschenklichte Dreyeck gec, so bestimmt sich dadurch der Mittelpunct und Halbmesser der Krümmung. In c trage man den $< C = 2 n r$, so erhält man die Größe des Krümmungsbogens gi, der sich mittelst des gegebenen Halbmessers, so wie der innere Bogen hk leicht construiren läßt. Den doppelten Bogen ge trage man von e aus so vielmal in den Bogen ei, als angeht, so erhält man die Rückprallungspuncte e, f.

74) Anmerkung. Es erhellet, daß man auf ähnliche Art verfähret, wenn die Krümmung eines Flusses nicht einfach, sondern doppelt, oder eine sogenannte Serpentine ist, wie Fig. 33., nur daß man hier die Operation (70.) zwey- oder mehrmal nach Beschaffenheit der Umstände wiederholen muß. Auch dienen die gegebenen Vorschriften nicht blos die Krümmungen bey Kanälen und Flüssen, sondern auch bey Röhrenleitungen zu ziehen. Für die letztere insbesondere beweisen die

Büatischen Versuche, daß eine nach regelmäßigen Krümmungen geführte Röhrenleitung beträchtlich mehr Wasser gab, als eine mit unregelmäßigen Krümmungen versehene, unter übrigens gleichen Umständen.

Vom Stoß und Widerstande des Wassers gegen feste Körper.

75) Es sey a b Fig. 34. der Durchschnitt einer festen unbeweglichen Ebene, gegen welche ein Wasserstrohm mit der Geschwindigkeit c a senkrecht stoße. Die Größe des Stoßes ist (nach Mechan.) zusammengesetzt aus der anstossenden Masse multipliciret in ihre Geschwindigkeit. Nun kann hier die Masse durch das Prisma c a b d, oder seinen Durchschnitt das Rechteck gleiches Namens, so wie die Geschwindigkeit durch die Linie c a dargestellet werden, und man hat für den auf a b senkrechten Stoß

$$S = ab \,.\, ac \,.\, ac = ab \,.\, ac^2$$

Aus ähnlichen Gründen für eine andere Geschwindigkeit γa, den Stoß,

$$s = ab\, \gamma a^2$$

$$\text{und} \quad S : s = ac^2 : a\gamma^2$$

Die senkrechten Wasserstöße auf gleiche Stoßflächen verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Wenn a b um die Größe b β wüchse, so würde die anstoßende Masse, folglich der Stoß bey ungeänderter Geschwindigkeit, in demselben Verhältnisse wachsen, oder: die senkrechten Stöße s, S auf Flächen von verschiedener Größe verhalten sich bey einerley Geschwindigkeit wie die Stoßflächen.

76) Die Fläche a b sey unter dem Winkel α in der Richtung a b′ gegen das anströhmende Wasser geneigt, so erhellet, daß die auf a b′ stoßende Wassermenge

menge nicht größer als die auf ae stoßende sey. Es ist aber

$$ab' : ae = 1 : \text{Sin. } \alpha$$

$$\text{oder } ae = ab \text{ Sin. } \alpha$$

Ferner drucke b'e die Geschwindigkeit des anströhmenden Wassers aus. Diese Geschwindigkeit zerlegt sich in zwey Theile, einen mit der Fläche b'a parallelen b'f, und einen auf sie senkrechten fe. Angenommen, daß blos der letzte stoße, so hat man denselben = b'e Sin. α. Heißt nun der von b'e auf ab herrührende senkrechte Stoß = S, der von fe auf ab' gehende = s, so ist

$$S : s = ab \,.\, b'e : ae \,.\, fe$$

$$= ab \,.\, b'e : ab \text{ Sin. } \alpha \,.\, b'e \text{ Sin. } \alpha$$

$$= 1 : \text{Sin. } \alpha^2.$$

oder die senkrechten Stöße auf verschiedentlich gegen Strohm geneigten Flächen verhalten sich wie die Quadrate der Sinusse der Anstoßwinkel.

Nähme man an, die Fläche ab' könne nicht nach der Richtung fe, sondern blos nach einer mit dem Strohm parallelen Richtung fg ausweichen, so müßte man den Stoß nach fe abermals in die Theile eg, fg zerlegen, wovon blos der letzte in Betrachtung käme. Dieß würde z. B. der Fall seyn, wenn ab'β der Queerschnitt eines dreyeckigten Prisma wäre, welches von dem Wasser nach der Richtung b'e gestoßen würde. Hier heben sich von den auf die Seitenflächen senkrechten Stößen fe, ϕe die entgegengesetzten Theile ge, ae einander auf, und blos die Theile fg, ϕb können den gestossenen Körper bewegen.

Fragt man, wie sich hier der mit dem Strohm parallele Stoß auf die beyden Seitenflächen zu dem auf aβ senkrechten Stoß verhalte, so bedenke man Folgendes:

Die in gleichen Zeiten auf a b' und a e stoßenden Wassermengen sind gleich groß, weil aber, wegen der doppelten Zerlegung des schiefen Stoßes nur der Theil f g auf a b' parallel mit der Richtung des Stromes wirkt, so hat man den Stoß auf a e zum Stoß auf a b' = b'e : f g

Es ist aber f e = b'e Sin. α

und f g = f e Sin α = b'e Sin. α^2

folglich der Stoß auf a b'

zum Stoß auf a e = Sin. α^2 : 1

Eben so verhält sich der Stoß auf b'β und eβ. Daher der Stoß auf die geneigten Seitenflächen zum senkrechten Stoß auf aβ = Sin. α^2 : 1. Allgemein, wenn einerley Wassermengen auf verschiedene Flächen unter verschiedenen Neigungswinkeln auftreffen, so verhalten sich die mit dem Strohm parallelen Stöße wie die Quadrate der Sinusse der Neigungswinkel.

77) Die 75. und 76. vorgetragenen Sätze geben blos das Verhältniß der Wasserstöße gegen einander an. Die absolute Größe des Stoßes läßt sich folgendermaßen beurtheilen. Wenn aβ Fig. 34. eine dem Wasserstoß senkrecht ausgesetzte Fläche bezeichnet, und selbige soll den ganzen Stoß aushalten, so muß sie die dem anströhmenden Wasser zugehörige Geschwindigkeit zernichten. Nun erfordert es aber einerley Kraft, eine gegebene Geschwindigkeit eines bewegten Körpers aufzuheben, oder demselben ruhenden Körper eine gleiche Geschwindigkeit zu geben. Man denke sich daher über der Fläche aβ als Grundfläche eine Wassersäule von der zur Geschwindigkeit a c zugehörigen Druckhöhe, so wird das Gewicht dieser Wassersäule dem Stoß auf aβ gleich seyn.

Da es ferner in Hinsicht der hervorgebrachten Wirkung eins ist, ob man sich aβ als ruhend und

das Wasser mit der Geschwindigkeit ca stoßend, oder das Wasser als ruhend und dagegen die Fläche a β mit gleicher Geschwindigkeit a c stoßend denkt, so sagt man: **Stoß und Widerstand des Wassers seyen bey übrigens gleichen Umständen gleich, und richteten sich nach einerley Gesetzen.**

78) Anmerkung. Aus den vorgetragenen Sätzen von schiefem und senkrechtem Stoß des Wassers, läßt sich mit Hülfe der höhern Geometrie der Stoß auf krumme Flächen von jeder gegebenen Figur berechnen. So findet man z. B. den Stoß auf den Halbkreis a c b Fig. 35. nach c d = ⅔ des senkrechten Stoßes auf a b, den mit dem Strohm parallelem Stoß auf die Kugeloberfläche halb so groß als den senkrechten Stoß auf ihren größten Kreis u. s. w. Man hat indessen gegen die in den vorstehenden Paragraphen enthaltene Theorie des Wasserstoßes (die sich übrigens durch ihre Einfachheit empfiehlt) viele Zweifel erregt, und angesehene Mathematiker, an deren Spitze Daniel Bernoulli steht, haben sogar eine Theorie entworfen, nach welcher der senkrechte Stoß des Wassers auf eine Fläche so groß ist, als das Gewicht einer Wassersäule über der Fläche als Grundfläche und einer Höhe, welche doppelt so groß ist, als die zur Geschwindigkeit gehörige Höhe. Andere, wie Euler, behaupten, die Wahrheit liege in der Mitte zwischen der Bernoullischen und der gewöhnlichen Theorie.

Ohne mich hier in eine umständliche Erörterung der verschiedenen Theorien einzulassen, welche ohnehin mehrere Kenntnisse erfordern, als ich in diesen Anfangsgründen voraussetzen darf, wird es hinreichend seyn, einige der vorzüglichsten bey der theoretischen Bestimmung des Stoßes eintrettenden Schwierigkeiten, nebst deren Beantwortung durch die Erfahrung zu erzählen.

79) Anmerkung. Die gewöhnliche Theorie vom Stoße des Wassers nimmt an, daß alle auf eine feste Ebene a β Fig. 34. parallel auftreffenden Wassertheilchen sich in ihrem Stoß gar nicht hinderlich fallen, und ferner, daß dieselben, nachdem sie angestoßen haben, plötzlich hinwegkommen, gleichsam vernichtet werden, ohne den Anstoß der nachfolgenden Theilchen zu vermehren oder zu vermindern. Da aber diese Voraussetzungen wegen der Cohäsion und Adhäsion der Wassertheilchen unter sich und an die festen Körper nicht Statt finden,

sondern vielmehr die nach geschehenem Anstoß längst der Oberfläche des Körpers hingleitenden Wassertheilchen noch auf den Körper mehr und weniger drücken werden, so erhellet wohl schon im Voraus, daß die Erfahrung den Stoß größer geben mag, als die gewöhnliche Theorie. Eben so wie die zu einer bestimmten Geschwindigkeit durch Erfahrung gefundene Druckhöhe größer ist, als die theoretisch berechnete. Wie viel die erwähnten Umstände den Stoß des Wassers vermehren, das kommt theils auf die Figur a b' β des gestoßenen Körpers, theils darauf an, mit welcher Leichtigkeit die von dem Körper bey a und β abgleitenden Wassertheilchen ausweichen können. Es wird daher für die Größe des Stoßes keineswegs einerley seyn, ob sich der gestossene Körper in einem unbegränzten Strohm, oder in einem engen Kanal befindet, der die Breite der Stoßfläche nur weniges übertrifft. Die Pariser Academisten haben über diesen Gegenstand besonders lehrreiche Erfahrungen angestellt. Ich gehe, mit Auslassung der ältern minder schätzbaren, gleich zur Erzählung der Bossütschen Versuche. Fig. 36. stellt seine dazu gebrauchte Vorrichtung dar. b c d ist ein gleicharmiger Wagebalken, dessen oberer Rükken wie eine Messerschneide zugeschärft ist, in seinem Schwerpuncte c beweglich. An dem einen Ende des Wagebalkens war eine kreisförmige eben abgeschliffene kupferne Scheibe a b von $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser befestiget, deren Ebene, verlängert, genau durch den Drehungspunct der Wage gieng, an dem andern Ende die Wagschaale s. Ueber der kupfernen Platte befand sich ein cylindrisches Gefäß A, das auf eine bestimmte Höhe voll Wasser erhalten wurde, und aus dessen Oeffnung f im Boden vermittelst einer kurzen Ansatzröhre ein Wasserstrahl auf die Platte traf. Der dadurch bewirkte Stoß wurde durch das Gegengewicht s, welches die Wage im Gleichgewicht erhielt, gemessen. Der Bogen e g h diente dazu den Wagebalken unter jeder beliebigen Neigung unter den Wasserstrahl zu bringen.

Die folgende Tafel enthält die Resultate einiger Versuche über den senkrechten Stoß. Der Mittelpunct der Stoßplatte befand sich 1 Zoll unter der Oeffnung f, und die Höhe der Wassersäule von der Mitte der Platte an gerechnet, betrug 4 Fuß, und 2 Fuß. Da aber die Geschwindigkeit des durch eine kurze Ansatzröhre fließenden Wassers nur $\frac{2}{3}$ der ganzen Druckhöhe nach der theo-

retischen Berechnung giebt, so bringt auch Bossût bey der Berechnung des Stoßes nicht mehr in Anschlag.

Durchmesser der Wassersäule	Höhe der Wassersäule	berechnetes Gewicht	beobachteter senkrechter Stoß	beobachteter schiefer Stoß
Linien	Fuße	Gran	Gran	60° Neig. Gran
10	$\frac{8}{3}$	6518	12608	12248
6	$\frac{8}{3}$	2346	4484	4315
10	$\frac{4}{3}$	3259	6306	6125
6	$\frac{4}{3}$	1173	2243	2138

Nach dieser Tabelle ist der beobachtete senkrechte Stoß nahe noch einmal so groß, als das Gewicht der zur Geschwindigkeit gehörigen Wassersäule, übereinstimmend mit der Bernoullischen Theorie. Bossût erinnert aber selbst, daß man gegen die Versuche einwenden könne, daß das Gewicht des auf der horizontalen Platte gleichsam ruhenden Wassers das Moment des Stoßes vermehret habe, welches auch gewiß der Fall war. Die Versuche sind aber gerade in der Hinsicht lehrreich, da sie beweisen, daß überall, wo das anstoßende Wasser nicht ausweichen kann, und Druck und Stoß zugleich Statt findet, wie z. B. in den Schlußgerinnen der unterschlächtigen Mühlenräder, die Kraft des Stoßes beynahe doppelt so groß ist, als der zur Geschwindigkeit gehörige Druck. Uebrigens bestättigen diese Versuche die oben vorgetragenen theoretischen Sätze, daß sich die zu verschiedenen Geschwindigkeiten und Stoßflächen gehörigen Größen der Stöße, wie die Stoßflächen und wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, oder die ihnen gleichgültigen Druckhöhen verhalten.

Die schiefen Stöße hätten bey den Bossûtschen Versuchen den senkrechten gleich seyn sollen, weil bey der angewendeten Vorrichtung das Moment des schiefen Stoßes, und des angebrachten Gegengewichtes an der Wage einerley Verhältniß gegen einander behielten, und die auf die Platte treffende Wassermenge beym schiefen und senkrechten Stoß gleich waren. Die schiefen Stöße fielen etwas kleiner aus, wohl aus der Ursache, weil bey der geneigten Lage der Platte das anstoßende Wasser schneller und ungehinderter abfloß.

80) Anmerkung. Samuel Vince hat in den philosophischen Transactionen für 1795. 1 Th. eine sinn-

reiche Vorrichtung angegeben, um die Größe des Wasserstoßes mit dem Druck einer ruhenden Wassersäule zu vergleichen. An der einen Seite einer empfindlichen Wage A B Fig. 37. wird ein cylindrisches Gefäß C voll Wasser ins Gleichgewicht gebracht, in dessen Boden a sich eine kleine Oeffnung befindet, die man nach Willkühr verschließen kann. Unter dem Cylinder befindet sich in der Wagschaale ein abgekürzter Kegel, dessen obere Fläche b von der Oeffnung a nicht weiter entfernt ist, als der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles. Hat man nun alles bey verschlossener Oeffnung a an der Wage ins Gleichgewicht gebracht, und öffnet nun a plötzlich, so kommt die Wage nicht aus dem Gleichgewicht. Bey verschlossener Oeffnung ruhete auf ihr das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe des Cylinders C. Indem der Wasserstrahl zur Oeffnung a hervorbricht, geht jener Druck verloren, dafür entsteht aber der Stoß auf b, und weil die Wage nach wie vor im Gleichgewicht bleibt, so müssen Druck und Stoß einander gleich seyn.

Ich habe diesen Versuch mehrmals mit Erfolg wiederholet. Er scheint allerdings die gewöhnliche Theorie des Stoßes mehr als die Bernoullische zu begünstigen. Jedoch ist folgendes dabey zu bedenken: Wenn die Oeffnung a eine kurze Ansatzröhre ist, so beträgt die Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers nur 0,81 der theoretischen, und die zur verminderten Geschwindigkeit gehörige Druckhöhe $\frac{2}{3}$ der wirklichen. Da nun der Versuch den Stoß der wirklichen Druckhöhe gleich giebt, so muß er die zur Geschwindigkeit gehörige Höhe um die Hälfte übertreffen, oder wenn man diese Höhe h nennt, so ist die zum Stoß gehörige Höhe $= \frac{3}{2}$ h. Auf dasselbe Resultat kommt man, wenn die Oeffnung a sich in einer dünnen Wand befindet. Hier gehöret zwar die Geschwindigkeit der ganzen Druckhöhe zu, aber der Querschnitt des zusammengezogenen Strahles (die eigentliche Stoßfläche) beträgt nur $\frac{2}{3}$ a, und doch ist der Stoß dem Gewicht der Wassersäule über der Oeffnung a gleich, folglich muß die zu ihm gehörige Höhe des Drucks $= \frac{3}{2}$ h seyn. So bestätigte eigentlich der von Vince angeführte Versuch die Eulerische Meynung. Indessen kann man gegen die angeführte Schlußart die Einwendung machen: die Ursachen, welche bey der kurzen Ansatzröhre die Verminderung der Geschwindigkeit, und bey

der Oeffnung in der dünnen Platte die Zusammenziehung des Strahles bewirken (Adhäsion und Cohäsion des Wassers) machen, daß nicht der ganze Druck der über a ruhig stehenden Wassersäule auf Bewegung und Stoß verwendet wird, sondern ein Theil dieser Kraft wirkt blos jenen Hindernissen entgegen. Man ist also auch nicht berechtiget, die Größe des Stoßes dem Gewicht der ganzen über der Oeffnung stehenden Wassersäule gleich zu setzen, und die Höhe des Stoßes könnte doch wohl nur = h seyn. Ich bin geneigt, der letzten gewöhnlichen Meynung beyzupflichten, unter der Voraussetzung, daß das anstoßende Wasser frey und ungehindert wegkommen kann. Auch sprechen die noch anzuführenden Versuche über den Widerstand des Wassers, und die mit dem Brünningischen Strohmmesser angestellten Versuche für diese Behauptung. Aus dem Gesagten erhellet indeß zur Genüge, daß die Lehre vom Stoße des Wassers aller angewendeten Bemühungen ungeachtet, noch weit von der geometrischen Evidenz entfernt ist.

81) Anmerkung. Gegen den §. 75. am Ende vorgetragenen Satz, daß die Größe des Stoßes und Widerstandes des Wassers bey einerley Stoßfläche und Geschwindigkeit gleich seyen, lassen sich folgende Erinnerungen machen.

cdef Fig. 38. bezeichne einen horizontalen Längenschnitt eines prismatischen Körpers, dessen vordere Stoßfläche cd ein Rechteck ist. Der Körper werde mit der Geschwindigkeit ba in einer Secunde in ruhendem Wasser fortgeführet. Es wird also der Körper in jeder Secunde ein Wasserprisma = cd . ab aus der Stelle treiben. Dieses Wasser weicht zur Seite nach parabolischen Linien bcd, bdh aus, wie man an der wellenförmigen Bewegung des Wassers auf seiner Oberfläche bemerkt, dagegen stürzt sich das Wasser von g, h und i her in die von dem Körper verlassene Stelle. Da nun das Ausweichen des Wassers vor dem Körper, so wie das Wiedereintreten des Wassers hinter dem Körper nicht urplötzlich geschehen kann, so entsteht an dem vordern Theil des Körpers eine Aufstauung, und an dem hintern Theil des Körpers eine Vertiefung des Wassers unter den ursprünglichen horizontalen Wasserstand.

Nun erhellet von selbst, daß die Größe und Gestalt des Vordertheiles des Körpers für das leichtere

Ausweichen des Wassers, so wie die Größe und Gestalt des Hintertheiles für das leichtere Zusammenfließen des Wassers keineswegs gleichgültig seyn könne. Aber auch die Länge der Seitenfläche des Körpers muß auf die Größe des Widerstandes des Wassers einen Einfluß haben, weil sich das Wasser vermöge seiner Adhäsion an die Seitenwände des Körpers anlegt, und indem diese fortbewegt werden, eine mit ihnen parallele Wassersäule fortgezogen wird. Alles dieß zusammengenommen ergiebt sich, daß außer der Größe und Geschwindigkeit der Stoßfläche, die Länge des Körpers, die Gestalt seines Vorder- und Hintertheiles, und endlich die Dimensionen des Kanales, worin der Körper fortbewegt wird, auf den Widerstand des Wassers einen merklichen Einfluß haben müssen, und daß es wenigstens nicht so geradehin verstattet sey, denselben dem Stoß Wassers auf einen ruhenden Körper gleich zu setzen.

Bossût, d'Alembert und **Condorcet** haben zuerst im Jahr 1775 eine Reihe lehrreicher Versuche über den Widerstand des Wassers angestellet, welche dazu dienen sollten, theils die absolute Größe des Widerstandes bey verschiedenen Stoßflächen und Geschwindigkeiten, theils die Abänderung desselben nach den Dimensionen des Kanales, worin der Körper bewegt wird, auszumitteln. Im Jahr 1778 haben dieselben Gelehrten eine zweyte Reihe von Versuchen unternommen, hauptsächlich um das Verhältniß des schiefen und senkrechten Stoßes und Widerstandes, und die vortheilhafteste Bestimmung des Vorder- und Hintertheiles und der Länge der Schiffe auszumachen. Ich kann hier nur einen allgemeinen Begriff von der Anstellung und eine kurze Uebersicht von den Resultaten der Versuche geben, deren vollständige Erzählung man in **Bossûts** Hydrodynamik S. 314 f. der deutsch. Uebers. findet.

Man denke sich an dem Ufer eines stillestehenden Wasserbehälters einen 76 — 80 Fuß hohen Mastbaum lothrecht aufgerichtet, an dessen äusserster Spitze eine Rolle a Fig. 39. befestiget ist. An dem Fuß des Mastbaumes so tief unter Wasser, als der Schwerpunct des im Wasser fort zu bewegenden Körpers befinde sich eine zweyte Rolle b. Nun sey in der Richtung des Schwerpuncts des Körpers c ein Seil angeknüpft, das in wagrechter Richtung unter dem Wasser fort, hierauf über

die Rolle b in lothrechter Richtung in die Höhe, und endlich über die Rolle a in lothrechter Richtung herabgehe, und daselbst eine mit Gewichte versehene Wagschaale d trage. Indem die Gewichte d herabsinken, wird der Körper c mit gleicher Geschwindigkeit unter dem Wasser fortgezogen, die (nach der Erfahrung Anfang und Ende der Bewegung abgerechnet) ziemlich gleichförmig ausfällt. Die Größe der Gewichte d geben, die Reibung und den Widerstand der Seile abgerechnet, den Widerstand des Wassers gegen den Körper c unmittelbar.

Beobachtet man vermmittelst eines aufgehängten Pendels, oder einer guten Secundenuhr die Zeit des Fallens der Gewichte, und dividiret dieselbe in die Höhe, so erhält man die Geschwindigkeit der Gewichte, und eben dadurch die Geschwindigkeit des im Wasser fortbewegten Körpers. Wählet man statt der obern Stelle a ein Rad mit einer Welle, so vermindert sich der Bewegungsraum der Gewichte d gegen den Weg des Körpers c im Verhältniß vom Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades. Die Einrichtung bringt daher den Vortheil, daß man ein minder hohes fester stehendes Gerüste bauen kann, und doch eine längere Bewegung für den Körper im Wasser erhält. Um die seitwärts gehende Schwankung des fortbewegten Körpers c zu verhindern, ist es gut, ein zweytes mit bc parallel gehendes Seil über oder unter dem Körper an beyden Enden fest zu spannen, und den Körper an Schleifrollen längst diesem Seil hergehen zu lassen. Die von Bossüt aus seinen Versuchen gezogenen Hauptresultate sind folgende;

1) Der Widerstand eines und eben des Körpers, bey verschiedenen Geschwindigkeiten ist sehr nahe dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

2) Der senkrechte Widerstand gegen ebene Flächen ist sehr nahe der Größe der Flächen proportional.

3) Die absolute Größe des senkrechten Widerstandes gegen eine ebene Fläche in einer unbegränzten Wassermasse ist dem Gewicht einer Wassersäule gleich, welche die ebene Fläche zur Grundfläche, und die der Geschwindigkeit des Wassers zugehörige Höhe zur Höhe hat.

durch niedergesetzten Sand gewinnt. Mit einem Wort, das Bette des Flusses kann in keinem Beharrungsstand bleiben. Man muß daher den Anprallwinkel so lange vermindern, bis das höhle Ufer dem Wasserstoß hinlänglich widerstehen kann. Der oben angegebene Winkel ist selbst bey thonartigen Ufern vermöge der Erfahrung eine nicht zu überschreitende Größe, wohl aber darf man den Anprallwinkel kleiner als 36° machen.

72) Unter der Bedingung des vorigen Paragraphen läßt sich für jeden gegebenen Krümmungswinkel die kleinste Anzahl von Rückprallungen bestimmen. Dann man hat aus der Gleichung für r §. 66.

$$n = \frac{180° - K}{2 \cdot 36°}$$

Beyspiel. Es sey K = 60°, giebt $n = \frac{120°}{72}$ = 1,7 wofür man 2 nimmt.

Aus der Zahl der Rückprallungen findet man hierauf die Größe des Rückprallwinkels $= \frac{180° - 60°}{4} = 30°$

Zieht man die Sehne ge Fig. 31., so ist der Winkel, welchen sie mit dem Halbmesser gc macht,

$$90° - \tfrac{1}{2} r.$$

Denn es ist gec ein gleichschenklichtes Dreyeck, und $< c = r$ folglich $cge = 90 - \tfrac{1}{2} r$.

Man denke sich den Halbmesser gc verlängert, bis er auf der entgegengesetzten Seite wieder in den Umfang des Kreises einschneidet, so hat man nach Geom. (99) ga : gc = ge : doppelten Halbmesser gc oder

$$2 \cdot gc = \frac{ge^2}{ga}$$

$$gc = \frac{ge^2}{2\,ga} = \frac{ge^2}{gh}$$

welches dazu dienet, den Krümmungshalbmesser aus der Breite des Kanals und der Sehne des Einfallswinkels

zu berechnen. g e selbst findet man aus dem rechtwinklichten Dreyeck e g a durch die Proportion

Sin. g e a : 1 = g a : g e

und < g e a = 90° — (90° — ½ r) = ½ r

daher $ge = \frac{ga}{\text{Sin. } \frac{1}{2} r}$

Vermittelst des berechneten Krümmungshalbmessers g c, der Breite des Kanales, und dem Winkel g c d = C läßt sich die ganze Krümmung verzeichnen.

73) Aus der gegebenen Breite des Kanales, dem Einfallswinkel und der Zahl der Rückprallungen den Krümmungshalbmesser und die Krümmung durch Zeichnung zu bestimmen. Man ziehe Fig. 31. eine unbestimmte gerade Linie g c, von einem beliebigen Punct g aus trage man die gegebene Breite des Kanales auf die Linie nach g h, halbire g h in a, richte aus a das unbestimmte Perpendikel a b auf, trage in g den < 90° — ½ r, so schneidet derselbe in c den Punct der ersten Anprallung ab. Ueber g e construire man mittelst der gegebenen Winkel das gleichschenklichte Dreyeck g e c, so bestimmt sich dadurch der Mittelpunct und Halbmesser der Krümmung. In c trage man den < C = 2 n r, so erhält man die Größe des Krümmungsbogens g i, der sich mittelst des gegebenen Halbmessers, so wie der innere Bogen h k leicht construiren läßt. Den doppelten Bogen g e trage man von e aus so vielmal in den Bogen e i, als angeht, so erhält man die Rückprallungspuncte e, f.

74) Anmerkung. Es erhellet, daß man auf ähnliche Art verfähret, wenn die Krümmung eines Flusses nicht einfach, sondern doppelt, oder eine sogenannte Serpentine ist, wie Fig. 33., nur daß man hier die Operation (70.) zwey = oder mehrmal nach Beschaffenheit der Umstände wiederholen muß. Auch dienen die gegebenen Vorschriften nicht blos die Krümmungen bey Kanälen und Flüssen, sondern auch bey Röhrenleitungen zu ziehen. Für die letztere insbesondere beweisen die

Büatischen Versuche, daß eine nach regelmäßigen Krümmungen geführte Röhrenleitung beträchtlich mehr Wasser gab, als eine mit unregelmäßigen Krümmungen versehene, unter übrigens gleichen Umständen.

Vom Stoß und Widerstande des Wassers gegen feste Körper.

75) Es sey a b Fig. 34. der Durchschnitt einer festen unbeweglichen Ebene, gegen welche ein Wasserstrohm mit der Geschwindigkeit c a senkrecht stoße. Die Größe des Stoßes ist (nach Mechan.) zusammengesetzt aus der anstossenden Masse multipliciret in ihre Geschwindigkeit. Nun kann hier die Masse durch das Prisma c a b d, oder seinen Durchschnitt das Rechteck gleiches Namens, so wie die Geschwindigkeit durch die Linie c a dargestellet werden, und man hat für den auf a b senkrechten Stoß

$$S = ab \cdot ac \cdot ac = ab \cdot ac^2$$

Aus ähnlichen Gründen für eine andere Geschwindigkeit γa, den Stoß s

$$s = ab\, \gamma a^2$$

$$\text{und} \quad S : s = ac^2 : a\gamma^2$$

Die senkrechten Wasserstöße auf gleiche Stoßflächen verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Wenn a b um die Größe b β wüchse, so würde die anstoßende Masse, folglich der Stoß bey ungeänderter Geschwindigkeit, in demselben Verhältnisse wachsen, oder: die senkrechten Stöße s, S auf Flächen von verschiedener Größe verhalten sich bey einerley Geschwindigkeit wie die Stoßflächen.

76) Die Fläche a b sey unter dem Winkel α in der Richtung a b′ gegen das anströhmende Wasser geneigt, so erhellet, daß die auf a b′ stoßende Wasser-

menge

menge nicht größer als die auf ae stoßende sey. Es ist aber

$$ab' : ae = 1 : \text{Sin. } \alpha$$
$$\text{oder} \quad ae = ab \text{ Sin. } \alpha$$

Ferner drucke b'e die Geschwindigkeit des anströhmenden Wassers aus. Diese Geschwindigkeit zerlegt sich in zwey Theile, einen mit der Fläche b'a parallelen b'f, und einen auf sie senkrechten fe. Angenommen, daß blos der letzte stoße, so hat man denselben = b'e Sin. α. Heißt nun der von b'e auf ab herrührende senkrechte Stoß = S, der von fe auf ab' gehende = s, so ist

$$S : s = ab \, . \, b'e : ae \, . \, fe$$
$$= ab \, . \, b'e : ab \text{ Sin. } \alpha \, . \, b'e \text{ Sin. } \alpha$$
$$= 1 : \text{Sin. } \alpha^2.$$

oder die senkrechten Stöße auf verschiedentlich gegen Strohm geneigten Flächen verhalten sich wie die Quadrate der Sinusse der Anstoßwinkel.

Nähme man an, die Fläche ab' könne nicht nach der Richtung fe, sondern blos nach einer mit dem Strohm parallelen Richtung fg ausweichen, so müßte man den Stoß nach fe abermals in die Theile eg, fg zerlegen, wovon blos der letzte in Betrachtung käme. Dieß würde z. B. der Fall seyn, wenn ab'β der Queerschnitt eines dreyeckigten Prisma wäre, welches von dem Wasser nach der Richtung b'e gestoßen würde. Hier heben sich von den auf die Seitenflächen senkrechten Stößen fe, ϕe die entgegengesetzten Theile ge, ae einander auf, und blos die Theile fg, ϕb können den gestossenen Körper bewegen.

Fragt man, wie sich hier der mit dem Strohm parallele Stoß auf die beyden Seitenflächen zu dem auf aβ senkrechten Stoß verhalte, so bedenke man Folgendes:

Die in gleichen Zeiten auf a b′ und a e stossenden Wassermengen sind gleich groß, weil aber, wegen der doppelten Zerlegung des schiefen Stoßes nur der Theil f g auf a b′ parallel mit der Richtung des Strohmes wirkt, so hat man den Stoß auf a e zum

Stoß auf a b′ = b′e : f g

Es ist aber f e = b′e Sin. α

und f g = f e Sin α = b′e Sin. α^2

folglich der Stoß auf a b′

zum Stoß auf a e = Sin. α^2 : 1

Eben so verhält sich der Stoß auf b′β und e β. Daher der Stoß auf die geneigten Seitenflächen zum senkrechten Stoß auf a β = Sin. α^2 : 1. Allgemein, wenn einerley Wassermengen auf verschiedene Flächen unter verschiedenen Neigungswinkeln auftreffen, so verhalten sich die mit dem Strohm parallelen Stöße wie die Quadrate der Sinusse der Neigungswinkel.

77) Die 75. und 76. vorgetragenen Sätze geben blos das Verhältniß der Wasserstöße gegen einander an. Die absolute Größe des Stoßes läßt sich folgendermaßen beurtheilen. Wenn a β Fig. 34. eine dem Wasserstoß senkrecht ausgesetzte Fläche bezeichnet, und selbige soll den ganzen Stoß aushalten, so muß sie die dem anströhmenden Wasser zugehörige Geschwindigkeit zernichten. Nun erfordert es aber einerley Kraft, eine gegebene Geschwindigkeit eines bewegten Körpers aufzuheben, oder demselben ruhenden Körper eine gleiche Geschwindigkeit zu geben. Man denke sich daher über der Fläche a β als Grundfläche eine Wassersäule von der zur Geschwindigkeit a c zugehörigen Druckhöhe, so wird das Gewicht dieser Wassersäule dem Stoß auf a β gleich seyn.

Da es ferner in Hinsicht der hervorgebrachten Wirkung eins ist, ob man sich a β als ruhend und

das Wasser mit der Geschwindigkeit c a stoßend, oder das Wasser als ruhend und dagegen die Fläche a β mit gleicher Geschwindigkeit a c stoßend denkt, so sagt man: **Stoß und Widerstand des Wassers seyen bey übrigens gleichen Umständen gleich, und richteten sich nach einerley Gesetzen.**

78) Anmerkung. Aus den vorgetragenen Sätzen von schiefem und senkrechtem Stoß des Wassers, läßt sich mit Hülfe der höhern Geometrie der Stoß auf krumme Flächen von jeder gegebenen Figur berechnen. So findet man z. B. den Stoß auf den Halbkreis a c b Fig. 35. nach c d = $\frac{2}{3}$ des senkrechten Stoßes auf a b, den mit dem Strohm parallelem Stoß auf die Kugeloberfläche halb so groß als den senkrechten Stoß auf ihren größten Kreis u. s. w. Man hat indessen gegen die in den vorstehenden Paragraphen enthaltene Theorie des Wasserstoßes (die sich übrigens durch ihre Einfachheit empfiehlt) viele Zweifel erregt, und angesehene Mathematiker, an deren Spitze Daniel Bernoulli steht, haben sogar eine Theorie entworfen, nach welcher der senkrechte Stoß des Wassers auf eine Fläche so groß ist, als das Gewicht einer Wassersäule über der Fläche als Grundfläche und einer Höhe, welche doppelt so groß ist, als die zur Geschwindigkeit gehörige Höhe. Andere, wie Euler, behaupten, die Wahrheit liege in der Mitte zwischen der Bernoullischen und der gewöhnlichen Theorie.

Ohne mich hier in eine umständliche Erörterung der verschiedenen Theorien einzulassen, welche ohnehin mehrere Kenntnisse erfordern, als ich in diesen Anfangsgründen voraussetzen darf, wird es hinreichend seyn, einige der vorzüglichsten bey der theoretischen Bestimmung des Stoßes eintrettenden Schwierigkeiten, nebst deren Beantwortung durch die Erfahrung zu erzählen.

79) Anmerkung. Die gewöhnliche Theorie vom Stoße des Wassers nimmt an, daß alle auf eine feste Ebene a β Fig. 34. parallel auftreffenden Wassertheilchen sich in ihrem Stoß gar nicht hinderlich fallen, und ferner, daß dieselben, nachdem sie angestoßen haben, plötzlich hinwegkommen, gleichsam vernichtet werden, ohne den Anstoß der nachfolgenden Theilchen zu vermehren oder zu vermindern. Da aber diese Voraussetzungen wegen der Cohäsion und Adhäsion der Wassertheilchen unter sich und an die festen Körper nicht Statt finden,

sondern vielmehr die nach geschehenem Anstoß längst der Oberfläche des Körpers hingleitenden Wassertheilchen noch auf den Körper mehr und weniger drücken werden, so erhellet wohl schon im Voraus, daß die Erfahrung den Stoß größer geben mag, als die gewöhnliche Theorie. Eben so wie die zu einer bestimmten Geschwindigkeit durch Erfahrung gefundene Druckhöhe größer ist, als die theoretisch berechnete. Wie viel die erwähnten Umstände den Stoß des Wassers vermehren, das kommt theils auf die Figur a b' β des gestoßenen Körpers, theils darauf an, mit welcher Leichtigkeit die von dem Körper bey a und β abgleitenden Wassertheilchen ausweichen können. Es wird daher für die Größe des Stoßes keineswegs einerley seyn, ob sich der gestossene Körper in einem unbegränzten Strohm, oder in einem engen Kanal befindet, der die Breite der Stoßfläche nur weniges übertrifft. Die Pariser Academisten haben über diesen Gegenstand besonders lehrreiche Erfahrungen angestellt. Ich gehe, mit Auslassung der ältern minder schätzbaren, gleich zur Erzählung der Bossütschen Versuche. Fig. 36. stellt seine dazu gebrauchte Vorrichtung dar. b c d ist ein gleicharmiger Wagebalken, dessen oberer Rükken wie eine Messerschneide zugeschärft ist, in seinem Schwerpuncte c beweglich. An dem einen Ende des Wagebalkens war eine kreisförmige eben abgeschliffene kupferne Scheibe a b von $1\frac{1}{2}$ Zoll im Durchmesser befestiget, deren Ebene, verlängert, genau durch den Drehungspunct der Wage gieng, an dem andern Ende die Wagschaale s. Ueber der kupfernen Platte befand sich ein cylindrisches Gefäß A, das auf eine bestimmte Höhe voll Wasser erhalten wurde, und aus dessen Oeffnung f im Boden vermittelst einer kurzen Ansatzröhre ein Wasserstrahl auf die Platte traf. Der dadurch bewirkte Stoß wurde durch das Gegengewicht s, welches die Wage im Gleichgewicht erhielt, gemessen. Der Bogen e g h diente dazu den Wagebalken unter jeder beliebigen Neigung unter den Wasserstrahl zu bringen.

Die folgende Tafel enthält die Resultate einiger Versuche über den senkrechten Stoß. Der Mittelpunct der Stoßplatte befand sich 1 Zoll unter der Oeffnung f, und die Höhe der Wassersäule von der Mitte der Platte an gerechnet, betrug 4 Fuß, und 2 Fuß. Da aber die Geschwindigkeit des durch eine kurze Ansatzröhre fliessenden Wassers nur $\frac{2}{3}$ der ganzen Druckhöhe nach der theo-

retischen Berechnung giebt, so bringt auch Bossüt bey der Berechnung des Stoßes nicht mehr in Anschlag.

Durchmesser der Wassersäule Linien	Höhe der Wassersäule Fuße	berechnetes Gewicht Gran	beobachteter senkrechter Stoß Gran	beobachteter schiefer Stoß 60° Neig. Gran
10	$\frac{8}{3}$	6518	12608	12248
6	$\frac{8}{3}$	2346	4484	4315
10	$\frac{4}{3}$	3259	6306	6125
6	$\frac{4}{3}$	1173	2243	2138

Nach dieser Tabelle ist der beobachtete senkrechte Stoß nahe noch einmal so groß, als das Gewicht der zur Geschwindigkeit gehörigen Wassersäule, übereinstimmend mit der Bernoullischen Theorie. Bossüt erinnert aber selbst, daß man gegen die Versuche einwenden könne, daß das Gewicht des auf der horizontalen Platte gleichsam ruhenden Wassers das Moment des Stoßes vermehret habe, welches auch gewiß der Fall war. Die Versuche sind aber gerade in der Hinsicht lehrreich, da sie beweisen, daß überall, wo das anstoßende Wasser nicht ausweichen kann, und Druck und Stoß zugleich Statt findet, wie z. B. in den Schlußgerinnen der unterschlächtigen Mühlenräder, die Kraft des Stoßes beynahe doppelt so groß ist, als der zur Geschwindigkeit gehörige Druck. Uebrigens bestättigen diese Versuche die oben vorgetragenen theoretischen Sätze, daß sich die zu verschiedenen Geschwindigkeiten und Stoßflächen gehörigen Größen der Stöße, wie die Stoßflächen und wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, oder die ihnen gleichgültigen Druckhöhen verhalten.

Die schiefen Stöße hätten bey den Bossütschen Versuchen den senkrechten gleich seyn sollen, weil bey der angewendeten Vorrichtung das Moment des schiefen Stoßes, und des angebrachten Gegengewichtes an der Wage einerley Verhältniß gegen einander behielten, und die auf die Platte treffende Wassermenge beym schiefen und senkrechten Stoß gleich waren. Die schiefen Stöße fielen etwas kleiner aus, wohl aus der Ursache, weil bey der geneigten Lage der Platte das anstoßende Wasser schneller und ungehinderter abfloß.

80) Anmerkung. Samuel Vince hat in den philosophischen Transactionen für 1795. 1 Th. eine sinn-

reiche Vorrichtung angegeben, um die Größe des Wasserstoßes mit dem Druck einer ruhenden Wassersäule zu vergleichen. An der einen Seite einer empfindlichen Wage A B Fig. 37. wird ein cylindrisches Gefäß C voll Wasser ins Gleichgewicht gebracht, in dessen Boden a sich eine kleine Oeffnung befindet, die man nach Willkühr verschließen kann. Unter dem Cylinder befindet sich in der Wagschaale ein abgekürzter Kegel, dessen obere Fläche b von der Oeffnung a nicht weiter entfernt ist, als der Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles. Hat man nun alles bey verschlossener Oeffnung a an der Wage ins Gleichgewicht gebracht, und öffnet nun a plötzlich, so kommt die Wage nicht aus dem Gleichgewicht. Bey verschlossener Oeffnung ruhete auf ihr das Gewicht einer Wassersäule von der Höhe des Cylinders C. Indem der Wasserstrahl zur Oeffnung a hervorbricht, geht jener Druck verloren, dafür entsteht aber der Stoß auf b, und weil die Wage nach wie vor im Gleichgewicht bleibt, so müssen Druck und Stoß einander gleich seyn.

Ich habe diesen Versuch mehrmals mit Erfolg wiederholet. Er scheint allerdings die gewöhnliche Theorie des Stoßes mehr als die Bernoullische zu begünstigen. Jedoch ist folgendes dabey zu bedenken: Wenn die Oeffnung a eine kurze Ansatzröhre ist, so beträgt die Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers nur 0,81 der theoretischen, und die zur verminderten Geschwindigkeit gehörige Druckhöhe $\frac{2}{3}$ der wirklichen. Da nun der Versuch den Stoß der wirklichen Druckhöhe gleich giebt, so muß er die zur Geschwindigkeit gehörige Höhe um die Hälfte übertreffen, oder wenn man diese Höhe h nennt, so ist die zum Stoß gehörige Höhe $= \frac{3}{2}$ h. Auf dasselbe Resultat kommt man, wenn die Oeffnung a sich in einer dünnen Wand befindet. Hier gehöret zwar die Geschwindigkeit der ganzen Druckhöhe zu, aber der Querschnitt des zusammengezogenen Strahles (die eigentliche Stoßfläche) beträgt nur $\frac{2}{3}$ a, und doch ist der Stoß dem Gewicht der Wassersäule über der Oeffnung a gleich, folglich muß die zu ihm gehörige Höhe des Drucks $= \frac{3}{2}$ h seyn. So bestätigte eigentlich der von Vince angeführte Versuch die Eulerische Meynung. Indessen kann man gegen die angeführte Schlußart die Einwendung machen: die Ursachen, welche bey der kurzen Ansatzröhre die Verminderung der Geschwindigkeit, und bey

der Oeffnung in der dünnen Platte die Zusammenziehung des Strahles bewirken (Adhäsion und Cohäsion des Wassers) machen, daß nicht der ganze Druck der über a ruhig stehenden Wassersäule auf Bewegung und Stoß verwendet wird, sondern ein Theil dieser Kraft wirkt blos jenen Hindernissen entgegen. Man ist also auch nicht berechtiget, die Größe des Stoßes dem Gewicht der ganzen über der Oeffnung stehenden Wassersäule gleich zu setzen, und die Höhe des Stoßes könnte doch wohl nur = h seyn. Ich bin geneigt, der letzten gewöhnlichen Meynung beyzupflichten, unter der Voraussetzung, daß das anstoßende Wasser frey und ungehindert wegkommen kann. Auch sprechen die noch anzuführenden Versuche über den Widerstand des Wassers, und die mit dem Brünningischen Strohmmesser angestellten Versuche für diese Behauptung. Aus dem Gesagten erhellet indeß zur Genüge, daß die Lehre vom Stoße des Wassers aller angewendeten Bemühungen ungeachtet, noch weit von der geometrischen Evidenz entfernt ist.

81) Anmerkung. Gegen den §. 75. am Ende vorgetragenen Satz, daß die Größe des Stoßes und Widerstandes des Wassers bey einerley Stoßfläche und Geschwindigkeit gleich seyen, lassen sich folgende Erinnerungen machen.

c d e f Fig. 38. bezeichne einen horizontalen Längenschnitt eines prismatischen Körpers, dessen vordere Stoßfläche c d ein Rechteck ist. Der Körper werde mit der Geschwindigkeit b a in einer Secunde in ruhendem Wasser fortgeführet. Es wird also der Körper in jeder Secunde ein Wasserprisma = c d . a b aus der Stelle treiben. Dieses Wasser weicht zur Seite nach parabolischen Linien b c d, b d h aus, wie man an der wellenförmigen Bewegung des Wassers auf seiner Oberfläche bemerkt, dagegen stürzt sich das Wasser von g, h und i her in die von dem Körper verlassene Stelle. Da nun das Ausweichen des Wassers vor dem Körper, so wie das Wiedereintreten des Wassers hinter dem Körper nicht urplötzlich geschehen kann, so entsteht an dem vordern Theil des Körpers eine Aufstauung, und an dem hintern Theil des Körpers eine Vertiefung des Wassers unter den ursprünglichen horizontalen Wasserstand.

Nun erhellet von selbst, daß die Größe und Gestalt des Vordertheiles des Körpers für das leichtere

Ausweichen des Wassers, so wie die Größe und Gestalt des Hintertheiles für das leichtere Zusammenfließen des Wassers keineswegs gleichgültig seyn könne. Aber auch die Länge der Seitenfläche des Körpers muß auf die Größe des Widerstandes des Wassers einen Einfluß haben, weil sich das Wasser vermöge seiner Adhäsion an die Seitenwände des Körpers anlegt, und indem diese fortbewegt werden, eine mit ihnen parallele Wassersäule fortgezogen wird. Alles dieß zusammengenommen ergiebt sich, daß außer der Größe und Geschwindigkeit der Stoßfläche, die Länge des Körpers, die Gestalt seines Vorder- und Hintertheiles, und endlich die Dimensionen des Kanales, worin der Körper fortbewegt wird, auf den Widerstand des Wassers einen merklichen Einfluß haben müssen, und daß es wenigstens nicht so geradehin verstattet sey, denselben dem Stoß Wassers auf einen ruhenden Körper gleich zu setzen.

Bossut, d'Alembert und **Condorcet** haben zuerst im Jahr 1775 eine Reihe lehrreicher Versuche über den Widerstand des Wassers angestellet, welche dazu dienen sollten, theils die absolute Größe des Widerstandes bey verschiedenen Stoßflächen und Geschwindigkeiten, theils die Abänderung desselben nach den Dimensionen des Kanales, worin der Körper bewegt wird, auszumitteln. Im Jahr 1778 haben dieselben Gelehrten eine zweyte Reihe von Versuchen unternommen, hauptsächlich um das Verhältniß des schiefen und senkrechten Stoßes und Widerstandes, und die vortheilhafteste Bestimmung des Vorder- und Hintertheiles und der Länge der Schiffe auszumachen. Ich kann hier nur einen allgemeinen Begriff von der Anstellung und eine kurze Uebersicht von den Resultaten der Versuche geben, deren vollständige Erzählung man in **Bossuts** Hydrodynamik S. 314 f. der deutsch. Uebers. findet.

Man denke sich an dem Ufer eines stillestehenden Wasserbehälters einen 76 — 80 Fuß hohen Mastbaum lothrecht aufgerichtet, an dessen äusserster Spitze eine Rolle a Fig. 39. befestiget ist. An dem Fuß des Mastbaumes so tief unter Wasser, als der Schwerpunct des im Wasser fort zu bewegenden Körpers befinde sich eine zweyte Rolle b. Nun sey in der Richtung des Schwerpuncts des Körpers c ein Seil angeknüpft, das in wagrechter Richtung unter dem Wasser fort, hierauf über

die Rolle b in lothrechter Richtung in die Höhe, und endlich über die Rolle a in lothrechter Richtung herabgehe, und daselbst eine mit Gewichte versehene Wagschaale d trage. Indem die Gewichte d herabsinken, wird der Körper c mit gleicher Geschwindigkeit unter dem Wasser fortgezogen, die (nach der Erfahrung Anfang und Ende der Bewegung abgerechnet) ziemlich gleichförmig ausfällt. Die Größe der Gewichte d geben, die Reibung und den Widerstand der Seile abgerechnet, den Widerstand des Wassers gegen den Körper c unmittelbar.

Beobachtet man vermmittelst eines aufgehängten Pendels, oder einer guten Secundenuhr die Zeit des Fallens der Gewichte, und dividiret dieselbe in die Höhe, so erhält man die Geschwindigkeit der Gewichte, und eben dadurch die Geschwindigkeit des im Wasser fortbewegten Körpers. Wählet man statt der obern Stelle a ein Rad mit einer Welle, so vermindert sich der Bewegungsraum der Gewichte d gegen den Weg des Körpers c im Verhältniß vom Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades. Die Einrichtung bringt daher den Vortheil, daß man ein minder hohes fester stehendes Gerüste bauen kann, und doch eine längere Bewegung für den Körper im Wasser erhält. Um die seitwärts gehende Schwankung des fortbewegten Körpers c zu verhindern, ist es gut, ein zweytes mit b c parallel gehendes Seil über oder unter dem Körper an beyden Enden fest zu spannen, und den Körper an Schleifrollen längst diesem Seil hergehen zu lassen. Die von Bossüt aus seinen Versuchen gezogenen Hauptresultate sind folgende;

1) Der Widerstand eines und eben des Körpers, bey verschiedenen Geschwindigkeiten ist sehr nahe dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

2) Der senkrechte Widerstand gegen ebene Flächen ist sehr nahe der Größe der Flächen proportional.

3) Die absolute Größe des senkrechten Widerstandes gegen eine ebene Fläche in einer unbegränzten Wassermasse ist dem Gewicht einer Wassersäule gleich, welche die ebene Fläche zur Grundfläche, und die der Geschwindigkeit des Wassers zugehörige Höhe zur Höhe hat.

Dieser Widerstand nimmt mit der Verengerung des Kanales zu, und kann bis zur doppelten Größe anwachsen, wenn wie in Schußgerinnen bey Mühlrädern der bewegte Körper fast eben so breit wie der Kanal ist.

4) Der von dem schiefen Anstoß herrührende Widerstand steht nicht genau in dem Verhältniß des Quadrates des Sinus des Anstoßwinkels, und weicht desto mehr von diesem Verhältniß ab, je kleiner die Anstoßwinkel werden, wie die folgende Tafel beweiset.

Anstoßwinkel	Quadrate der Sinusse	relative Werthe des Widerstandes nach der Erfahrung
90°	10000	10000
78°	9568	9578
66	8346	8446
54	6545	6925
42	4478	5233
30	2500	4404
18	955	4142
6	109	3999

Die Werthe dieser Tafel sind so gefunden worden, daß man an dem im Wasser fortbewegten Körper zugespitzte Vordertheile, wie a b′ β Fig. 34. brachte, deren $<$ a b′ β = 2 α von 180° an bis zu 12° vermindert wurde. Ich habe nur die Hälfte der Bossütschen Zahlen hier mitgetheilet. Wenn man auf ähnliche Weise, ohne das Vordertheil zu verändern, ein zugespitztes Hintertheil an den Körper brachte, dessen $<$ a b′ β = 48° war, so wurde dadurch der Widerstand um $\frac{1}{20}$ vermindert. Brachte man statt des dreyeckigten ein halbkreisförmiges Vordertheil an, so verhielt sich der schiefe Widerstand zum senkrechten = 13 : 25. da die Theorie dieß Verhältniß nur = 2 : 3 giebt. Hieraus erhellet, daß krumme Flächen den Stoß stärker vermindern als ebene spitze Vordertheile. In Hinsicht der Veränderung des Widerstandes mit der Länge fand man, daß das Verhältniß 1 : 3 von der Breite zur Länge eins der vortheilhaftesten sey.

82) Anmerkung. Langsdorf hat S. 122 f. seiner Maschinenlehre die Resultate der Bossütischen Erfahrungen durch Buchstabenformeln darzustellen gesucht. Indessen scheint mir der Langsdorfische Ausdruck, als eine blos durch Induction hergeleitete Formel, für die Ausübung zu unbequem. Eben das gilt, meinem Urtheil nach, von der Chapmannischen Formel über den Stoß des Wassers, welche dieser Gelehrte auf eigene angestellte Versuche gegründet hat. Man sehe Darstellung und Beschreibung der Versuche des Viceadmirals Chapmann in Karlskrona zur Bestimmung des Widerstandes flüssiger unbegränzter Massen, Berlin bey Belitz und Braun 1797.

Die Herrn Wiebeking und Krönke haben die für die Hydraulik äußerst wichtige Lehre vom Widerstande des Wassers im Sommer 1797 ebenfalls durch besonders im Großen veranstaltete Versuche geprüft, und werden die gefundenen Resultate demnächst in ihrem großen hydrotechnischen Werke bekannt machen.

Durch gütige freundschaftliche Mittheilung, und mit Erlaubniß der beyden Gelehrten, kann ich meinen Lesern eine kurze vorläufige Notiz von dem Erfolg der angestellten Versuche geben.

1) Im Ganzen wurden die Bossütischen Beobachtungen dadurch bestättiget, nur fanden sich die Widerstände in einem etwas größern Verhältniß als dem der Quadrate der Geschwindigkeiten wachsend.

Der Exponent der Potenz der Geschwindigkeit war 2,1 — 2,2.

Auch gaben — wenigstens einige Versuche — den Widerstand stärker als im Verhältniß der Stoßflächen wachsend.

2) Neue, von Bossüt nicht angestellte Untersuchungen sind folgende: Der Widerstand von gleichen Körpern an der Oberfläche, und 3 Fuß tief unter Wasser ist nicht gleich groß, sondern der an der Oberfläche ist stärker, wegen der daselbst verursachten Aufstauung des Wassers. Wenn ein prismatischer Körper vornen offen ist, und sich seine Höhlung ganz mit Wasser füllen kann, so ist der Widerstand, welchen er bey der Fortbewegung erleidet, größer, als wenn der Körper vor-

nen zu ist, oder Wasser an Wasser gleitet nicht so leicht ab, als Wasser an einem festen Körper. Auch eine Oeffnung hinten vergrößert den Widerstand, jedoch nicht so sehr wie vornen.

3) Von zweyen Körpern A und B im verticalen Längendurchschnitt Fig. 39. konnte A bey der Fortbewegung nur mit Mühe über, B selbst, durch Gewichte beschweret kaum unter Wasser erhalten werden, wie sich aus der Zerlegung der Kräfte im voraus vermuthen ließ. Da B die gewöhnliche Gestalt der Vordertheile von Nachen und Kähnen ist, so beweiset der Versuch, daß ein solches Fahrzeug, selbst wenn es voll Wasser gelaufen ist, nicht leicht untergehen kann, wenn nur die Ruderer im Stande sind, ihm eine hinlängliche Geschwindigkeit zu geben.

VI. Abschnitt.

Die Maschinenlehre.

Allgemeine Begriffe von den Maschinen.

1) Die Maschinen überhaupt dienen dazu, die zu einem bestimmten Zweck nöthigen Bewegungen vortheilhaft hervorzubringen. Es besteht aber der erlangte Vortheil theils in der Verminderung der Kraft, theils in der Vermehrung der Geschwindigkeit, oft auch nur in einer zweckmäßigen Abänderung der Richtung der Bewegung.

2) Die Maschinen können nach dem Endzweck, der durch sie erreicht werden soll, füglich unter folgende Classen gebracht werden:

1. Hebzeuge, Maschinen, wodurch große Lasten mit Vortheil der Kraft gehoben, oder überhaupt fortbewegt werden sollen.

Hierher gehören insbesondere die bereits in der Statik betrachteten einfachen Maschinen, und ein großer Theil der aus ihnen zusammengesetzten.

2. Uhrwerke, Verbindungen von Getrieben und Rädern, welche durch ihren gleichförmigen Gang zur Eintheilung und Abmessung der Zeit des zurückgelegten Weges u. dgl. dienen.

3. Mühlwerke, hierher rechnet man alle Maschinen, welche durch den Umlauf eines Rades, oder mehrerer verbundener Räder gewisse natürliche Produkte

zum Vortheil der Gesellschaft zu bereiten. Diese Klasse, welche nebst der folgenden die zahlreichste ist, begreift die für das menschliche Leben gemeinnützlichsten Maschinen unter sich, als a) die eigentlichen Mahlmühlen, wovon die Getreidemühlen nur eine Art ausmachen; b) die Stampfmühlen, worunter die Loh- und Walkmühlen, die Oelmühlen, Pulvermühlen, Papiermühlen u. s. w. begriffen sind; c) die Schneidmühlen; d) die Schleif- und Poliermühlen; e) die Bohrmühlen.

4. Hydraulische Maschinen. Hierher gehören alle Kunstwerke, welche zur Hebung und Fortbewegung des Wassers dienen, als Pumpwerke, Spritzenkünste, Wasserschöpf- und Hebmaschinen u. dgl.

Endlich 5. pneumatische Maschinen, welche bloß zur Bewegnng der Luft oder anderer elastischer Flüssigkeiten bestimmt sind.

3) Anmerkung. Ausser den genannten Maschinen giebt es noch eine große Anzahl, welche zwar in Rücksicht des durch sie beabsichtigten Zweckes, rohe Produkte der Natur nach den verschiednen Bedürfnissen des Menschen zu verarbeiten, mit denen unter der 3ten Klasse begriffenen Maschinen übereinkommen, aber doch gewöhnlich nicht in der Maschinenlehre abgehandelt werden. Hierher gehören alle Werkzeuge, deren sich die Künstler und Handwerker zu ihren Verrichtungen bedienen.

Da die Beurtheilung derselben, ausser den mathematischen Principien, worauf ihre zweckmäsige Einrichtung allerdings beruht, viele Kenntnisse von den Gewerben und dem Kunstfleiß der Menschen erfordert, so pfleget man diese Maschinen in der Technologie besonders abzuhandeln. Ueberhaupt ist die § 2) vorgetragene Eintheilung der Maschinen ganz willkührlich, und es lassen sich mehrere andere Eintheilungsarten erdenken. So ist es z. B. sehr gewöhnlich die Maschinen, nach den Kräften, wodurch sie in Bewegung gesetzt werden, zu ordnen und zu benennen.

Man redet daher von Handmühlen, Roßmühlen, Tretmühlen, Wassermühlen, Windmühlen, je nachdem die Mühlen, durch Menschen, Pferde, Tretträder, Wasser oder Wind in Bewegung gesetzt werden. Die

Pumpwerke theilet man hiernach ein in Roßkünste, Tretkünste, Wasserkünste, Windkünste, Feuer- oder Dampfmaschinen. Bey der letzten Klasse machen die elastischen Dämpfe des kochenden Wassers die bewegende Kraft aus.

4) Bey einer jeden Maschine hat man insbesondere auf folgende Dinge Rücksicht zu nehmen: a) auf die bewegende Kraft, b) auf die Materie, woraus die Maschine gebauet ist, ihre Trägheit, Reibung und andere davon herrührende Hindernisse der Bewegung, c) auf die Last, welche durch die Maschine gewältiget werden soll, d) auf die Geschwindigkeit der Kraft, der Last und der einzelnen Theile der Maschine, e) auf den Effect und die vortheilhafteste Einrichtung der Maschine, oder wie der durch die Maschine beabsichtete Endzweck, mittelst des geringsten Aufwandes von Kosten, Kraft oder Zeit hervorgebracht werden könne. Wir müssen jeden dieser Puncte einzeln näher betrachten.

Von den bewegenden Kräften an den Maschinen.

5) Man pflegt die Kräfte, deren man sich zur Bewegung der Maschinen bedienet, in belebte und leblose einzutheilen, unter jenen versteht man die Kräfte von Menschen und Thieren, unter diesen die Kräfte von unorganischen Körpern, oder der sogenannten todten Natur. Die letzte Klasse ist bey weitem die zahlreichste, und man hat bisher nicht alle unter dieselbe gehörigen Kräfte als bewegende Kräfte an Maschinen angewendet, sondern vorzüglich nur folgende:

1. Die Kraft der Schwere an Gewichten. Wenn diese Kraft sich nicht bloß als Druck, sondern als eine lebendige (Bewegung erzeugende) Kraft äußern soll, so müssen die von ihr in Bewegung zu setzenden Körper einen beträchtlichen Spielraum haben, da schon der Fall in einer Secunde über 15 Fuß beträgt, und im quadratischen Verhältniß der Zeit wächset. Ueberdies äußert ein frey herabfallendes Gewicht wegen seiner zunehmenden Geschwindigkeit eine ungleichförmige Kraft,

und man bedient sich daher der Gewichte selten als bewegender Kräfte; wohl aber dienen sie als das gemeinschaftliche Maaß zur Vergleichung und Schätzung der übrigen Kräfte.

2. Die Federkraft fester Körper. Diese Kraft besitzen die gewundnen Stahlfedern in hohem Grade. Da sie bey einem kleinen Raum eine ganz ansehnliche Kraft äußern, so sind sie vorzüglich geschickt, kleine Maschinen, wie Taschenuhren u. dgl. in Bewegung zu setzen; auch bedient man sich ihrer als Gegendruck bey Schrauben, welche eine sehr feine und gleichförmige Bewegung hervorbringen sollen.

3. Die Elastizität flüssiger Körper, insbesondere der Luft und der Wasserdämpfe. Die erste wird bey den Hebern, dem Heronsbrunnen und der darauf sich gründenden Luftmaschine, dem Windkessel in den Feuerspritzen, den Saug- und Luftpumpen (wo die Elastizität verbunden mit der Schwere der Luft wirkt) angewendet; die andere ist die bewegende Kraft an den Feuermaschinen, wodurch Pumpen, Mühlwerke und überhaupt Maschinen jeder Art in Bewegung gesetzt werden können. Die allgemeine Gründe zur Berechnung dieser Kräfte enthält die Aerostatik, und die besondern Vorschriften dazu werden bey der Beschreibung der Maschinen vorkommen.

4. Die Schwere flüssiger Massen, vorzüglich des Wassers bey den oberschlächtigen Rädern.

5. Die Kraft des Stoßes fester Körper bey den Rammen, flüssiger Körper bey den unterschlächtigen Wasserrädern, und den Windflügeln.

Von der Berechnung der Kräfte des Wassers und des Windes soll in dem Abschnitt von den Mühlen eine kurze Anleitung gegeben werden.

6) Die Kräfte der Menschen und Thiere werden, im Mittel genommen, am sichersten durch die Erfahrung bestimmt.

Es

Es wird aber die Größe einer jeden Kraft durch die Größe der Bewegung, welche sie in einer bestimmten Zeit erzeugt, geschätzt; daher dienet folgendes: die Größe der thierischen Kräfte für den horizontalen Zug zu bestimmen.

Ueber eine feste, bloß um ihre Axe bewegliche, Rolle sey ein Seil geschlagen, an dessen einem Ende ein Gewicht, das in einem tiefen Brunnen herabhängt, befestigt, an dem andern Ende des Seiles ziehe ein Mensch oder Thier in horizontaler, und mit dem Boden paralleler Richtung. Die Größe des gehobenen Gewichts multipliciret mit der Geschwindigkeit, giebt das Moment der thierischen Kraft. Le Sauveur stellte auf diese Art Versuche an, und fand, daß ein Mensch 25 ℔. in einer Stunde, ohne zu ermüden, 6000 pariser Fuß, hingegen ein Pferd 175 ℔. 10800 Fuß weit würde fortziehen können. Für die lezte Zahl schreibt Belidor 12000 Fuß. Dieß gäbe die Geschwindigkeit bey dem Pferd doppelt so groß, und die bewegte Last siebenmal größer als bey dem Menschen, oder das Moment des Pferdes = 14, wenn man das Moment des Menschen = 1 sezt.

Sauvers Versuche geben die Geschwindigkeit des Menschen in einer Secunde $\frac{6000}{3600}$ = 1,66 pariser Fuß.

Andere Erfahrungen geben sehr nahe dasselbe. Das höchste, was man für die menschliche Kraft im horizontalen Zug rechnet, sind 25 — 34 ℔. bey einer Geschwindigkeit von 2 — 3 Fuß in einer Secunde. Wir wollen im Mittel, nur 30 ℔. bey einer Geschwindigkeit von 2 Fuß für den Menschen, und für das Pferd 7 . 30 ℔. bey einer Geschwindigkeit von 4 Fuß setzen.

Dieß giebt für das Moment des Menschen = 60 ℔. des Pferdes = 840 ℔. Ein Ochse zieht wohl eben so viel, auch mehr als ein Pferd, aber langsamer. Lempe führet in seiner Maschinenlehre Erfahrungen an, nach welchen man das Moment eines Ochsen = $\frac{3}{4}$ des Moments eines Pferdes setzen kann.

7) Anmerkung. Die (6) angegebene Zahlen gelten nur als mittlere Werthe, auf welche man bey einer anhaltenden Wirkung der thierischen Kräfte sicher rechnen darf. Uebrigens kann z. B. ein Mensch unter Umständen vielmehr als 30 ℔. Last wältigen, die Geschwindigkeit wird aber alsdann geringer. Soll dieselbe = 0 seyn, oder die Last blos erhalten werden, so kann man dem Menschen beym horizontalen Zug (wobey er sich um einen Winkel von 24° — 30° von der lothrechten Richtung vorwärts lehnt) nach Eulern 60 ℔., nach Lambert 75 ℔. Kraft rechnen. Hat der Mensch gar keine Last fortzuziehen, so kann er sich dem ungeachtet nicht leicht schneller als 6 Fuß in einer Secunde horizontal fortbewegen.

Man nenne die absolute Kraft des Menschen, wobey seine Geschwindigkeit = 0 ist, = p, die absolute Geschwindigkeit, wobey die Kraft = 0 ist = h, irgend eine mittlere Geschwindigkeit = c, und die zugehörige Kraft = P so rechtfertiget die Erfahrung folgenden Ausdruck

$$P = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2$$

woraus sich jederzeit die zu einer bestimmten Geschwindigkeit zugehörige Kraft herleiten läßt. Z. B. c = 1 Fuß giebt $P = \frac{5}{6}^2 . p$ also für p = 60 ℔., $P = 41\frac{2}{3}$ ℔. Das Produkt P . c wird am größten, wenn man $c = \frac{1}{3} h =$ 2 Fuß setzt, und dieß giebt $P = 26\frac{2}{3}$ ℔. für p = 60, oder $P = 33\frac{1}{3}$ ℔. für p = 75 ℔., wovon der oben angenommene Werth von 30 ℔. das Mittel ist.

8) Eben die Kraft, welche der Mensch beym horizontalen Zug äußert, kann er beym Schub oder Druck in gleicher Richtung ausüben, wenn ihm verstattet ist, seinen Körper etwas vorwärts zu beugen. Ganz aufrecht stehend besitzt der Mensch in horizontaler Richtung fast keine Kraft, dahingegen kann er bey 110 ℔. und darüber lothrecht zwischen seinen Beinen mit beiden Händen in die Höhe heben, und nicht viel weniger, wenn er lothrecht an einer Rolle herabzieht, weil ihm das Gewicht seines Körpers zu Hülfe kommt. Das Vermögen des Menschen, Lasten auf seinen Schultern horizontal fort zu tragen, erstreckt sich auf $1\frac{1}{2}$ Centner,

folglich das Gewicht seines Körpers mitgerechnet, auf 3 — 4 Centner, bey einer Geschwindigkeit von 2 Fuß in einer Secunde.

Soll sich der Mensch auf einer geneigten Ebene erheben, so kann er nicht so viel tragen, oder nicht so geschwind. Wenn der Neigungswinkel der schiefen Ebene $= 30^{\circ}$, so hat er zu thun sich unbelastet mit einer Geschwindigkeit von 2 Fuß in einer Secunde fort zu bewegen. Dieß bestimmt das Moment des Menschen, wenn er vermöge seines Gewichts ein Laufrad umtreibt. Zum Lasttragen sind Pferde minder geschickt als zum Zug.

Nach Desaguliers trägt ein Pferd eine Last von 300 Pf. bergan nicht so geschwind als ein Mensch 100 Pf., so daß hiernach drey Menschen schon mehr leisten als ein Pferd. Der Esel ist zum Tragen am vortheilhaftesten zu gebrauchen: man rechnet das Moment desselben doppelt so groß als das Moment des Menschen, hierbey sind überdieß die geringen Kosten, womit dieses Thier unterhalten werden kann, in Anschlag zu bringen.

9) Anmerkung. Da die menschliche Kraft unter allen die edelste und kostbarste ist, so muß sie mit der möglichsten Schonung, und nur da angewendet werden, wo keine andere Kräfte gebraucht werden können. Dieser Grundsatz erfordert oft eine künstlichere Einrichtung der Maschinen, und eben darin unterscheidet sich die neuere Mechanik von der Maschinenlehre der Alten. Sie leisteten bey ungleich geringern Kenntnissen, aber mit einem großen Aufwand von Menschenkraft, das, was wir mit viel weniger Kraft durch einen künstlichern Bau der Maschinen bewirken.

10) Das Material, woraus die Maschinen gebauet werden, ist nach den verschiednen Zwecken, welche man durch die Maschinen und ihre einzelnen Theile erreichen will, sehr verschieden. Zur schicklichen Auswahl desselben, lassen sich hier in der Kürze keine umständlichen Vorschriften geben, weil dazu viele Erfahrungskenntnisse gehören, die man sich nöthigenfalls aus practi-

schen Schriftstellern, wie Belidor, Leupold u. dgl. oder auch aus der Betrachtung wohl eingerichteter Maschinen erwerben kann. Die allgemeinen Grundsätze, wobey man hierauf zu sehen hat, sind folgende:

Man wähle 1) das Material zu einer Maschine, so daß es hinlänglich fest und dauerhaft und so wohlfeil wie möglich sey; 2) man mache die Theile der Maschinen, welche sich über einander herbewegen, oder in einander greifen sollen, von solchen Materien, welche die wenigste Reibung, und eben daher die mindeste Hinderniß und Abnutzung veranlassen. Aus diesen Gründen bauet man die Maschinen im Großen meistens aus Holz, und zwar aus Eichenholz, wegen dessen vorzüglichen Dauerhaftigkeit, die Kammen und Zähne der Räder und Getriebe aus dem härtesten Büchen-, Birnbaum- oder Ahornholz, die Zapfen der Wellen aus Eisen. Kleinere Maschinen werden gewöhnlich aus Messing und Eisen verfertiget, wobey man nach dem zweyten Grundsatz die Regel beobachtet, die Räder aus Messing und Triebe aus Eisen, die Zapfen und Wellen aus Eisen oder Stahl, und ihre Pfannen aus Messing zu machen. Bey den besten Uhren, wo die Reibung so viel möglich ganz vermieden werden muß, pflegt man auch wohl die Axen aus Stahl, ihre Pfannen oder Unterlagen aus dem härtesten Stahl, ja aus Halbedel und Edelsteinen zu verfertigen.

II) Die Stärke der einzelnen Theile einer Maschine gehörig zu bestimmen, berechne man aus der gegebenen Kraft, oder Last (wozu gleich die wegen der Friction und andern Hindernissen der Bewegung nöthige Ueberwucht geschlagen werden muß) nach statischen Gesetzen diejenige Kraft oder Last, welche auf den zu bestimmenden Theil der Maschine kommt, und hierauf nach Stat. 72. f. die nöthige Stärke desselben. Am sichersten geht man, wenn man hierbey Erfahrungen von einer wohleingerichteten ähnlichen Maschine zum Grund legt.

Beyspiel. Belidor architect. hydraul. 1. Th. 2. B. §. 648. beschreibt eine Wassermühle, an welcher er den Druck zwischen Kamm und Getriebe einschließlich der Friction = 400 ℔. berechnet. Die Triebstöcke waren von wildem Birnbaumholz 18 Zoll hoch $2\frac{1}{2}$ Zoll dick. Würde nun zur Betreibung einer ähnlichen Mühle die doppelte Kraft erfordert, und man suchte die nöthige Dicke der Triebstöcke, welche 12 Zoll hoch werden sollten, so sage man, wenn D der gesuchte Durchmesser ist, (weil sich nach Stat. 73 die relativen Stärken zweyer Cylinder wie die Würfel der Durchmesser dividiret durch die Länge der Cylinder verhalten)

$$400 : 800 = \frac{2\frac{1}{2}^3}{18} : \frac{D^3}{12}$$

giebt $D = \sqrt[3]{\frac{800}{400} \cdot 2\frac{1}{2}^3 \cdot \frac{12}{18}} = 2\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{4}{3}} = 2{,}725$ Zoll.

Wäre auch die absolute Festigkeit der Hölzer verschieden, so müßten die Zahlen, welche dieselben ausdrucken, noch mit den Zählern des zweyten Verhältnisses der vorstehenden Proportion multiplicirt werden.

In practischen Schriftstellern findet man gewöhnlich die Angabe zur Bestimmung der Stärke der einzelnen Theile einer Maschine. Die angezeigte Rechnung dienet, solche Vorschriften zu prüfen, und erspahret in manchen Fällen eine unnöthige und kostspielige Verschwendung des Materials. Doch ist zu bedenken, daß man bey einer anzulegenden Maschine nicht bloß auf die nöthige Stärke für den Augenblik, sondern zugleich auf die Dauer und Haltbarkeit für die Zukunft sehen muß. Auch ist es oft erforderlich, bloß um die gleichförmige Bewegung oder die vortheilhafteste Geschwindigkeit zu erhalten, einer Maschine mehr Masse zu geben, als der zu überwindende Widerstand erheischt. Hiervon wird mehr bey den Schwungrädern vorkommen. Vorläufig diene Folgendes zur Erläuterung: Der Well- oder Rundbaum eines gemeinen Hornhaspels, welchen zwey Menschen in Bewegung setzen sollen, wird nie über 350 Pf. zu tragen bekommen. Gäbe man ihm eine

7) Anmerkung. Die (6) angegebene Zahlen gelten nur als mittlere Werthe, auf welche man bey einer anhaltenden Wirkung der thierischen Kräfte sicher rechnen darf. Uebrigens kann z. B. ein Mensch unter Umständen vielmehr als 30 ℔. Last wältigen, die Geschwindigkeit wird aber alsdann geringer. Soll dieselbe = 0 seyn, oder die Last blos erhalten werden, so kann man dem Menschen beym horizontalen Zug (wobey er sich um einen Winkel von 24° — 30° von der lothrechten Richtung vorwärts lehnt) nach Eulern 60 ℔., nach Lambert 75 ℔. Kraft rechnen. Hat der Mensch gar keine Last fortzuziehen, so kann er sich dem ungeachtet nicht leicht schneller als 6 Fuß in einer Secunde horizontal fortbewegen.

Man nenne die absolute Kraft des Menschen, wobey seine Geschwindigkeit = 0 ist, = p, die absolute Geschwindigkeit, wobey die Kraft = 0 ist = h, irgend eine mittlere Geschwindigkeit = c, und die zugehörige Kraft = P so rechtfertiget die Erfahrung folgenden Ausdruck

$$P = p\left(1 - \frac{c}{h}\right)^2$$

woraus sich jederzeit die zu einer bestimmten Geschwindigkeit zugehörige Kraft herleiten läßt. Z. B. c = 1 Fuß giebt $P = \frac{5}{6}^2 \cdot p$ also für p = 60 ℔., P = 41 $\frac{2}{3}$ ℔. Das Produkt P. c wird am größten, wenn man c = $\frac{1}{3}$ h = 2 Fuß setzt, und dieß giebt P = 26 $\frac{2}{3}$ ℔. für p = 60, oder P = 33 $\frac{1}{3}$ ℔. für p = 75 ℔., wovon der oben angenommene Werth von 30 ℔. das Mittel ist.

8) Eben die Kraft, welche der Mensch beym horizontalen Zug äußert, kann er beym Schub oder Druck in gleicher Richtung ausüben, wenn ihm verstattet ist, seinen Körper etwas vorwärts zu beugen. Ganz aufrecht stehend besitzt der Mensch in horizontaler Richtung fast keine Kraft, dahingegen kann er bey 110 ℔. und darüber lothrecht zwischen seinen Beinen mit beiden Händen in die Höhe heben, und nicht viel weniger, wenn er lothrecht an einer Rolle herabzieht, weil ihm das Gewicht seines Körpers zu Hülfe kommt. Das Vermögen des Menschen, Lasten auf seinen Schultern horizontal fort zu tragen, erstreckt sich auf 1 $\frac{1}{2}$ Centner,

folglich das Gewicht seines Körpers mitgerechnet, auf 3 — 4 Centner, bey einer Geschwindigkeit von 2 Fuß in einer Secunde.

Soll sich der Mensch auf einer geneigten Ebene erheben, so kann er nicht so viel tragen, oder nicht so geschwind. Wenn der Neigungswinkel der schiefen Ebene = 30°, so hat er zu thun sich unbelastet mit einer Geschwindigkeit von 2 Fuß in einer Secunde fort zu bewegen. Dieß bestimmt das Moment des Menschen, wenn er vermöge seines Gewichts ein Laufrad umtreibt. Zum Lasttragen sind Pferde minder geschickt als zum Zug.

Nach Desaguliers trägt ein Pferd eine Last von 300 Pf. bergan nicht so geschwind als ein Mensch 100 Pf., so daß hiernach drey Menschen schon mehr leisten als ein Pferd. Der Esel ist zum Tragen am vortheilhaftesten zu gebrauchen: man rechnet das Moment desselben doppelt so groß als das Moment des Menschen, hierbey sind überdieß die geringen Kosten, womit dieses Thier unterhalten werden kann, in Anschlag zu bringen.

9) Anmerkung. Da die menschliche Kraft unter allen die edelste und kostbarste ist, so muß sie mit der möglichsten Schonung, und nur da angewendet werden, wo keine andere Kräfte gebraucht werden können. Dieser Grundsatz erfordert oft eine künstlichere Einrichtung der Maschinen, und eben darin unterscheidet sich die neuere Mechanik von der Maschinenlehre der Alten. Sie leisteten bey ungleich geringern Kenntnissen, aber mit einem großen Aufwand von Menschenkraft, das, was wir mit viel weniger Kraft durch einen künstlichern Bau der Maschinen bewirken.

10) Das Material, woraus die Maschinen gebauet werden, ist nach den verschiednen Zwecken, welche man durch die Maschinen und ihre einzelnen Theile erreichen will, sehr verschieden. Zur schicklichen Auswahl desselben, lassen sich hier in der Kürze keine umständlichen Vorschriften geben, weil dazu viele Erfahrungskenntnisse gehören, die man sich nöthigenfalls aus practi-

schen Schriftstellern, wie Belidor, Leupold u. dgl. oder auch aus der Betrachtung wohl eingerichteter Maschinen erwerben kann. Die allgemeinen Grundsätze, wobey man hierauf zu sehen hat, sind folgende:

Man wähle 1) das Material zu einer Maschine, so daß es hinlänglich fest und dauerhaft und so wohlfeil wie möglich sey; 2) man mache die Theile der Maschinen, welche sich über einander herbewegen, oder in einander greifen sollen, von solchen Materien, welche die wenigste Reibung, und eben daher die mindeste Hinderniß und Abnutzung veranlassen. Aus diesen Gründen bauet man die Maschinen im Großen meistens aus Holz, und zwar aus Eichenholz, wegen dessen vorzüglichen Dauerhaftigkeit, die Kammen und Zähne der Räder und Getriebe aus dem härtesten Büchen-, Birnbaum- oder Ahornholz, die Zapfen der Wellen aus Eisen. Kleinere Maschinen werden gewöhnlich aus Messing und Eisen verfertiget, wobey man nach dem zweyten Grundsatz die Regel beobachtet, die Räder aus Messing und Triebe aus Eisen, die Zapfen und Wellen aus Eisen oder Stahl, und ihre Pfannen aus Messing zu machen. Bey den besten Uhren, wo die Reibung so viel möglich ganz vermieden werden muß, pflegt man auch wohl die Axen aus Stahl, ihre Pfannen oder Unterlagen aus dem härtesten Stahl, ja aus Halbedel und Edelsteinen zu verfertigen.

II) Die Stärke der einzelnen Theile einer Maschine gehörig zu bestimmen, berechne man aus der gegebenen Kraft, oder Last (wozu gleich die wegen der Friction und andern Hindernissen der Bewegung nöthige Ueberwucht geschlagen werden muß) nach statischen Gesetzen diejenige Kraft oder Last, welche auf den zu bestimmenden Theil der Maschine kommt, und hierauf nach Stat. 72. f. die nöthige Stärke desselben. Am sichersten geht man, wenn man hierbey Erfahrungen von einer wohleingerichteten ähnlichen Maschine zum Grund legt.

Beyspiel. Belidor architect. hydraul. 1. Th. 2. B. §. 648. beschreibt eine Wassermühle, an welcher er den Druck zwischen Kamm und Getriebe einschließlich der Friction = 400 ℔. berechnet. Die Triebstöcke waren von wildem Birnbaumholz 18 Zoll hoch $2\frac{1}{2}$ Zoll dick. Würde nun zur Betreibung einer ähnlichen Mühle die doppelte Kraft erfordert, und man suchte die nöthige Dicke der Triebstöcke, welche 12 Zoll hoch werden sollten, so sage man, wenn D der gesuchte Durchmesser ist, (weil sich nach Stat. 73 die relativen Stärken zweyer Cylinder wie die Würfel der Durchmesser dividiret durch die Länge der Cylinder verhalten)

$$400 : 800 = \frac{2\frac{1}{2}^3}{18} : \frac{D^3}{12}$$

giebt $D = \sqrt[3]{\frac{800}{400} \cdot 2\frac{1}{2}^3 \cdot \frac{12}{18}} = 2\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{4}{3}} = 2{,}725$ Zoll.

Wäre auch die absolute Festigkeit der Hölzer verschieden, so müßten die Zahlen, welche dieselben ausdrucken, noch mit den Zählern des zweyten Verhältnisses der vorstehenden Proportion multiplicirt werden.

In practischen Schriftstellern findet man gewöhnlich die Angabe zur Bestimmung der Stärke der einzelnen Theile einer Maschine. Die angezeigte Rechnung dienet, solche Vorschriften zu prüfen, und erspahret in manchen Fällen eine unnöthige und kostspielige Verschwendung des Materials. Doch ist zu bedenken, daß man bey einer anzulegenden Maschine nicht bloß auf die nöthige Stärke für den Augenblik, sondern zugleich auf die Dauer und Haltbarkeit für die Zukunft sehen muß. Auch ist es oft erforderlich, bloß um die gleichförmige Bewegung oder die vortheilhafteste Geschwindigkeit zu erhalten, einer Maschine mehr Masse zu geben, als der zu überwindende Widerstand erheischt. Hiervon wird mehr bey den Schwungrädern vorkommen. Vorläufig diene Folgendes zur Erläuterung: Der Well- oder Rundbaum eines gemeinen Hornhaspels, welchen zwey Menschen in Bewegung setzen sollen, wird nie über 350 Pf. zu tragen bekommen. Gäbe man ihm eine

Länge von 7 Fuß, so würden 4 Zoll Dicke völlig hinreichen die Last zu tragen. Diese Dicke ist aber zu gering, weil sie bey der vortheilhaftesten Geschwindigkeit, welche die menschliche Kraft anwenden kann, der zu bewegenden Last eine zu geringe Geschwindigkeit gäbe. Daher giebt man dem Wellbaum eines solchen Haspels nach Lempe's Maschinenlehre 1. Thl. 1. Abthl. §. 130. eine Dicke von 8 — 12 Zoll Leipz. Maaß.

12) Die Trägheit der Körper ist an sich keine thätige Kraft, sondern bloß das Vermögen derselben in ihrem Zustand zu beharren, es sey nun dieß der Zustand der Ruhe oder der Bewegung. Eben daher wirkt die Trägheit der Masse einer Maschine der bewegenden Kraft bald entgegen, bald zu ihrem Vortheil. Es sey z. B. an einer Maschine anfänglich alles in Ruhe, Kraft und Last nach den Gesetzen der Statik richtig proportioniret. Man gebe der Kraft einen hinlänglichen Ueberschuß, um die Maschine in Bewegung zu setzen, so wird dieser Ueberschuß von Kraft theils zur Ueberwindung der Reibung, theils zur Ueberwindung der Trägheit der Maschine (Widerstand der Luft bey Seite gesetzt) verwendet werden. Die Maschine wird bey gleichem Verhältniß von Kraft und Last desto langsamer bewegt werden, je mehr Masse sie hat, weil die beschleunigende Kraft nach Mechanik 17. aus der bewegenden Kraft, dividiret durch die Masse, geschätzt werden muß. Haben nun alle Theile der Maschine, nebst Kraft und Last, die der beschleunigenden Kraft zukommende Geschwindigkeit angenommen, so steht ihr Beharrungsvermögen, die erlangte Geschwindigkeit beyzubehalten, im directen Verhältniß der gesammten bewegten Masse. Je grösser also dieselbe ist, desto geringer wird der Einfluß irgend eines hinzukommenden Hindernisses der Bewegung auf die Abänderung der Geschwindigkeit oder des gleichförmigen Ganges der Maschine seyn, der, wie wir gleich näher sehen werden, bey den meisten von großem Vortheil ist. In so fern kann

man daher sagen, die Trägheit der Maschine komme ihrer Bewegung zu statten.

13) Da bereits in der Statik die Erfahrungssätze, wornach sich die Reibung der Körper bestimmen läßt, vorgetragen worden sind, und in der Folge noch Anwendungen hiervon auf die Berechnungen einzelner Maschinen vorkommen werden, so übergehe ich selbige jetzt und schreite gleich zur Betrachtung der bey den Maschinen zu wältigenden Last fort. Diese macht bey den meisten Maschinen den Hauptzweck aus, und bestimmt größtentheils die Einrichtung der Maschine, doch hängt letztere auch von der Beschaffenheit der bewegenden Kraft ab, wie die folgende Betrachtung zeigt.

Die zu wältigende Last einer Maschine kann sehr verschiedner Art seyn, z. B. ein zu hebendes Gewicht, wie bey den Hebzeugen; der Widerstand, welcher von dem Zermalmen der festen Körper herrühret, wie bey den Mahlmühlen; der von der Cohäsion der Körper herrührende Widerstand, wie bey den Schneidmühlen u. dgl. m. Es wird immer verstattet seyn, die Last als ein zu erhebendes Gewicht zu betrachten. Man nenne es mit Inbegriff der Reibung (die man als eine Vermehrung der Last ansehen kann) $= Q$, seine Entfernung vom Bewegungspunct $= a$, so ist Qa das statische Moment der Last, und, wenn V, b die bewegende Kraft und ihre Entfernung bezeichnen, Vb das statische Moment der Kraft. Beyde müssen für den Zustand des Gleichgewichts gleich seyn, oder $Vb = Qa$. Da nun die Geschwindigkeiten bey erfolgter Bewegung sich wie die Abstände vom Ruhepunct verhalten, so hat man auch, wenn C, c die Geschwindigkeiten von Kraft und Last bedeuten $VC = Qc$.

Die Gleichung gilt nicht nur für den Zustand der Ruhe oder des Gleichgewichts, sondern auch so lange als die Bewegung der Maschine in einem gleichförmigen Beharrungsstand bleibt. Anfänglich, wenn die Ma-

schine aus der Ruhe in die Bewegung gebracht werden soll, ist außer der zur Erhaltung des Gleichgewichts nöthigen Kraft noch ein Ueberschuß erforderlich, theils die Reibung, theils die Trägheit der Maschine und den Widerstand der Luft zu überwinden. Die Bewegung, welche hierdurch der Maschine mitgetheilt wird, dauert vermöge ihrer Trägheit fort, und nimmt mit beschleunigter Geschwindigkeit so lange zu, bis der von der bewegenden Kraft unmittelbar angegriffene Punct mit der ihr zugehörigen vortheilhaftesten Geschwindigkeit ausweicht, alsdann höret die Beschleunigung der Maschine auf, und wenn keine neue Hinderniß der Bewegung hinzukommt, so braucht die bewegende Kraft nicht größer zu seyn, als für den Zustand des Gleichgewichts zur Erhaltung der Last mit Einschluß der Friction erforderlich ist. Die Fortsetzung der gleichförmigen Bewegung der Maschine erfordert keine neue Kraft, da sie vermöge der Trägheit von selbst erfolgt, und der Widerstand der Luft kommt nun auch minder in Anschlag, weil die an die Maschine gränzenden Lufttheilchen nach und nach an ihrer Bewegung Theil nehmen, und dadurch weniger widerstehen. Setzt sich aber außer der anfänglichen Last und Friction ein neues Hinderniß der Bewegung entgegen (wie wenn zum Beyspiel ein Rad der Maschine überwichtig wäre und eine Zeitlang dessen Schwerpunct gehoben werden müßte), so wird sogleich durch Verminderung der Geschwindigkeit der gleichförmige Gang der Maschine gestöhret; und soll derselbe wiederhergestellt werden, so ist eine neue Anstrengung der Kraft nöthig. Umgekehret, wenn die bewegende Kraft einen Zuwachs erhält, so wird anfänglich der angegriffene Theil der Maschine dadurch beschleunigt: dieß kann aber nicht geschehen, ohne aufs neue die Trägheit der ganzen Maschine zu überwinden, und die Last zu beschleunigen. Hierdurch wird sehr bald der Zuwachs an Kraft, wenn er nicht fortdauert, aufgezehret, und es kommt wieder alles in den vorigen Zustand der gleichförmigen Bewegung zurück.

Man nimmt daher als einen Grundsatz in der Maschinenlehre an, daß jene Produkte von Kraft und Last in ihre Geschwindigkeiten, die man auch die mechanischen Momente der Kraft und Last nennt, für den gleichförmigen Beharrungsstand einer Maschine gleich seyen.

14) Aus der Gleichung

$$VC = Qc$$

wird von je drey gegebenen Größen die vierte bestimmt, und eben dadurch die Einrichtung der Maschine.

Wäre z. B. bey einer Getreidemühle die in jeder Minute zufließende Wassermenge und ihre Geschwindigkeit als bewegende Kraft gegeben, so fände man hieraus die vortheilhafteste Geschwindigkeit des von der Kraft angegriffenen Punctes, d. i. die Umlaufsgeschwindigkeit des Wasserrades. Ist nun ferner die Umlaufsgeschwindigkeit des Läufers, oder der von der Last angegriffenen Stelle gegeben, so bestimmt sich daraus die Last und die ganze Einrichtung der Maschine.

15) Anmerkung. Die Gleichung 14 gilt nur von solchen Maschinen, deren Bewegung sich wirklich in einem gleichförmigen Beharrungsstand befindet, oder sich demselben sehr nähert. Dieses läßt sich aber keineswegs von allen Maschinen behaupten. Bey einigen rühret die ungleichförmige Bewegung von der Veränderlichkeit des Momentes der Kraft, bey andern von der Veränderlichkeit des Momentes der Last, und noch bey andern von beyden zugleich her. Unter die erste Klasse gehören alle von Menschenhänden durch Kurbeln getriebene Maschinen: denn wenn der Griff der Kurbel A Fig. 1. ungefehr der Schulter des Menschen gleich steht, und horizontal nach der Tangente A a fortgeschoben werden soll, so besitzt der Mensch fast gar keine Kraft; sobald aber der Halbmesser der Kurbel in die Lage B unter einen Winkel von 60° gegen den Horizont gekommen, ist wirkt die Kraft wegen dem zu Hülfe kommenden Gewicht des Körpers vortheilhaft. Die vortheilhafte Wirkung dauert bis C wo sie verschwindet, und in D aufs neue beginnt; in E verschwindet sie abermals, und nimmt erst in B nach vollendeter Umdrehung wieder ihren Anfang.

Unter die andere und dritte Klasse von Maschinen mit ungleichförmigem Gang gehören alle diejenigen, welche die Last nur eine Zeitlang bewegen, dann frey gehen und hierauf wieder eine neue Last in Bewegung setzen; ferner solche, welche die Last durch einen Krummzapfen in Bewegung setzen, wie ABCD Fig. 2. Es stelle 3te Fig. abcd einen auf die Axe der Bewegung AD des Krummzapfens senkrechten Durchschnitt vor, so ist das Moment der Last P ein Größtes, wenn sich der Hebelarm des Krummzapfens in den horizontalen Stellungen Aa, Ac befindet, und gleich Null, wenn er sich in den lothrechten Stellungen Ab, Ad befindet. In jeder andern Stelle e hat das Moment den Werth = A α P, welcher sich ändert, wie sich die Stelle e ändert. Der mittlere Werth des veränderlichen Moments läßt sich bequem also in Rechnung bringen. Wenn die Last P stets das größte Moment = Aa, P behalten sollte, so müßte die Richtung ihrer Bewegung mit der Richtung der Bewegung des Krummzapfens oder Kurbelknies beständig übereintreffen, das ist, während der Krummzapfen einen Quadranten dAa beschreibt, müßte die Last den Bogen ad beschreiben. Nun ist aber die Richtung der Last stets dem lothrechten Durchmesser db parallel, sie legt also nur den Halbmesser Ad zurück indeß die Kurbel den Bogen ad beschreibt; und weil sich die Kräfte umgekehret, wie die in gleichen Zeiten beschriebene Wege verhalten, so hat man das mittlere Moment der Last A α. P zum größten Moment Aa. P wie

$$Ad : da = 1 : \frac{3{,}14}{2} = 0{,}637 : 1,$$ oder man kann sich vorstellen, die Last wirke gleichförmig an einem Hebelarm A α = 0,637 Aa.

Wäre z. B. P = 1000 ℔. und Aa = 1 Fuß, so würde das mittlere Moment der Last nur 637 ℔. betragen.

16) Unter dem eigentlichen oder reinen Effect einer Maschine versteht man die Größe der in einer bestimmten Zeit (einer Minute, Secunde) gewältigten Last, oder hervorgebrachten Bewegung. Er unterscheidet sich von dem (13.) angegebenen mechanischen Moment der Last in so fern, als man dort unter Q nicht bloß die wirklich zu bewegende Last, sondern auch die Hindernisse der Bewegung versteht. Es ist daher das

Produkt Q . c immer größer als der reine Effect einer Maschine, der durch q . c bezeichnet werden soll.

Je geringer indessen die Hindernisse der Bewegung bey einer Maschine sind, destomehr nähern sich die Produkte Q c, q . c der Gleichheit, und desto vortheilhafter ist die Einrichtung der Maschine. Die vollkommenste Einrichtung würde die seyn, wo beyde Produkte völlig gleich wären, weil da die gesammte Kraft auf die Bewegung der Last, nichts auf die Hindernisse der Bewegung verwendet würde. Von zwey Maschinen, welche durch gleiche Kräfte in Bewegung gesetzt werden, ist die am vortheilhaftesten eingerichtet, deren reiner Effect am größten ist. Man nennt daher den reinen Effect auch den nutzbaren oder ökonomischen Effect. Er hängt größtentheils von der Natur der Kraft und der zu bewegenden Last und ihren vortheilhaftesten Geschwindigkeiten ab, weil hierdurch (wie die Folge umständlicher lehren wird) jederzeit die Einrichtung der Maschine gegeben ist.

Von den Hebzeugen.

17) Da in der Statik bereits von den einfachsten Hebzeugen, dem Hebebaum und der Heblade das nöthigste gesagt worden ist, so gehe ich gleich zu den Hebzeugen über, welche Anwendungen des Rades an der Welle sind. Hierher gehören insbesondere die verschiedenen Arten von Haspel:

a) mit liegenden oder horizontalen Wellen;

1) der Kreuzhaspel,
2) der Hornhaspel,
3) die Radhaspel,
4) die Haspel mit verticalen Windflügeln;

b) mit stehenden oder verticalen Wellen:

1) der gemeine Göpel,
2) der Pferde- (Bergwerks-) Göpel,
3) die Erdwinde,

4) die Tretscheibe,

5) die Winden mit horizontalen Wasserrädern oder Windflügeln, wozu man auch das Segner=ische Wasserrad, und die Kempelnische Dampfmaschine zählen könnte.

Der Kreutzhaspel Fig. 4. besteht aus einer horizontalen Welle EF, durch welche zwey oder vier Hebelarme ins Kreuz durchgesteckt sind, an deren Enden Menschen anfassen, um den Well= oder Rundbaum in Bewegung zu setzen, durch dessen Umdrehung sich die Last vermittelst des Seiles R und daran befestigten Hakens B in die Höhe windet.

Der gemeine oder Hornhaspel Fig. 5. a) unterscheidet sich von dem Kreuzhaspel bloß dadurch, daß der Wellbaum durch zwey an seinen verlängerten Axen befestigte Kurbeln (die man auch die Hörner des Haspels nennt) in Bewegung gesetzt wird. Sind die Kurbeln wie Fig. 5. b) doppelt gebogen, so können an jeder derselben zwey Mann anfassen, und der Haspel wird viermännisch. Man hat auch dreymännische Haspel, wo die eine Kurbel doppelt, die andere einfach ist. Die Radhaspel entstehen, wenn an der horizontalen Welle ein verticales Rad befestigt ist, an dessen Umfang die bewegende Kraft wirkt. Sollen Menschen durch Zug oder Druck das Rad in Bewegung setzen, so schlägt man um den Umfang desselben, der mit eisernen Haken besetzt ist, Fig. 6. ein Seil ohne Ende, oder man setzt auf den Kranz des Rades kurze Aerme, wie G A Fig. 7. senkrecht auf, jenes heißt ein Seilrad=, dieses ein Hornrad=Haspel. Wenn die Aerme des Rades, statt auf dem äußern Umfang, auf einer der Seitenflächen des Rades senkrecht ausgesetzt, oder zwischen zwey parallelen Gränzen befestigt sind, so heißen sie Spillen und der Haspel ein Spillrad=Haspel.

Soll ein Haspel durch das Gewicht von Menschen oder Thieren bewegt werden, so befestigt man an seinem

Wellbaum ein großes Rad von 12 – 24 Fuß im Durchmesser, an dessen äußerm oder innerm Umfang Tritte oder Leisten angebracht sind, auf welchen Menschen oder Thiere, wie auf einer Treppe oder geneigten Ebene, hinaufzusteigen sich bemühen, und dadurch das unter ihnen ausweichende Rad umdrehen. Die erste Einrichtung heißt ein Tretrad, die andere ein Laufrad-Haspel.

Mindergewöhnlich (nur bey großen Bergwerken vorkommend) sind die Haspel, welche durch Wasserräder in Bewegung gesetzt werden; sie erhalten die Einrichtung, daß das Wasserrad vorwärts und rückwärts laufen kann (Kehrräder). Ich verweise wegen der Abbildung der beyden zuletzt genannten Arten von Haspel auf Lempe's Maschinenlehre 1. Abth. Tab. 13. u. 14. Leupold theatr. m. I. B. Tab. 34. u. 36. Poda kurzgefaßte Beschreibung der beym Bergbau zu Schemnitz in Nieder-Hungarn errichteten Maschinen, 3te, 4te 5te Vignette. Der gemeine Göpel Fig. 8. ist eine verticale Welle, welche vermittelst ins Kreuz durchgesteckter Hebebäume AB, CD durch Zug oder Druck von Menschen in Bewegung gesetzt wird: die Last kann vermittelst des Seiles, das sich um eine oder zwey Rollen windet, vertical oder horizontal fortbewegt werden.

Der Pferdegöpel ist ein verticaler Wellbaum, welcher durch einen horizontalen Arm (Schwengel), an dem ein Pferd oder mehrere ziehen, umgedreht wird. Die Geschwindigkeit der Last zu vermehren, ohne das Gewicht der Welle durch eine zu große Stärke unnöthiger Weise zu vergrößern, bringt man an dem Wellbaum einen hohlen aus Stäben zusammengesetzten Cylinder (den Korb) an, um welchen sich das Seil mit der Last windet.

Man sehe Fig. 9. und Poda Beschreib. Vign. I. und II. ferner Poda vom Pferdegöpel; Bergmännisches Journal von 1792.

Die Erdwinde Fig. 10. unterscheidet sich von dem gemeinen Göpel bloß dadurch, daß das Seil sich unter-

den, die Kurbel muß aus hartem Holz, oder noch besser aus Eisen gemacht werden; im letzten Fall giebt man ihr 2 – 3 Zoll Breite und $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ Zoll Dicke, da sie denn im Durchschnitt gegen 12 Pf. wiegt. Die eisernen Axen LM, worauf der Rundbaum ruht, werden 12 — 13 Zoll lang, und kommen 8 – 9 Zoll ins Holz; der hervorstehende äußere Theil ist rund 1 – $\frac{3}{4}$ Zoll im Durchmesser, der im Holz befindliche vierkantige, 2 Zoll breit. Zur bessern Befestigung der Axen legt man eiserne Ringe um die Enden des Rundbaums 3 – 4 Pf. schwer, 1 — 1$\frac{1}{4}$ Zoll breit und $\frac{1}{4}$ Zoll dick. Die Pfannen oder Büchsen, worin die Zapfen der Axe sich drehen, werden am besten von Messing oder Glockenmetall gemacht, und ihre Weite richtet sich nach dem Durchmesser der Zapfen.

19) Das Verhältniß von Kraft und Last für den gleichförmigen Beharrungsstand bey dem Hornhaspel zu bestimmen.

Es kommt hier darauf an, die allgemeine Gleichung

$$V \cdot C = Q \cdot c$$

auf diesen besondern Fall anzuwenden.

Man nenne die zu hebende Masse = q, das Gewicht des Kübels, nebst dem Seil = p, das Gewicht des Rundbaums, nebst Axen und Kurbel = P, den Reibungsquotienten = f, den von der Steifigkeit des Seiles herrührenden Widerstand = S, den Halbmesser der Kurbel = R, der Welle = r, der Axen = a, so erhält man nach statischen Gesetzen folgende Momente

$$(q + p) r + fa (q + p + P) + Sr = VR$$

welche Gleichung auch die mechanischen Momente für den gleichförmigen Beharrungsstand darstellet.

Die Kraft V vermehret bey dem gemeinen Hornhaspel die Reibung nicht, weil sie an beyden Enden des Rundbaums gewöhnlich nach entgegengesetzten Richtungen wirkt, und daher keinen Druck auf die Axen veranlasset.

Beyspiel. Man sucht den reinen Effect eines zweymännischen Hornhaspels, welcher die Last in Kübeln, die wechselsweise auf- und niedergehen 20 Lachter = 140 Fuß hoch fördern soll.

Den Rundbaum nehme ich von Tannenholz, 7 Fuß lang 8 Zoll dick, die Zapfen 12 Zoll lang, im Holz 2, ausserhalb 1 Zoll dick, die Kurbeln 18 Zoll im Halbmesser und 12 Pf. schwer an. Hieraus findet sich das Gewicht des Rundbaums = 85 Pf., der Zapfen = 21 Pf., der beyden Kurbeln = 24 Pf., der beyden Ringe = 8 Pf., wenn die Zahlen sich auf rheinländisches Maaß beziehen, also $P = 138$ Pf. Ferner betrage das Gewicht eines leeren Kübels = 24 Pf., von 20 Lachter Seil $\frac{1}{2}$ Zoll dick = 5 Pf., so ergiebt sich $p = 48 + 5 = 53$ Pf. Der Reibungsquotient würde bey metallenen Büchsen nach Stat. 91 höchstens = $\frac{1}{8}$ seyn, ich schreibe aber $f = \frac{1}{6}$. Weil die Gewichte der beyden leeren Kübeln in diesem Fall die Welle nach entgegengesetzten Seiten zu drehen sich bemühen, so fällt in der obigen Gleichung das Produkt pr hinweg. Den Werth von S findet man aus Stat. 89, wenn man die Spannung = 200 Pf. setzt, = 10 Pf. Den Halbmesser der Welle + der halben Seildicke für $r = 4{,}25$ Zoll geschrieben, giebt endlich $q.\ 4{,}25 + \frac{1}{6}.\ \frac{1}{2}(q + 138 + 53) + 10.\ 4{,}25 = V.\ 18$, und für $V = 60$ Pf. $q = \frac{60.\ 18 - \frac{1}{6}.\ 191 - 42{,}5}{4{,}25 + \frac{1}{6}}$ Pf. = 228 Pf., wofür ich 225 Pf. = $2\frac{1}{4}$ Centner leicht Gewicht, oder sehr nahe = 2 Centner schwer Gewicht schreibe.

Die Geschwindigkeit, womit die Last gefördert wird, und der reine Effect der Maschine läßt sich also bestimmen. Der Umfang des Kurbelkreises beträgt $= 3.\ 3{,}14 = 9{,}42$ Fuß, folglich die Umlaufszeit der Kurbel, die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Kraft = 2 Fuß gesetzt $\frac{9{,}42}{2} = 4{,}71$ Sec. Der Umfang des Wellbaums $= 2{,}093$ F., folglich kommen auf $7.\ 20 = 140$ Fuß Höhe $\frac{140}{2{,}093} = 67$ Umläufe sehr nahe, wozu $67.\ 4{,}71 = 316$ Secunden erforderlich sind. Rechnet man nur 30 Secunden für Ausleerung und Füllung der Kübel als Stillstandzeit, so kommen für je 2 Centner 20 Lachter hoch zu fördern 346 Se-

cunden, folglich werden in 7 Stunden, welche die Haspelknechte anhaltend zu arbeiten pflegen $\frac{7.60.60}{346}$ 2 Centner = 144,4 Centner gefördert.

Lempe Maschinenlehre 1. Abth. S. 188. findet aus mehreren Erfahrungen nur 125,4 Centner, er schlägt die Hindernißlast eben so groß, als die zu fördernde = 120 Pf., die Geschwindigkeit der Arbeiter zu 3 Fuß, und ihre Kraft zu 60 Pf. an.

20) Anmerkung. Die Rechnung im vorstehenden Paragraph nimmt an, daß der Haspel stets im gleichförmigen Beharrungsstand, und die Kraft in ihrer vortheilhaftesten Wirkung bleibe. Dieß ist nicht der Fall, sondern das Moment der Last so wohl als der Kraft sind veränderlich, wie aus folgendem erhellet. Anfänglich wenn der volle Kübel unten und der leere oben ist, besteht das Gewicht der Last aus dem Gewicht der Fördermasse + dem Gewicht von 20 Lachter Seil = 5 ℔., wenn der volle Kübel 2 Lachter gestiegen, und der leere eben so viel gesunken ist, gehen von dem Gewicht der Last 4 Lachter Seil = 1 ℔. ab, und dieß geschieht so oft, als die Last 2 Lachter gestiegen ist, folglich beträgt die Last nur 190 ℔. wenn sie unten 200 ℔. war. Diese beständige Abnahme der Last kommt der Wirkung der Kraft, die gegen das Ende ermüdet, zu Hülfe. Noch veränderlicher ist das Moment der Last, wenn sich das Seil auf dem Rundbaum bey einer tiefen Grube nicht blos neben, sondern auch übereinander windet, weil alsdann nicht blos die Last, sondern auch ihre Entfernung von der Umdrehungsaxe veränderlich ist. Man sucht der zu großen Veränderlichkeit des Momentes der Last an den Haspeln durch conische Rundbäume Fig. 11. zu begegnen, auf welche das Seil so gewunden wird, daß es an dem kleinen Halbmesser ab zieht, wenn die Last in der Tiefe und ihr Gewicht am größten ist. Das Verhältniß der Halbmesser ab : cd bestimmt man nach dem Verhältniß der veränderlichen Momente. Es sey z. B. das größte Moment der Last = 1000, das kleinste = 800, so macht man ab : cd = 4 : 5. Ist der Unterschied der Momente gering, so sind die conischen Rundbäume überflüssig. Die wirksamste Ursache des ungleichförmigen Gangs der gemeinen Haspel ist die Veränderlichkeit des Momentes der menschlichen Kraft. Hiervon ist bereits in der 15ten An-

merkung geredet worden, und die dortige Betrachtung rechtfertiget folgende Voraussetzung. Wenn man den ganzen Umkreis der Kurbel in drey gleiche Theile theilet, wovon BC, DE, Fig. 1, $\frac{1}{3}$, und DC, EB zusammengenommen $\frac{1}{3}$ ausmachen, so beträgt der mittlere Werth der Kraft

durch BC = 45 ℔.
durch CD, EB = 15 ℔.
durch DE = 30 ℔.

(Hierbey rechne ich, daß die Kraft in BC von 60 ℔. zu 30 ℔. in DC und EB von 30 Pf. zu 0 Pf., und in DE von 35 Pf. zu 15 Pf. veränderlich sey). Es wird daher der Haspel, während die Kurbel den Bogen BC durchlauft, über die vortheilhafteste Geschwindigkeit beschleunigt, kommt hierauf zu derselben zurück, und gegen das Ende der Umdrehung unter dieselbe.

Der hieraus entstehenden Verminderung des reinen Effectes sucht man zum Theil dadurch zu begegnen, daß man bey einem zweymännischen Haspel die Kurbeln nach entgegengesetzten Richtungen einsetzt, damit die eine Kurbel niederwärts geht, während die andere aufwärts steigt. Beym dreymännischen Haspel neigt man die Kurbelärme unter einem Winkel von 120° gegen einander, wodurch immer zwey Kurbeln, an welchen die Kraft vortheilhaft wirkt, der dritten zu Hülfe kommen. Beym viermännischen Haspel giebt man den Kurbeln entweder die Stellung wie bey dem zweymännischen, oder man setzt sie unter 4 rechten Winkeln ins Kreuz. Ueberdieß sucht man die gleichförmige Bewegung des Haspels durch ein angebrachtes Schwungrad zu befördern. Die vortheilhafteste Einrichtung desselben verdient eine nähere Betrachtung.

21) **Unter einem Schwungrad versteht man jedes Rad, das vermöge seines Widerstandes der Trägheit bey der Umdrehung dazu dienet, das Beharrungsvermögen einer Maschine so zu vergrößern, daß ihre Geschwindigkeit durch eine geringe Veränderung der bewegenden Kraft oder Last sich nicht merklich ändere.**

Sie erhalten entweder die gewöhnliche Gestalt der Räder, oder massiver cylindrischer Scheiben, oder man wählet dazu den physikalischen Hebel AB Fig. 12., welcher sich um seinen Schwerpunct C drehet, und dessen

Masse durch eingeschobene schwere Kugeln von Bley oder Eisen D, E nach Willkühr vermehrt werden kann.

Die zuletzt erwähnte Einrichtung heißt insbesondere der Schwungflügel.

Die Grundsätze, worauf die vortheilhafte Einrichtung der Schwungräder beruht, lassen sich kurz folgendermaßen zusammenfassen:

1) Es darf zur Umdrehung des Schwungrades keine neue Kraft, als die ohnehin auf die Bewegung der Maschine verwendet wird, erforderlich seyn.

2) Die schwere Masse und der Halbmesser des Schwungrades müssen so beschaffen seyn, daß sein Moment der Trägheit, benebst den Momenten der Trägheit der Maschine, der Last und der Kraft, so viel Widerstand leiste, damit die Ueberwucht der bewegenden Kraft die zur vortheilhaftesten Geschwindigkeit gehörige beschleunigende Kraft erzeuge. Aus 1) folget, daß der Mittelpunct der Schwere eines Schwungrades genau in die Axe seiner Umdrehung fallen müsse. Die übrigen Bedingungen lassen sich allgemein durch folgenden Ausdruck darstellen. Man nenne den Halbmesser des Schwungrades von der Axe der Umdrehung bis zum Mittelpunct der Trägheit $= R$, die träge Masse desselben $= S$, also sein Moment der Trägheit $= R^2 S$, das Moment der Trägheit der Last $= b^2 Q$, der Kraft $= a^2 P$, der Maschine $= r^2 M$, die Ueberwucht der bewegenden Kraft $= p$, die zur vortheilhaftesten Geschwindigkeit gehörige beschleunigende Kraft $= F$, so erhält man nach Mechanik (56), wenn man das Moment der Trägheit der Kraft $= 0$ setzt

$$F = \frac{a^2 p}{Mr^2 + Qb^2 + SR^2}$$

oder $SR^2 = \frac{a^2 p}{F} - Mr^2 - Qb^2$.

Fällt das Produkt SR^2 positiv und groß aus, so bringt ein Schwungrad Vortheil; fällt es klein aus, so ist ein Schwungrad überflüssig, und fiel es gar negativ aus, so würde ein Schwungrad schädlich seyn; man müßte im Gegentheil die Masse der Maschine vermindern.

Aus dem gefundnen Werth von SR^2 bestimmt sich die eine oder die andere Größe, je nachdem man S oder R willkührlich annimmt. Hierbey ist folgendes zu beobachten: man wähle den Halbmesser des Schwungrades so groß, daß sein Gewicht (wegen der dadurch vermehrten Reibung) nicht zu schwer ausfalle, und doch die Theile desselben eine hinlängliche Stärke erhalten, damit sie der von der Umschwingung entstehenden Fliehkraft widerstehen können.

22) Die allgemeinen Sätze des vorstehenden Paragraphs auf den Hornhaspel anzuwenden, wähle ich das Beyspiel (19). Die Ueberwucht p kann bey einem zweymännischen Haspel (20) höchstens auf $2 \cdot 15 = 30$ Pf. angeschlagen werden, wenn ihre Wirkung durch den dritten Theil der Kurbelumdrehung anhält. Während der Zeit muß die Kurbel die vortheilhafteste Geschwindigkeit empfangen haben, damit sie vermöge ihres Beharrungsvermögens den übrigen Theil ihres Weges zurücklegt. Was sie während dem von ihrer Geschwindigkeit verlieret, wird ihr bey der folgenden Umdrehung wieder ersetzt. In dem gewählten Beyspiel kommen auf den dritten Theil der Kurbelumdrehung 1,57 Secunden, während der Zeit muß die von der beschleunigenden Kraft erzeugte Geschwindigkeit 2 Fuß, folglich in 1 Secunde 1,27 Fuß betragen. Die beschleunigende Kraft verhält sich zur beschleunigenden Kraft der Schwere $= 1,27 : 30$, dieß giebt $F = \frac{1,27}{30} = 0,0423$.

Das Moment der Trägheit des Rundbaums mit seinen Zapfen und Ringen kann man nach Mechanik (53)

$= \frac{114 \cdot 4^2}{2}$ Pf. setzen, das Moment der Trägheit der Kurbeln $= \frac{24 \cdot 18^2}{3}$, folglich

$$Mr^2 = \frac{114 \cdot 4^2}{2} + \frac{24 \cdot 18^2}{3} = 3504 \text{ Pf.}$$

$$Qb^2 = 200 \cdot 16 = 3200 \text{ Pf.}$$

$$a^2 p = 18^2 \cdot 30 = 9720 \text{ Pf.}$$

$$\frac{a^2 p}{F} = 230000 \text{ Pf. sehr nahe, daher}$$

$$SR^2 = 230000 - 6704 = 223296.$$

Wollte man $S = 200$ Pf. machen, so fände sich $R = \sqrt{1116{,}48} = 33{,}4''$, wofür man $33\frac{1}{2}$ Zoll schreiben kann. Diese Entfernung gäbe man bey einem Schwungflügel den Kugeln von ihrer Umdrehungsaxe. Sollte das Schwungrad aus einer massiven cylindrischen Scheibe bestehen, so findet man den äußern Halbmesser der Scheibe $= \sqrt{2} \cdot R$, im Beyspiel $= 335 \cdot 1{,}41 = 47{,}2$ Zoll. Das ganze Rad müßte gegen 8 Fuß hoch werden. Das würde für ein Gewicht von 2 Centnern etwas schwach ausfallen, man vermehre also lieber das Gewicht des Schwungrades und vermindere seinen Halbmesser, welches sich am leichtesten bewerkstelligen läßt, wenn man den Kranz eines hölzernen Schwungrades mit Bley beschlägt.

23) Anmerkung. Die (22) geführte Rechnung beweiset, daß man bey den gemeinen Haspeln die Schwungräder mit Vortheil anbringen könne, welches auch die Erfahrung vollkommen bestättiget. Je größer die mittlere Umlaufsgeschwindigkeit des Haspels ist, desto kleiner und leichter muß sein Schwungrad, je langsamer sie ist, desto größer und schwerer kann es seyn. Bliebe im obigen Beyspiel alles bis auf die mittlere Umlaufsgeschwindigkeit der Kurbel, welche ich doppelt so groß annehme, ungeän-

dert, so findet man F sehr nahe = $\frac{1}{12}$ unserer Schwere, dieß gäbe $\frac{a^2 p}{F}$ = 116640 Pf. und SR^2 = 109936.

Nimmt man nun S = 200 Pf., so findet sich R = 23,4 Zoll. In diesem Fall würden kleine eiserne Schwungflügel vorzügliche Dienste leisten.

Aus der vorstehenden Betrachtung ergiebt sich ferner, daß bey größern Radhaspeln, wo die Maschinenräder selbst die Stelle der Schwungräder vertreten, ein besonders Schwungrad nicht nur überflüssig, sondern selbst nachtheilig seyn könnte.

Uebrigens ergiebt sich die Berechnung der gewöhnlichen Kreuz-, Arm-, Spill- und Seilradhaspel, aus den bisher vorgetragnen Gründen leicht von selbst. Nur von der Wirkung der Kraft in den Lauf- und Treträdern muß ich noch besonders reden.

24) Man denke sich zwey mit Aermen hh, ee, und nöthigen Falls mit Strebärmen versehene Radkränze Fig. 13. in parallen verticalen Ebenen an einer Welle hhhh befestiget, und den äußern Umfang ACBD beyder Kränze mit Diehlen oder Bohlen zugeschlagen, so erhält man ein mit einem Boden versehenes Rad. Werden nun an dem innern Umfang des Radbodens in einer Entfernung von 1 $\frac{1}{2}$ — 2 Fuß queer über kleine 1 — 2 Zoll starke Leisten aufgenagelt, damit Menschen oder Thiere, wenn sie in dem tiefsten Punct des Rades eintretten und sich bemühen, längst den Staffeln nach BC hinaufzusteigen, das Rad durch ihr Gewicht umdrehen, so erhält man das gewöhnliche Laufrad.

Der Durchmesser der Laufräder ist nach der Höhe der Thiere, die sie umdrehen sollen, verschieden, doch macht man ihn nicht leicht kleiner als 12, und nicht leicht größer als 36 Fuß. Die Breite ihres Bodens richtet sich ebenfalls nach der Beschaffenheit der bewegenden Kraft. Für einen Menschen rechnet man 18 - 20 Zoll, für zwey neben einander 40 - 44 Zoll; für ein Maulthier 2 Fuß, für zwey 4 Fuß 6 Zoll; für ein Pferd oder Ochsen 3 - 4 Fuß, für zwey 7 - 8 Fuß.

25) Die Wirkungsart der bewegenden Kraft im dem Laufrad darzustellen, sey CA Fig. 14. der lothrechte Halbmesser eines Laufrades, b der Schwerpunct eines Thieres, welches im Begriff steht, den Schritt abd zu thun.

Man ziehe durch den Schwerpunct b den Halbmesser des Rades CE, und die lothrechte Linie bc. Fielen beyde zusammen, so würde das ganze Gewicht des Thieres = P von der Festigkeit des Rades getragen. Nun fällt aber das Loth bc rückwärts von dem Halbmesser CE; man setze auf den Endpunct E desselben die tangirende Ebene Ec, so kann man dieselbe mit der Neigungsebene des Schrittes ad für einerley halten, auf dieser geneigten Ebene ruht das Gewicht des Thieres, man zerlege es in die Kräfte nach bE, Ec, so wirkt bloß die letzte = P . sin. cbE = P . sin. ACE nach der Tangente, folglich als bewegende Kraft am Rad. Sie heiße V, und der Neigungswinkel des Schrittes ad, welcher = < ACE ist = α, so hat man V = P . sin. α, und das statische Moment der bewegenden Kraft = R . P sin. α, wenn R den Halbmesser des Laufrades bezeichnet, und das mechanische Moment für die Geschwindigkeit C = C . P sin. α.

26) Der Werth des Winkels α muß durch die Erfahrung bestimmt werden. Je höher der Schwerpunct b eines Thieres über seinen Fußpuncten liegt, desto schwerer fällt es ihm, sich auf einer geneigten Ebene zu erheben, denn indem dieß geschieht, muß der Schwerpunct um den Punct E als Mittelpunct einen Bogen beschreiben, folglich nimmt sein Moment mit der Höhe bE zu, daher sind niedrige Thiere im Laufrad vortheilhafter als hohe, weil sie länger darin aushalten und sich weiter von dem Punct A entfernen können. Man rechnet im Mittel aus mehrern Erfahrungen

für		α	
Menschen und Esel	=	30°	
Pferde und Ochsen	=	20°	höchstens.

Rechnet man das Gewicht P

		P
für einen Menschen	=	150
Esel	=	300
Ochsen	=	750
Pferd	=	850

so ergiebt sich

	V	C	mechan. Moment.
für den Menschen	75 Pf.	2 Fuß	150 Pf.
den Esel	150	2 Fuß	300
den Ochsen	256	2 Fuß	512
das Pferd	290	3 Fuß	870

Die mechanischen Momente verhalten sich sehr nahe wie die Zahlen 1, 2, $3\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$. Die Geschwindigkeit des Pferdes habe ich, im Mittel nach der gewöhnlichen Angabe = 4 Fuß, und nach Desaguliers = 2 Fuß, zu 3 Fuß gesetzt. Die Geschwindigkeit des Ochsen rechnet man gewöhnlich nur $1\frac{1}{2}$ Fuß, da kommt aber der Effect dieses Thieres im Laufrad zu gering nach der Erfahrung.

Um übrigens aus den angegebenen Zahlen das Verhältniß des ökonomischen Effects der verschiednen Kräfte zu bestimmen, müßte man die mechanischen Momente durch die Zeit der Ausdauer einer jeden Kraft multipliciren und durch die Unterhaltungskosten dividiren.

27) Die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher ein Laufrad durch eine gegebene Kraft umgedrehet wird, dividire man, wenn der Umfang des Rades gegen die Länge eines Schrittes groß ist, mit der gegebenen Geschwindigkeit in den Umfang des Rades. Z. B. ein Rad werde von Menschen getrieben und habe 20 Fuß im Durchmesser, so hat man dessen Umlaufszeit = $\frac{20 \cdot 3,14}{2} = 31,4$ Secunden. Genauer findet man die Umlaufszeit des Rades, wenn man aus der gegebenen Länge eines Schrittes und dem Halbmesser des Ra-

des den zu einem Schritt gehörigen Bogen berechnet, diesen in den Umfang des Rades dividiret, und den Quotienten mit der auf den Schritt verwendeten Zeit multipliciret. Rechnet man auf den Schritt des Menschen 2 Fuß, so würde das vorige Beyspiel nach dieser Methode berechnet den halben Bogen des Schrittes = Bog. von sin. $\frac{1}{10}$ = Bog. 5°45′, also den ganzen Bogen eines Schrittes = 11°30′ geben.

Hieraus findet sich die Umlaufszeit des Rades = $\frac{360}{11,\frac{1}{2}}$. 1 Secunde = 31,3 Secunden nur um 0,1 Secunde kürzer wie oben.

28) Anmerkung. Die von der Reibung herrührende Neben- oder Hindernißlast wird bey dem Laufradhaspel, wie bey dem gemeinen Hornhaspel berechnet, nur mit dem Unterschied, daß man zu dem Gewicht des Laufrades noch den von der bewegenden Kraft herrührenden Druck rechnen muß. Es ist aber dieser Druck = P. cosin α.

Zur Vergleichung des Effectes des Laufradhaspels mit dem gemeinen Hornhaspel, setze ich einige Beobachtungen von Elvius (Siehe Schwedische Abhandlung 6ter B. S. 190. und Lempe Maschinenlehre S. 276.) her.

1te Beob. In einem Laufrad, dessen Durchmesser 12 Fuß, und dessen Halbmesser der Welle mit der halben Seildicke, oder die Entfernung der Last, 4,3 Zoll war, hoben 2 Mann neben einander, die unter einem Neigungswinkel von 9°36′ 2 Fuß weit in einer Secunde schritten 104 Pf. 1 Fuß hoch in 1 Secunde. Dieß giebt für jeden Arbeiter 57 Pf. in einer Secunde.

Die 2te Beob. gab denselben Effect an einem Laufrad von 13½ Fuß Durchmesser, und einer Welle von 7,6 Zoll Halbmesser, wobey die Geschwindigkeit der Kraft in einer Secunde 3½ Fuß, die Länge eines Schrittes 3 Fuß, und die Neigung 7°11′ betrug.

3te Beob. In einem Laufrad, dessen Durchmesser 15 Fuß, Halbmesser der Welle 17⅓ Zoll betrug, hob ein Mann, wenn die Neigung des Schrittes 30° betrug, 104 Pf. mit 1 Fuß Geschwindigkeit in 1 Secunde; und wenn die Neigung des Schrittes nur $14\frac{1^{\circ}}{2}$ betrug 57 Pf.

mit gleicher Geschwindigkeit. Dabey war die Geschwindigkeit der bewegenden Kraft 1,35 Fuß, und die Länge eines Schrittes $1\frac{1}{2}$ Fuß.

Aus der 3ten Beobachtung ergiebt sich sehr augenscheinlich der Vortheil, welchen die größere Neigung des Schrittes von 30° giebt.

Berechnet man nach (25) das mechanische Moment der Kraft, indem man das Gewicht des Menschen nach Elvius Erfahrung = 190 Pf. setzt, so erhält man für

		das mechanische Moment		
aus der		der Kraft		der Last
1ten Beob.	—	63,4 Pf.	—	57 Pf.
2ten Beob.	—	83, Pf.	—	57 Pf.
3ten Beob.	—	128,2 Pf.	—	104 Pf.

Die Unterschiede geben die auf die Hindernißlast verwendete Kraft, sie beträgt nach

der 1ten Beob.	$\frac{1}{9}$	der Last
— 2ten Beob.	$\frac{1}{2}$	der Last
— 3ten Beob.	$\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$	der Last

Man könnte also im Durchschnitt $\frac{1}{5}$ rechnen.

Legt man die 3te Beobachtung zum Grund, so können 2 Menschen mit dem Laufradhaspel 208 Pf. in 1 Secunde 1 Fuß hoch, folglich in 140 Secunden 140 Fuß oder 20 Lachter hoch heben; rechnet man hierzu 40 Secunden Stillstandszeit, so kommen gerade 3 Minuten auf die Förderung der genannten Last. Dieß gäbe in 7 Stunden Arbeitszeit 7. 20. 208 Pf. = 291 Centner Förderungslast auf 20 Lachter.

Die Rechnung (§. 19.) gab für den zweymännischen Hornhaspel nur 144 Centner in derselben Zeit. Folglich würde ein vortheilhaft eingerichteter Laufradhaspel, da, wo er sich anbringen läßt, doppelt so viel als der gemeine Hornhaspel leisten, vorausgesetzt, daß die Arbeiter in beyden Maschinen gleich lange ausdauern können.

Das Laufrad gewähret überdieß den Vortheil, daß, da es wegen seiner ansehnlichen Größe mit als Schwungrad wirkt, die Bewegung ziemlich gleichförmig wird; und sollte die Last einmal auf eine kurze Zeit das Uebergewicht erhalten, so wird dieß sogleich aufgehoben, indem sich die Arbeiter weiter von der tiefsten Stelle des Rades entfernen. Würde hingegen die Kraft das Rad zu sehr beschleunigen, so nähern sich die Arbeiter der tiefsten

Stelle des Rades, und das Moment der Kraft wird wieder vermindert.

29) Wenn man den Boden, worauf die Leisten des Laufrades befestiget sind, wegläßt, und dafür zwischen den parallen Radkränzen queer durch Tritte befestiget, wie dg, aH Fig. 14., worauf Menschen oder Thiere, wie auf einer Treppe treten, und dadurch das Rad umdrehen können, so erhält man das Tretrad. Wird ein Tretrad durch Menschen in Bewegung gesetzt, so legt man den Angriffspunct der Kraft am vortheilhaftesten an die Stelle g, weil hier die Kraft das größte statische Moment hat.

Man kann für die bewegende Kraft unter diesen Umständen $\frac{7}{8}$ des Gewichtes vom Menschen rechnen, $\frac{1}{8}$ desselben geht verlohren, theils wegen der abwechselnden Bewegung der Füße, wobey der eine schief auf den Tritt aH wirkt, indeß der andere senkrecht auf dg steht, theils weil sich der Mensch, welcher ein Tretrad in Bewegung setzt, mit den Armen an einem feststehenden Gerüste halten muß.

Vierfüßige Thiere können, wenn sie mit den Vorderfüßen das Tretrad in Bewegung setzen sollen, an der Stelle G nur mit der Hälfte ihres Gewichtes wirken. Sollen sie mit den Hinterfüßen das Tretrad umtreiben, so muß der Angriffspunkt der Kraft höher in f liegen, indeß die Thiere mit den Vorderfüßen auf einer festen Unterstützung in A stehen. Man findet den Angriffspunct genau, wenn man die Länge des Thieres be, von der Brust bis an die Hinterfüße gemessen, von A nach f trägt.

Die Tritte hf müssen so zwischen die Gränze des Rades eingesetzt werden, daß sie horizontal stehen, in dem Augenblick, wenn der hinterste Fuß sie verläßt. Die Anzahl der Tritte findet man aus der vortheilhaftesten Höhe und Neigung eines Schrittes.

Die Erfahrung hat gelehret, daß Menschen noch bequem einer Treppe auf und nieder steigen können,

wenn die Höhe der Tritte 8 Zoll, und ihre Breite 10 – 12 Zoll beträgt. Zeichnet man daher ein rechtwinkliches Dreyeck, dessen einer Kathet der Höhe, der andere der Breite der Tritte gleich ist, so giebt die Hypothenuse die Entfernung der Tritte in dem äußern Umfang des Rades an, welche, so oft darin herumgetragen, als angeht, die Zahl der Tritte im Rad bestimmt.

30) Anmerkung. Da das Tretrad sowohl einen vortheilhaftern Angriffspunkt, als auch eine größere Wirkung der Kraft des Menschen, als das Laufrad zulässet, so ist es diesem bey Anwendung der menschlichen Kraft um so mehr vorzuziehen, da man es im Durchmesser kleiner, und folglich mit geringern Kosten bauen kann. Nach einer Beobachtung von Elvius leistete ein Tretrad von 6 Fuß 4 Zoll im Durchmesser in dem Verhältniß von 16 : 11 mehr, als das §. 28. 3te Beobachtung angeführte 15 Fuß hohe Laufrad. Doch ist auf der andern Seite zu bedenken, daß die Menschen im Tretrad früher, als im Laufrad ermüden, da sie in jenem gewöhnlich die Beine höher heben, und daher ihre Muskelkraft stärker anstrengen müssen. Für Thiere sind Laufräder vortheilhafter als Treträder.

31) Das Verhältniß von Kraft und Last, mit Betrachtung der Hindernißlast an dem gemeinen Göpel und der Erdwinde zu bestimmen.

Der Halbmesser der lothrechten Welle heiße = b, ihrer Zapfen = r, die Entfernung der Kraft an den Hebelärmen AB, CD Fig. 8. von der Wellenaxe = a, die zu bewegende Last Q, die Hindernißlast q, beyde auf den Umfang der Welle reduciret, die Kraft = V, so hat man

$$Va = (Q + q)\,b$$

Die Hindernißlast besteht bey den Winden aus der Reibung an dem untern Zapfen der Welle, den Zapfen der Rollen, und der Steifigkeit der Seile.

Die Reibung an dem untern Zapfen der Welle ist dem Gewicht der Welle proportional: es heiße P und der Reibungsquotient f, so bezeichnet fP die Reibung

an dem Zapfen der Welle, und ihr Moment ist $= \frac{2}{3}$ rfP. Denn da sich alle Puncte des untern Querschnittes der Wellenaxe um einen gemeinschaftlichen Mittelpunct drehen, so findet man ihr mittleres Moment gleich dem Moment des Schwerpunctes eines Kreisausschnittes $= \frac{2}{3}\, rfP$. Die Momente der Reibung bey den liegenden Haspeln verhalten sich daher zu den Momenten der Reibung an den Winden bey gleichem Gewicht und Dimensionen der Wellbäume.

$$= \tfrac{2}{3}\, rfP : rf\,(P + Q) = 2 : 3$$

wenn Q gegen P nur klein ist. Die Reibung ist bey den Winden wenigstens um $\frac{1}{3}$ geringer, als bey den liegenden Haspeln. Bey dem gemeinen Göpel kommt noch die Reibung an den Rollen G und I Fig. 8. hinzu. Der Halbmesser der Rollen heiße $= R$, ihrer Axen ϱ, so hat man hier, wo die Richtungen der Seile einen recht Winkel mit einander machen, die Reibung am Umfang der Rollen nach

$$(\text{Stat. } 90) = f \sqrt{2 Q^2}\, \frac{\varrho}{R} = f\, \frac{\varrho}{R}\, Q \sqrt{2}.$$

Man nenne die Steifigkeit der Seile an dem Umfang der Rollen $= S$, am Umfang der Welle $= S'$, so hat man für die gesammte Hindernißlast bey dem Göpel, wenn n die Zahl der Rollen bedeutet

$$q\, \tfrac{2}{3}\, r \frac{fP}{b} + \frac{n f \varrho Q}{R} \sqrt{2} + S + n S'.$$

$$\text{Daher } Va = Qb + \tfrac{2}{3}\, rfP + \left(\frac{n f \varrho Q}{R} \sqrt{2} + S + n S'\right) b$$

woraus sich die zu hebende Last Q aus der gegebenen Kraft und der Einrichtung der Maschine bestimmen läßt.

32). Das Verhältniß der Kraft und Last bey dem Pferdegöpel zu finden, stelle CA = a Fig. 16. den Halbmesser des Schwengels, und A den Angriffspunct der Kraft vor. Wenn Pferde oder Ochsen den Göpel umtreiben, so wirken diese Thiere nicht unmittelbar auf

den Punct A, sondern vermittelst Zugstricken, die in A befestiget sind. Da nun der Ochse vorzüglich mit den Hörnern, das Pferd mit der Brust zieht, so bedeute AB = l die Entfernung des angegriffenen Punctes des Schwengels von dem angreifenden Punct des Thieres. Man fälle auf die Richtung AB aus dem Mittelpunct der Axe das Perpendikel AB = x, so ist dieß der Halbmesser des Kreises, worin sich das Thier bey der Umtreibung des Schwengels bewegt.

Der Winkel CAB unter dem die Kraft auf den Schwengel wirkt, heiße α, so hat man die drehende Kraft am Schwengel

$$= \sin. \alpha \cdot V = \frac{x}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - l^2}}{a}.$$

Das Moment der drehenden Kraft nimmt mit dem Winkel α ab, das ist, je größer die Länge l gegen den Hebelarm des Schwengels ist. Hierzu kommt noch, daß bey einem schiefen Zug nach AB ein Druck = V . cosin. α gegen die Axe entsteht, welcher die Reibung vermehret.

Es gehöret daher zur vortheilhaftesten Einrichtung des Pferdegöpels, daß sich α so wenig wie möglich von einem rechten Winkel entferne. Daher sollte der Schwengel CA eines Pferdegöpels nie kürzer als 18 Fuß, besser 30 — 40 Fuß lang seyn. Dieß bringt zugleich den Vortheil, daß der Kreis, worin die Pferde sich bewegen, weniger gekrümmt ist, und daher die Thiere weniger Kraft auf die fortdauernde Biegung ihres Körpers, die für die Bewegung der Maschine verloren ist, zu verwenden brauchen.

Die Hinderniß wird bey dem Pferdegöpel wie bey dem gemeinen Göpel berechnet.

33) Anmerkung. Wenn man das Moment des Pferdes für den horizontalen Zug nach (6) mit dem Moment desselben in dem Laufrad (26) vergleicht, so kommt zwar das letztere etwas größer heraus, aber man darf deswegen nicht gerade auf eine vortheilhaftere Wirkung

des Pferdes im Laufrad schließen. Denn erstens, ist schon erinnert worden, daß das Pferd im horizontalen Zug länger ausdauert, als wenn es einen Berg in die Höhe steigt; und zweytens ist die Hindernißlast in dem Pferdegöpel ansehnlich geringer, als bey dem Laufrad, wo die Reibung ausser dem Gewicht des Rades noch durch das Gewicht der Thiere vermehret wird.

Die Geschwindigkeit, womit die Last durch einen Pferdegöpel gefördert wird, beruht auf dem Verhältniß des Halbmessers des Korbes zum Halbmesser des Schwengels. Jener heiße b, dieser a, und die Geschwindigkeit des Pferdes in einer Secunde = C, so hat man die Geschwindigkeit der Last $= \frac{b}{a}$ C.

In den Niederungarischen Bergwerken zu Schemnitz giebt man gewöhnlich den Göpeln, deren ganzer Umkreis 6 — 7 Lachter hält, einen halb so großen Durchmesser des Korbes.

Im Sächsischen Erzgebirg hat man mit Vortheil an den Göpeln Schwengel von 36 Ellen lang angebracht, und rechnet nur den 6ten Theil für den Durchmesser des Treibkorbes. Zur Vergleichung des Effectes des Pferdegöpels mit den Haspeln, setze ich eine Beobachtung von Poda über den Siegelsberger Göpel hierher.

Der Durchmesser des Treibkorbes hatte 3 Lachter (= 18 Fuß) der Schwengel 6 Lachter, der Wellbaum ruhte unten auf einer eisernen 3 ½ Zoll dicken Axe, die in einer steinernen Pfanne lief. Mit 3 Paar Pferden wurden in einer Schicht von 8 Stunden 132 Säcke, jeden mit 9 Centner Last beladen, 260 Fuß hoch gefördert.

Zwischen dem Ein- und Aushängen eines jeden Sackes verstrich 1 ¼ Minute, folglich betrug die Hindernißzeit während einer ganzen Schicht 165 Minuten, d. i. man kann nur 5 ¼ Stunde volle Arbeitszeit rechnen.

Reduciret man den Effect auf zwey Pferde und 140 Fuß Höhe, so erhält man 750 Centner, in 5 ¼ Stunde, folglich in 7 Stunden 981 Centner. Nach Lempen's Erfahrungen in den sächsischen Bergwerken (19) fördert der zweymännische Haspel auf eine gleiche Höhe in derselben Zeit 125 Centner, oder der reine Effect eines Pferdes im Göpel wäre 7,8mal so groß, als der Effect eines Menschen am Haspel.

Vor-

Vortheilhafter eingerichtete Pferdegöpel befinden sich zu Freyburg in Sachsen, man sehe Stieglitz Encyklopädie der bürgerlichen Baukunst Art. Göpel, und Bergmännisches Journal 1792, wo man sowohl die Einrichtung des Göpels, als der zu ihm gehörigen Nebenmaschinen und Gebäude beschrieben findet. Die von dem Maschinendirector Mende angebrachten Verbesserungen dieser Göpel, besteht in der leichtern und doch hinlänglich festen Bauart, der Vertauschung der kleinern Leitrollen für die Seile mit größern Rädern, der cylindrischen Säcke mit prismatischen auf Rädern laufenden Stürztonnen und in mehreren Nebeneinrichtungen, die theils zur Hervorbringung eines gleichförmigen Ganges, theils zur Hemmung der Maschine dienen.

Aus ähnlichen Gründen wie bey dem gemeinen Hornhaspel, hat man auch bey den Pferdegöpeln statt der cylindrischen Körbe, spiralförmig gewundne vorgeschlagen. In der Provinz Cornwallis in England sind solche gebräuchlich, und geben, nach der Aussage der dortigen Werkverständigen, $\frac{1}{3}$ Erspahrniß an Kraft.

34) Die Wirkung der Tretscheibe zu erläutern sey Fig. 17. die Axe derselben unter einem Winkel α gegen den Horizont geneigt, senkrecht auf die Axe sey die Scheibe BCBD befestiget; an deren Umfang in B Menschen oder Thiere wie in einem Laufrad wirken. Es bezeichne BP die Wirkung der lothrechten Kraft, man zerfälle selbige in zwey Theile, wovon der eine nach der Richtung der Tagente aB, der andere mit der Axe parallel nach Bb gehe, so wird der erste Theil ganz auf die Umdrehung der Scheibe verwendet, und der andere von der Festigkeit derselben und der Axe getragen. Es ist aber $< bBP = 90 - \alpha$, dem Neigungswinkel der Scheibe mit dem Horizont gleich. Da nun dieser durch die vortheilhafteste Neigung des Schrittes der Thiere bestimmt wird, z. B. für Pferde und Ochsen $= 20^\circ$, so muß $< \alpha$ oder die Neigung der Axe in diesem Fall $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ betragen. Die drehende Kraft ist $= P$ cosin. $\alpha = P$ sin. β, wenn β den Neigungswinkel der Scheibe gegen den Horizont be-

deutet. Unter den Umständen wirkt die drehende Kraft an der Tretscheibe wie in dem Laufrad.

35) Durch die Verbindung der Haspel mit den Flaschenzügen lassen sich Hebezeuge zusammensetzen, welche sehr ansehnliche Lasten mit geringer Kraft, jedoch mit verhältnißmäßigem Verlust an Geschwindigkeit wältigen. Hierher gehören insbesondere die Krahnen, welche nicht blos dazu dienen, große Lasten in die Höhe zu heben, sondern auch die gehobene Last seitwärts zu bewegen, um das Ein- und Ausladen der Schiffe zu erleichtern. Sie bestehen meistens aus der Verbindung des Laufradhaspels mit dem Flaschenzug, und die ganze Maschine ist so gebauet, daß sie sich mit sammt der gehobenen Last um eine verticalstehende Welle horizontal umdreht.

Verschiedne Einrichtungen von Krahnen findet man bey Leupold theatr. stat. universale tab. XXV — XXXIII. Ein von de la Garousse angegebenes Hebezeug, vermittelst dessen Menschen Lasten, wenn gleich bloß ruck- oder stoßweise, doch mit vielem Vortheil der Kraft bewegen können, beschreibt Belidor Architect. Hydraul. 1. Thl. §. 320. Man sehe Fig. 18. Taf. 2. das Rad an der Welle H besteht aus einer eisernen, wie die Figur zeigt, gezähnten Scheibe, welche zwischen zwey hölzernen Scheiben, so an der Welle befestiget wird, daß der gezähnte Umfang des eisernen Rades frey bleibt. In denselben greifen wechselsweise die eisernen um die Nägel D, E beweglichen Hacken DO, QP ein, und treiben das Rad durch Auf- und Niederbewegung des Hebebaums AB um, wodurch sich das Seil der Last um die Welle H aufwindet.

Die Maschine steht, wie die Abbildung lehret, auf Rollen, um bequem von einem Ort zum andern gebracht werden zu können. Das Seil der Last, welche ebenfalls auf einem Rollwagen ruht, ist an dem Gestell bey T fest, geht über die Rolle Z, und von da nach der Welle H.

Man hat daher nach statischen Gründen für das Verhältniß von Kraft zu Last, wenn a den Halbmesser der Welle, b des Rades, c die Entfernung der Puncte D und E vom Drehungspunct des Hebels, α aber die Länge des Hebels CB, und V, Q Kraft und Last bezeichnen

$$V = \frac{a\ c}{2\ b\ \alpha}\ Q$$

Die Grösse der Reibung und der Steifigkeit des Seiles läßt sich nach den bereits vorgetragenen Gründen ebenfalls leicht berechnen. Eine besondere Aufmerksamkeit bey dieser Maschine verdienet die richtige Anbringung der Haken DO, PQ. Die geraden Linien DO, EP von den Bewegungs- nach den Angriffspuncten der Haken müssen Tangenten an den Stellen des Rades O, P bilden, und der Drehungspunct des Hebels C muß zugleich in eine lothrechte Linie über die Mitte der Welle, und in eine wagrechte Linie mitten zwischen die Puncte D und E fallen. Die Angriffspuncte der Haken O, P müssen so gewählet werden, daß die Haken sich in ihrer Bewegung nicht hinderlich sind, und vermöge ihres Gewichtes von selbst in die Zähne des Rades einfallen. Man legt daher den Angriffspunct des untersten Hakens etwas über den wagrechten Halbmesser des Rades. Der ersten Forderung genug zu thun, dienet die folgende Construction O, P Fig. 18.* Taf. I. bezeichnen die gewählten Angriffspuncte in dem Rad, man ziehe an selbige die Tagenten OD, PE von unbestimmter Länge, verlängere den verticalen Durchmesser des Rades HC bis er die Tagente OD schneidet, trage ihre Länge vom Durchschnittspunct bis O nach O', und bestimme dadurch die Lage der Tagente O'E an der entgegengesetzten Seite des Rades, durch den Punkt E, wo O'E PE schneidet, ziehe man DE wagrecht, so bestimmen D, C, E die Drehungspuncte des Hebels und der Haken. Der Beweis dieser Construction wird

leicht aus den in der Geometrie vom Kreise vorgetragnen Lehrsätzen hergeleitet.

36) Ein sehr vortheilhaftes Hebzeug durch Rad und Getriebe ist die gewöhnliche Fuhrmannswinde. Sie ist einfach, wenn ein gezähntes Stirnrad, das durch eine Kurbel umgetrieben wird, in eine gezähnte Stange, an der unmittelbar die Last hängt, eingreift, (Fig. 19.) doppelt, wenn das Stirnrad, welches die Kurbel umdreht, in einen Trieb greift, der mit einem zweyten Rad, das die Winde treibt, an einer Welle befestiget ist. In dem letzten Fall wird die Geschwindigkeit der Last mit Nachtheil der Kraft vermehret, wollte man umgekehret, die Kraft auf Unkosten der Geschwindigkeit verstärken, so befestige man an der Welle der Kurbel einen Trieb, welcher in ein Rad von größerm Halbmesser eingreift, dessen Trieb die gezähnte Windestange bewegt.

Das Verhältniß von Kraft und Last an der Fuhrmannswinde mit Betrachtung der Reibung zu finden, führet auf die Aufgabe, die Reibung zwischen Zahn und Getriebe zu bestimmen.

Es bezeichne a Fig. 20. einen Zahn des Rades, b einen Zahn des Getriebes, beyde berühren sich am Anfang der Bewegung in a, am Ende, wenn der Zahn des Rades den Zahn des Getriebes verläßt in d, so erhellet, daß beyde Zähne während der Bewegung sich um die Weite a e an einander hergeschliffen haben, man könnte diese Größe die Eingreiffung der Zähne heißen. P bezeichne den von der Last herrührenden Druck auf die Zähne, f den Reibungsquotienten, so ist der von der Reibung nach der Richtung e a entstehende Widerstand $= fP$, welchen die Kraft an dem Umfang des Rades überwinden muß. Denkt man sich dieselbe unmittelbar in a wirkend, so legt sie den Bogen a d zurück, während der Widerstand der Reibung den Weg a e beschreibt. Man nenne die zur Ueberwindung der Reibung an dem Umfang des Rades nöthige Kraft $= K$, so hat man

nach dem Cartesianischen Grundgesetz $K = \frac{ae}{ad} fP$. Es ist aber ae = sin. vers. ad und für kleine Winkel sin. vers. $ad = \frac{ad^2}{2r}$ oder $ad = \sqrt{\frac{ae}{2r}}$, wenn r den Halbmesser ac des Rades bedeutet. Dieß giebt

$$K = \frac{ae}{\sqrt{\frac{ae}{2r}}} fP = \sqrt{\frac{ae}{2r}} . fP.$$

Hieraus erhellet, daß man die Reibung zwischen Zahn und Getriebe durch Verminderung der Eingreifung und Vergrößerung des Halbmessers vermindern könne. Wäre z. B. ae = $\frac{1}{36}$ des Durchmessers und f = $\frac{1}{3}$, so erhält man für K = $\frac{1}{18}$ P, oder man kann sich die Reibung zwischen Zahn und Getriebe hinweg, und dafür eine Last an dem Umfang des Rades = $\frac{19}{18}$ P denken. Dieß ist die von Belidor gegebene Vorschrift zur Berechnung der Reibung zwischen Zahn und Getriebe, sie passet für größere Räder mit tiefen Eingreifungen ziemlich mit der Erfahrung, für fein ausgearbeitete Räder und Getriebe kann aber der Werth von K sehr viel geringer ausfallen. Es sey z. B. die Eingreifung = $\frac{1}{100}$ des Durchmessers des Rades, an dem die Kraft wirkt, der Reibungsquotient = $\frac{1}{10}$, so erhält man K = $\frac{1}{100}$ P.

Bey der gemeinen Winde kommt außer der Reibung zwischen Zahn und Getriebe die von der Anklemmung der Windestange in der Büchse BB herrührende Reibung, so wie die Reibung der Axen in ihren Zapfen hinzu. Die Anklemmung wird durch die Kraft K erzeugt, setzt man, wie ohne merklichen Fehler in den meisten Fällen verstattet seyn wird, die mittlere Richtung beyder Kräfte gehen durch den Schwerpunct der Windestange, so kann man die Kraft der Anklemmung = K setzen, und man erhält die Gleichung für Kraft und Last an der

Winde mit Zuziehung der Reibung, wenn V die Kraft, P die Last, R, r die Halbmesser der Kurbel und des Rades, a den Halbmesser der Axe des Rades bezeichnen

$$VR = \frac{19}{18} Pr + fr \frac{1}{18} P + fa (P + V)$$

oder

$$VR + fa V = \frac{1}{1} Pr (19 + f) + faP$$

für $f = \frac{1}{3}$

$$V (R + \frac{1}{3} a) = \frac{1}{18} \cdot \frac{58}{3} \cdot Pr + \frac{1}{3} aP.$$

Hierbey ist die von dem Gewicht des Rades herrührende Reibung außer Acht gelassen, da sie bey den Fuhrmannswinden sehr unbedeutend ist.

Beyspiel: R = 18 Zoll, r = 1,5 Zoll, a = ½ Zoll, V = 60 Pf. giebt P, oder die zu wältigende Last 613 Pf.

37) Die Treiblade und die Zimmermannsschraube sind einfache Hebzeuge, welche auf der Anwendung des Keiles und der Schraube beruhen. Eine deutliche Abbildung dieser sehr bekannten Maschinen findet sich in Lempens Maschinenlehre Taf. 3. 4. Sie werden vorzüglich zu Hebung gesunkener Gebäude gebraucht. Bey der Treiblade wirkt die Kraft auf den Keil schlag- oder stoßweise, die daraus entstehenden Erschütterungen sind für ein zu hebendes Gebäude nicht vortheilhaft.

Die Wirkung des Schraubenhebzeuges ist zwar sanfter, doch hat man dabey sich ebenfalls zu hüten, daß nicht eine der Schrauben, auf welchen die Last ruht, stärker als die übrigen angezogen werde, weil solche dadurch leicht mit großer Gefahr der zu hebenden Last zerspringen kann.

Viel vortheilhafter zur Hebung von gesunknen Gebäuden ist die von Scheldon erfundene und von Polhem verbesserte Maschine, (s. schwed. Abhandl. 9 B.), wo die Theorie dieses Werkzeuges von Elvius und Kästner gelehret wird.

Das Wesentliche der Einrichtung beruht auf folgendem: F Fig. 21. sey die zu hebende Last, man be-

festige an derselben einen kleinen Kloß R, daß er bey F einen Vorsprung bildet, unter den man eine Stütze bc ansetzen kann; die Stütze ist unten ausgerundet, und ruht auf einer Walze b, welche auf einem wagrecht liegenden Kloß a a, vermittelst Hebestangen bd, die zu beyden Seiten in die viereckigten Köpfe der Walze eingesteckt werden können, fortbewegt wird. Die Wirkung der Maschine leichter einzusehen, stelle fa Fig. 21. * die Stütze vor, welche mit ihrem untern Ende a, auf der horizontalen Ebene ab fortbewegt werd. Wenn die Stütze fa in die lothrechte Lage be gekommen ist, so ist die Last f um die Größe fe = bd gehoben worden, während die Kraft den Weg ab zurückgelegt hat, daher hat man Kraft zu Last in dem Punct a = bd : ab.

Wenn a um die Hälfte des Wegs nach a′ fortgerückt ist, so befindet sich f in f′, bewegt sich also die Kraft von a nach b, so legt die Last den Weg bd′ zurück, oder man hat das Verhältniß von Kraft zu Last in dem Punct a′ = bd′ : a′b. So lange die Bögen ad, a′d′ klein sind, wie hier vorausgesetzt werden darf, kann man sie mit ihren Sinussen für einerley halten, und die Verhältnisse

ad : bd ; a′d′ : bd′ statt

ab : bd ; a′b′ : b′d′ schreiben.

Hieraus erhellet, daß die Kraft in a sehr nahe noch einmal so groß seyn müßte als in a′, und daß die Bewegung der Last nicht gleichförmig mit der Bewegung der Kraft erfolgt. Dieß zu bewerkstelligen darf ab nicht gerade, sondern muß (wie die Theorie lehret) elliptisch gekrümmt seyn. Indessen ist es in der Ausübung immer verstatter, kleine Bögen der Ellipse mit den sie berührenden Kreisbögen zu verwechseln, und es kommt nur darauf an, den Halbmesser und den Mittelpunct des zu ziehenden Kreises zu bestimmen. Da nun in dem mittlern Punct des Wegs der Kraft, Kraft zu Last a′f′ : ad′ war, so suche man aus dem gegebenen Ver-

hältniß von Kraft und Last die Größe a'd', welche von b horizontal nach a' getragen, die mittlere Länge der Rundung bestimmt; man fälle daher von a' eine lothrechte Linie a'g, und gebe ihr die Länge der Stütze af, so bestimmt sich der Mittelpunct des Kreises g, aus welchem der Bogen aa'b gezogen werden kann.

In der Scheldonischen Maschine betrug die Sehne des halben Bogens eb Fig. 21. $\frac{1}{8}$ bf, und der Halbmesser der Walze b $= \frac{1}{16}$ bd, folglich Kraft zu Last $= 1 : 16 . 8 = 1 : 128$. Rechnet man die Kraft eines Menschen an dieser Maschine $= 60$ Pf., so kann er 7680 Pf. Last wältigen.

Die von Polhem angebrachte Verbesserung dienet, die Reibung bey der Maschine zu vermindern. Denn obgleich an der Scheldonischen Maschine zwischen der Höhlung der Stütze b und der Walze zur Verminderung der Reibung Sohlleder, welches mit Fett geschmiert wurde, angebracht war, so mußte doch zwischen der Walze und dem Klotz aa eine beträchtliche Reibung statt finden, weil die Oberfläche der Rundung des Klotzes absichtlich rauch gemacht wurde, damit nicht die Last bey nachlassender Kraft zurückwich. Polhem setzt die Stütze bc ohne Walze auf einen Klotz aa, der selbst vermittelst zweyer auf einem parallel unter ihm liegenden und auf ähnliche Weise nach einem mit be concentrischen Kreisbogen ausgerundet ist, fortgeschoben wird.

38) Anmerkung. Durch die Verbindung der Schraube ohne Ende mit dem Haspel können sehr wirksame Hebzeuge construiret werden, welche große Lasten zwar nicht hoch, aber sehr gleichförmig fortzuschaffen dienen. Von dieser Art ist das von von D. J. Venturas erfundne, und im 26ten Band der schwed. Abhandl. beschriebene Hebzeug. Es besteht aus einer Erdwinde, durch deren Welle eine eiserne Axe läuft, an welcher ein eisernes Stirnrad befestiget ist, das vermittelst einer Kurbel und Schraube ohne Ende umgetrieben wird.

II.

Mühlwerke.

Von den unter- und oberschlächtigen Wasserrädern.

39) Zur Betreibung der Mühlen bedienet man sich gewöhnlich des Wassers, und zwar (wie bereits gedacht worden ist) auf doppelte Art, indem man es entweder durch sein Gewicht in oberschlächtige, oder durch seinen Stoß auf unterschlächtige Räder wirken läßt. Wir müssen beyde Arten jetzt näher betrachten. Fig. 22. stellt die gewöhnliche Einrichtung der unterschlächtigen Wasserräder vor. An einer, nach Beschaffenheit ihrer länge der Größe und Schwere der Mühlenräder, 15 – 18 bis 24 Zoll dicken Welle von Eichenholz a werden 4, 6 – 8 Aerme als eben so viele Halbmesser des Rades senkrecht eingesetzt, und ihre Enden durch den Radkranz edbf verbunden, welcher 6, 8 – 12 Zoll breit und 4, 6 – 8 Zoll dick gemacht zu werden pflegt. Senkrecht auf den äußern Umfang des Kranzes werden die Schaufeln (12 – 18 Zoll ins Gevierr haltende Bretchen) senkrecht, d. i. nach Verlängerung der Radhalbmesser eingezapft. Zu mehrerer Haltbarkeit verbindet man wohl auch die Schaufeln durch einen oder zwey mit dem Radkranz concentrisch laufende dünne Reife. Die nur beschriebene Einrichtung des unterschlächtigen Wasserrades heißt ein Strauberrad. Wenn die Schaufeln des Rades 2 – 3 bis 4 Fuß breit werden

sollen, so reicht ein Radkranz zu ihrer Befestigung nicht hin, sondern man setzt sie alsdann zwischen zwey parallele Radkränze ein, welche durch eine doppelte Reihe von Aermen an der Welle befestiget werden. Solche Räder heißen Staberräder, und wenn sie von der größten Art sind, und ihre Axen nebst Unterlagen nach den verschiedenen Wasserständen des Strohms erhoben oder gesenkt werden können, Pansterräder. Den Bau und die umständliche Beschreibung dieser Räder muß man aus practischen Schriftstellern, wie Sturms Mühlenbaukunst, Beyers theatr. machin. molar. u. dgl. kennen lernen, desgleichen die Art, wie das Wasser der Flüsse oder Ströhme auf die unterschlächtigen Räder geleitet wird. Ich bringe daher nur so viel davon bey, als zur Verständlichkeit der nachfolgenden Berechnungen unumgänglich erforderlich ist.

40) Unmittelbar vor dem äußern Umfang des Wasserrades wird bey m Fig. 22. eine einfache oder doppelte Reihe Pfähle queer durch den Fluß eingerammt, und auf dieselben ein starker viereckigter Balken horizontal eingezapft, welchen die Müller den Fachbaum nennen.

Auf den Fachbaum werden in einer Entfernung, die sich nach der Breite des Mahlgerinnes richtet, zwey lothrechte Pfosten, die Griessäulen ln aufgerichtet, welche an ihren innern gegen einander gekehrten Seitenflächen längst ihrer ganzen Höhe eingeschnitten sind. In den Falzen der Griessäulen bewegt sich die Schütze KO, vermittelst Hebstangen, oder Ketten, die bey n um einen horizontalen Wellbaum gewunden werden, auf und nieder. Durch die Oeffnung der gehobenen Schütze Ke strohmt das Wasser in das Mahlgerinne lhe, und wider die Schaufel des Rades. Das Mahlgerinne ist ein geradausgehender, oder besser, nach der Krümmung des Rades gebogner (gekröpfter) aus Bohlen wasserdicht zusammengefügter hölzerner Kanal, dessen Tiefe

und Breite die Höhe und Breite der Schaufeln des Wasserrades nur um wenige Zoll übertrifft.

Das Gerinne wird auf eingerammte Pfähle und darübergelegte Schwellen oder Jochstücke befestiget, und man muß nach Beschaffenheit des Bodens, und der Stärke des Wassers, mehr oder weniger Vorsicht auf den anzulegenden Grundbau verwenden. Eben das gilt von dem vor der Schütze anzulegenden Herd oder Wasserfang. Ist das Wasser klein, und der Boden fest, so ist es hinreichend, längst dem Ufer zu beyden Seiten vor der Schütze einige Pfähle einzurammen, und dieselben mit Bohlen zu bekleiden. Ist das Wasser groß, oder der Boden sumpfig, so werden überdieß auer durch das Bette des Flusses parallel vor dem Fachbaum mehrere Reihen Pfähle eingerammt, der Zwischenraum sorgfältig mit Thon ausgestampft, über die Pfähle horizontale Schwellen gelegt, und das ganze Bett mit Bohlen bekleidet. Statt der Bekleidung mit Bohlen können die Zwischenräume der Herdschwellen auch mit Steinen ausgepflastert werden. Damit das Wasser das Bette des Herdes nicht so bald unterwühle, läßt man dasselbe von der vordersten Herdschwelle nach dem Fachbaum sanft in die Höhe steigen. Neben dem Mahlgerinne legt man gewöhnlich noch ein zweytes, durch eine Schütze verschlossenes, Gerinne an, welches dazu dienet, das überflüssige Wasser abzuführen; es heißt das wüste Gerinne.

Wenn der Fluß oft seicht, und dagegen zu andern Zeiten wieder starken Anschwellungen unterworfen ist, so wird noch eine besondere Vorrichtung nöthig, den Wasserstand vor der Schütze des Mahlgerinnes beständig in einer hinlänglichen Höhe zu erhalten.

Man bauet quer durch den Fluß oberhalb der anzulegenden Mühle einen Damm oder Wehr a a, Fig. 23. wodurch sich das Wasser bis zu einer bestimmten Höhe, dem auf dem Wehre liegenden Fachbaum anstauet, und von da vermittelst eines ger[illegible]n Kanales, (dem Müh-

lengraben) nach dem Mahlgerinne der Mühle c geleitet wird.

Blos das überflüssige Wasser fällt über das Wehr a a, und wird durch das natürliche Flußbette a d b unterhalb der Mühle wieder mit dem Wasser des Mühlengrabens vereinigt. Der Bau der Wehre erfordert, besonders bey großen Flüssen, ungleich mehr Vorsicht, als der Bau des Herdes und der Gerinne, da diese Dämme in Flüssen, welche starken Anschwellungen, Eisgängen und dergleichen unterworfen sind, oft einer sehr großen Gewalt widerstehen müssen. Man macht sie theils von Holz, theils von Steinen, theils auch bey kleinen Flüssen blos von Faschinen. In jedem Fall, muß der Grund derselben, wenn er nicht Felsenboden ist, durch eingerammte Pfähle, und, im Fall der Fluß von einiger Beträchtlichkeit ist, einem daraufgelegten Rost wohl verwahret werden. Ueberdieß bringt man, um das Wehr vor Eisgängen zu sichern, parallel mit den Ufern des Flusses unter einem spitzen Winkel gegen den Strohm geneigte starke Balken (Eisbrecher) an, welche die Strohm abwärts treibende Eisschollen auffangen, und ihre Gewalt gegen das Wehr mindern. Was die practische Vorschriften zur Anlegung der Wehre betrifft, verweise ich auf Beyers oben angeführte Schrift S. 16. und ferner, wo man Taf. 5. und 6., auch Abbildungen von hölzernen und steinernen Wehren findet. Scharfsinnige theoretische Untersuchungen über die vortheilhafte Gestalt der Wehre und Dämme überhaupt enthält Bossüts und Viakets Untersuchungen über die beste Gestalt der Deiche. Aus dem Franz. übers. von Krönke, Frankfurt am Mayn in der Behrens- und Körnerischen Buchhandlung 1798. Das in Deutschland selten zu habende Original, eine von der Academie des sciences, inscriptions et belles lettres zu Toulouse gekrönte Preisschrift, erschien im Jahr 1764 zu Paris.

41) Wenn der Fachbaum des Mahlgerinnes l Fig. 22. mit dem tiefsten Punct der Radschaufeln e in einer horizontalen Linie liegt, und das Bette des Mühlengrabens hinter dem Rad nur soviel Gefälle hat, als der Abzug des Wassers erfordert, so rühret die Geschwindigkeit des Wassers im Mahlgerinne blos von der Druckhöhe O C des Wasserstandes vor der Schützöffnung, welche die Müller das tode Gefäll nennen, her. Diese von Belidor angegebene Einrichtung trifft man in Deutschland selten an. Vielmehr wird der Fachbaum bb Fig. 24. höher gelegt, als die tiefste Stelle des Rades d, und das Gefälle bs vom Fachbaum bis unter das Rad, heißt in der technischen Kunstsprache das lebendige Gefälle. Nimmt man hierzu das todte Gefälle ba, den Abhang des Wasserspiegels von a, bis zum Fachbaum des Wehres, die obere Ränsche, ferner den Abhang des Wasserspiegels von der tiefsten Stelle des Rades, bis zur Vereinigung des Mühlengrabens mit dem Fluß, die untere Ränsche, so erhält man das gesammte zu einer unterschlächtigen Mühle gehörige Gefälle. Man rechnet dazu nicht leicht unter 3, und über 7 Fuß, wovon höchstens $\frac{1}{6}$ auf die obere und untere Ränsche, das übrige aber auf das lebendige und todte Gefälle kommt. Ein bis zwey Zoll Fall auf 100 Fuß Länge ist hinreichend für den Zu- und Abfluß des Wassers ober- und unterhalb der Mühle. Das lebendige Gefälle macht man bey den Strauberrädern größer, als bey den Pansterrädern und Staberrädern. Ueberhaupt bauet man an große Flüsse, wo hinlänglich Wasser, aber wenig Gefäll ist, breite Staber- und Pansterräder, hingegen an kleine Flüsse, die ein stärkeres Gefälle haben, leichtere und schmälere Strauberräder.

Die Practiker fordern zu Betreibung eines Strauberrades $4\frac{1}{2}$ Rheinl. Cub. Fuß Wasser, eines Staberrades $12\frac{2}{3}$ Cub. Fuß, eines Pansterrades $25\frac{1}{3}$ Cub. Fuß in 1 Secunde, welches wenigstens zum beyläufigen

Ueberschlag dient, um aus der gegebenen Wassermenge eines Flusses die vortheilhafteste Einrichtung des Wasserrades zu bestimmen.

42) Die gewöhnliche von Belidor, und den meisten Schriftstellern über die Maschinenlehre befolgte Methode zur Berechnung der Kraft an den unterschlächtigen Wasserrädern beruht kürzlich auf folgenden Gründen.

Wenn das Wasser in dem Mahlgerinne Fig. 22. wider die ruhende Schaufel b e, mit einer Geschwindigkeit $= C$, die der Druckhöhe O C zugehöret, senkrecht stößt, so weicht die Schaufel mit einer gewissen Geschwindigkeit aus, und dafür kommt h g an ihrer Stelle, die nun ebenfalls einen Stoß empfängt, und so fort wird das Rad aufs neue beschleunigt, bis die Geschwindigkeit des Stoßpunctes der Schaufeln, wofür man ohne merklichen Fehler ihren Schwerpunct setzen kann, so groß geworden ist, daß sie ohne Nachtheil der Wirkung der Kraft nicht mehr zunehmen kann. Die Geschwindigkeit des Rades oder der Schaufeln heiße $= c$, so ist $C - c$ die relative Geschwindigkeit, welche die Größe des Stoßes bestimmt. Die Stöße des Wassers verhalten sich nach Hydraulik (75) wie die Quadrate der Geschwindigkeiten multipliciret in die Stoßflächen. Heißt daher die Fläche der Schaufel B, so druckt $B\ (C - c)^2$ das Verhältniß der Größe des Wasserstoßes gegen die Schaufel aus; und da die Kraft multipliciret in ihre Geschwindigkeit das mechanische Moment bestimmt, so kann man hier $B\ (C - c)^2\ c$ dafür schreiben. Dieß Produkt wird, wie die Differentialrechnung lehret, am größten, wenn $c = \frac{1}{3}\ C$ ist, oder die Geschwindigkeit der Schaufeln $= \frac{1}{3}$ von der Geschwindigkeit beträgt, welche das Wasser im Mahlgerinne annehmen würde, wenn ihm nichts entgegenwirkte. Hat man c aus C durch Beobachtung oder Rechnung gefunden, so erhält man die Kraft des Stoß-

ses, wenn man die zur relativen Geschwindigkeit gehörige Druckhöhe mit der Fläche der Schaufel multipliciret, und das Produkt, als den cubischen Inhalt einer auf der Schaufel als Grundfläche ruhenden Wassersäule betrachtet, deren Gewicht der bewegenden Kraft gleich ist.

Beyspiel. Es sey die gesammte, zur Geschwindigkeit des Wassers bis an die Stoßschaufel gehörige Höhe = 4 par. Fuß, oder die Geschwindigkeit $2\sqrt{15,1 \cdot 4}$ = 15,5 par. Fuß, hiervon ⅓ für die Geschwindigkeit der Schaufeln = 5,16 Fuß abgerechnet, giebt die zum Stoß gehörige Geschwindigkeit = 10,44 Fuß
Höhe = 1,8
betrüge die Stoßfläche der Schaufel = 1,3 □ Fuß, so gäbe dieß für die bewegende Kraft 1,3 . 1,8 . 70 Pf. = 164 Pf.

43) Anmerkung. Die (42) vorgetragne Theorie der unterschlächtigen Wasserräder setzt voraus, daß die Geschwindigkeit des Wassers in der Schützöffnung und dem Mahlgerinne gar keine Verminderung leide, ferner, daß der schiefe Stoß des Wassers gegen die Schaufel h g, senkrecht auf den Halbmesser des Rades reduciret ein eben so großes Moment gebe, als der durch die Schaufel h g aufgefangne senkrechte Stoß auf den Theil b i, der Schaufel b e, und endlich, daß das Wasser, welches einmal gegen die Schaufeln angestoßen hat, frey abfließe, und weiter nicht in die Schaufeln wirke. Keine der genannten Voraussetzungen trifft in aller Strenge ein, und insbesondere die letztere widerspricht, bey der Art, wie in Deutschland die Mahlgerinne angelegt zu werden pflegen, der Erfahrung völlig.

Denn es erhellet, daß das Wasser in einem nach der Krümmung des Rades gekröpften Mahlgerinne, welches neben und unter dem Rad nur wenige Zolle Spielraum hat, indem es den Schaufeln des Rades folgt, keine andere Geschwindigkeit, als die Geschwindigkeit der Schaufeln selbst annehmen kann. Da nun diese stets kleiner, als die zum Gefälle des Wassers gehörige Geschwindigkeit bleibt, so erhellet, daß das Wasser auf die Schaufeln eines unterschlächtigen Rades nicht sowohl stoßweise augenblicklich, als durch fortwährenden Druck wirkt. Daher stimmen die über unterschlächtige Mühlen angestellte

Erfahrungen so wenig mit der Theorie überein, welche den Stoß des Wassers auf die unterschlächtigen Räder meistens zu klein giebt.

Es ist bereits in der Hydraulik (§. 79.) angeführet worden, daß Bossut den Stoß des Wassers in Mahlgerinnen beynahe doppelt so groß fand, als ihn die gewöhnliche Theorie gab, und ich werde durch unten beyzubringende Beobachtungen über unterschlächtige Mühlen zeigen, daß selbst die von Bossut angenommne Berechnung des Stoßes in manchen Fällen noch eine zu geringe Wirkung der Kraft giebt.

Die in dem nachstehenden Paragraph enthaltne Klügelische Theorie der unterschlächtigen Wasserräder, scheint mir nach meinen bisherigen Erfahrungen die Natur der Wirkung des Wassers bey unterschlächtigen Rädern am befriedigendsten darzustellen.

44) Wenn die Schaufel I I des Rades Fig. 24. zuerst von dem Wasser getroffen wird, so leidet sie einen Stoß, in dem die größere Geschwindigkeit des Wassers der Geschwindigkeit der Schaufel gleich wird, und hierauf einen fortwährenden Druck, bis sie die tiefste Stelle d vorbey gekommen ist, wo das Wasser wiederum frey hinwegzufließen anfängt. Es kommt darauf an, die Größe des gesammten Drucks zu bestimmen.

Ruhete das Rad und verlöre das Wasser durch den Widerstand der Schaufeln seine ganze Geschwindigkeit, so ist wohl keinem Zweifel unterworfen, daß der ganze Druck auf die Schaufeln des Rades dem Gewicht einer Wassersäule gleich sey, welche die Fläche der Schaufel d zur Grundfläche, und das Gefäll as zur Höhe hätte. Weicht nun das Rad mit einer Geschwindigkeit $= c$ aus, so geht von jenem Druck so viel verloren, als zur Erzeugung der Geschwindigkeit c erforderlich ist. Man nenne daher die gesammte Druckhöhe $as = H$, die zur Geschwindigkeit der Schaufeln c gehörige Höhe $= h$, die Stoßfläche der Schaufeln $= B$, so erhält man die Kraft des Drucks $= (H - h)\,B$, und das mechanische Moment desselben $= (H - h)\,Bc$.

Da

Da man nach Hydraul. (7) für $c = 2\sqrt{gh}$ schreiben kann, so erhält man für das mechanische Moment der Kraft

$$(H - h)\, B\, 2 \,.\, \sqrt{gh} = 2\, B\, \sqrt{g} \,.\, (H - h)\, \sqrt{h}$$

Der erste Factor ist für einerley Wasserrad eine beständige Größe, und der andere erhält seinen größten Werth, wenn man $h = \frac{1}{3} H$ setzt, woraus sich die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades $c = 2\sqrt{g \frac{1}{3} H}$ bestimmt.

Beyspiel. $H = 4$ par. Fuß giebt $h = \frac{4}{3}$ Fuß, und $c = 8{,}86$ Fuß die gewöhnliche Theorie (42) gab nur 5,16 Fuß.

Die für H angenommene Größe gründet sich auf eine Beobachtung, die ich an einer an der Modaubach bey Eberstatt in der Bergstraße stehenden unterschlächtigen Mühle angestellt habe, von deren vortheilhaften Einrichtungen ich mich durch Vergleichung mit andern an größern und kleinern Flüssen stehenden Mühlen überzeugt habe. Die einzelnen Data der Beobachtung sollen unten folgen, hier bemerke ich nur, daß die Geschwindigkeit des Stoßpunktes der Schaufeln in 1 Secunde = 7,78 par. Fuß näher mit der Klügelischen, als der gewöhnlichen Rechnung übereinstimmend gefunden wurde. An einer der hiesigen an der Lahn stehenden Mühlen mit 3 par. Fuß breiten Staberrädern, fand ich die Geschwindigkeit der Schaufeln in einer Secunde = 12 par. Fuß. Die gesammte Druckhöhe betrug 4,5 Fuß, folglich würde die gewöhnliche Theorie hier nur 5,4 Fuß, die Klügelische 9,5 Fuß, für die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades geben.

45) Anmerkung. Man hat die Frage aufgeworfen, welches die vortheilhafteste Anzahl Schaufeln sey, die man einem unterschlächtigen Rad, von bestimmtem Durchmesser geben soll? Vorausgesetzt, daß das Wasser blos durch den Stoß auf die Schaufeln wirke, sey ab Fig. 25. die Schaufel, welche den Wasserstoß senkrecht, ef die, welche ihn schief auffängt. Der Winkel efd heiße $= n$, der senkrechte Stoß auf ad, welcher durch den schiefen Stoß auf ef verloren geht, heiße $= S$, der schiefe Stoß auf $ef = S'$, so hat man nach den in der Hydraulik vorgetragnen Gesetzen des Stoßes $S' : S = ef \,.\, \text{Sin.}\, n^2 : ad \,.\, 1^2$.

Nun ist a d = e f Sin. n folglich

$$S : S' = \text{Sin. } n : \text{Sin. } n^2 = 1 : \text{Sin. } n$$

oder der durch den schiefen Stoß verloren gehende senkrechte Stoß ist in dem Verhältniß von 1 : Sin. n grösser, als der senkrechte. Hieraus würde folgen, daß man, um den vortheilhaftesten Effect des Stoßes zu erhalten, die Weite der Schaufeln so wählen müsse, daß wenn die unterste ab den Stoß senkrecht empfängt, die nächste hg den Wasserstrahl eben berühre. Heißt der Neigungswinkel der Schaufeln ace = N. der Halbmesser des Rades bis ans Ende der Schaufeln R, die Höhe der Schaufeln = a, so erhält man ac = R — a = R cosin. N, folglich cosin. N = $\frac{R - a}{R}$ woraus der Winkel, welchen zwey nächste Schaufeln mit einander machen müßten, leicht berechnet werden könnte. Die Erfahrung bestättiget aber diese Theorie, welche viel zu wenig Schaufeln geben würde, keineswegs, und dieß scheint ein neuer Beweis zu seyn, daß das Wasser auf die unterschlächtigen Räder nicht sowohl durch Stoß, als durch Druck und Stoß vereint wirke.

Denn im letzten Fall wird, da sich die Größe des Drucks nicht nach der Stellung der Schaufel ef, sondern blos nach ihrer Größe und der Tiefe ihres Schwerpunctes richtet, die vortheilhafteste Weite der Schaufeln dadurch bestimmt werden, daß die Summe der Produkte aus den Flächen der von dem Wasser getroffenen Schaufeln multipliciret, in die Tiefen ihrer Schwerpuncte ein Größtes werde. Hierzu wird erfordert, daß die dem Wasserstrohm sich zuerst darbietende Schaufeln ef so viel möglich ungehindert von demselben getroffen werden.

Dieß geschieht, wenn die Richtung der Oberfläche des Strohmes in die Diagonale des von den Schaufeln hgef gebildeten Tropezoids fällt. Vorausgesetzt, daß die Richtung des Strohmes he sehr nahe horizontal sey, so hat man wegen der Aehnlichkeit der Dreyecke hef

und cea, ef : hf = ca : ae

oder, wenn $\angle$ ace = n; sin. n : cosin. n wie die Höhe der Schaufeln zu ihrer Weite am äussern Umfang des Rades. Der Werth des $\angle$ n ist nach der Erfahrung 40° — 45° und bestimmt sich aus dem Gefälle und dem Halbmesser des Rades.

Nach (44) gehöret die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Schaufeln zu $\frac{1}{3}$ H; da nun die Geschwindigkeit des anstoßenden Wassers noch größer seyn muß, als die Geschwindigkeit der Schaufeln, so darf die Erhebung des Schwerpunctes der Schaufel e f über den Schwerpunct der tiefsten Schaufel höchstens $= \frac{1}{3}$ H seyn.

Nennt man daher den Halbmesser des Wasserrades bis an den Schwerpunct der Schaufeln = r, die Höhe der Schaufeln = a, so ist, wie oben $\text{cosin. } n = \frac{r-a}{r}$, folglich die Weite der Schaufeln, und aus dieser und dem Umfang des Rades ihre Anzahl gegeben.

Beyspiel. In der (44) angeführten Beobachtung betrug $\frac{1}{3}$ H = 2 par. Fuß, r = 7,1 par. Fuß, folglich $n = 44^\circ\ 5'$, und sin. n : cos. n = 69 : 72 die Höhe der Schaufeln a = 1,11 par. Fuß, ihre Weite = 1,16, der äussere Umfang des Wasserrades = 46,16 par. Fuß, folglich die Zahl der Schaufeln $= \frac{4616}{116} = 40$.

Die Erfahrung hat 42 als die vortheilhafteste Anzahl bestimmt. Die zuerst vorgetragene Rechnung würde nur 17 Schaufeln geben, viel zu wenig.

46) Anmerkung. Die Größe des Durchmessers der unterschlächtigen Wasserräder wird am sichersten durch die Erfahrung bestimmt. Große Räder vermehren zwar das statische Moment der Kraft, vergrößern aber die Reibung, und vermindern die Geschwindigkeit, da sie langsamer umlaufen. Folglich wird das mechanische Moment der Kraft und der Effect der Maschine nicht immer durch Vergrößerung des Wasserrades vermehret. Hierzu kommt noch, daß die Baukosten bey großen Rädern beträchtlicher werden. Man macht die unterschlächtigen Wasserräder nicht leicht kleiner als 10, und nicht leicht größer als 16 — 18 pariser Fuß im Durchmesser.

Die zu einem unterschlächtigen Rade nöthige Wassermenge erhält man, wenn man die Fläche einer der Schaufeln mit ihrer Geschwindigkeit multipliciret, und für das neben und unter den Schaufeln vorbey fließende Wasser noch etwas zusetzt. Hieraus läßt sich, wenn die Wassermenge des Flusses nach hydraulischen Grundsätzen bestimmt worden ist, beurtheilen, ob man einen oder meh-

rere Mahlgänge neben einander anlegen könne. Hat man zu zwey oder mehreren Mahlgängen nicht Wasser genug, hingegen ein hinlänglich großes Gefälle, so kann man auch zwey oder mehrere unterschlächtige Wasserräder hinter einander in denselben Mahlgang legen. Doch ist hierbey zu bedenken, daß die hinteren, wegen der durch den Widerstand in dem Gerinne verloren gehenden Geschwindigkeit, weniger bewegende Kraft, als die vordern erhalten. Ist die Wassermenge gering, hingegen das Gefäll 10 — 12 und mehrere Fuße, so wählet man besser oberschlächtige Wasserräder.

47) Ein oberschlächtiges Wasserrad zu construiren. AEBD Fig. 26. bezeichne einen Radkranz, dessen Höhe oder Breite = Aa sey. Man theile die Höhe in drey gleiche Theile, und mache ab = $\frac{2}{3}$ Aa. Mit Cb ziehe man auf der Fläche des Kranzes einen Kreis, den Theilriß, und theile denselben in so viel gleiche Theile als das Rad Schaufeln erhalten soll. Zieht man aus dem Mittelpunct nach den Theilungspuncten die geraden Linien ab, fg u. s. w., so erhält man die Lage der sogenannten Kropfschaufeln. Um die Lage der Stoßschaufeln ed, Af zu bestimmen, ziehe man von d nach dem zweytfolgenden Theilungspunct c die gerade Linie cb, und verlängere dieselbe nach be, so wird dadurch, wenn man bey den übrigen Theilungspuncten eben so verfähret, die Lage der Stoßschaufeln bestimmt. Theilet man einen zweyten Radkranz auf ähnliche Art ein, und befestiget beyde in verticalen parallelen Ebenen an einer gemeinschaftlichen Welle C, so kann man zwischen den Kränzen nach den gezogenen Linien die Schaufeln einsetzen, und hierauf den inwendigen Boden des Rades mit Bretern zuschlagen, wodurch das oberschlächtige Rad mit seinen Wasserkästen ebagfA u. s. w. vollendet wird.

48) Das Wasser auf ein oberschlächtiges Rad zu leiten. Nachdem man die Stelle, wo das Wehr hingelegt werden kann, aus der Höhe des Wasserrades und dem natürlichen Gefälle des Flusses vermittelst der

gleichfolgenden Bestimmungen beurtheilet hat, so führe man von da aus an den Ort, wo das Rad hingelegt werden soll, einen geradlinigen Mühlengraben, und gebe ihm nicht mehr Fall, als zum Abfluß des Wassers erforderlich ist; 1 Zoll auf 100 Fuß ist hinlänglich. (In bergigten Gegenden führet man den Mühlengraben so viel möglich auf dem hohen Land nach dem oberschlächtigen Rad hin, welches an eine tiefere Stelle in das Thal zu liegen kommt. Können bey Führung des Mühlengrabens tiefe Gegenden nicht vermieden werden, so muß man das Wasser in einem frey auf Jochen liegenden hölzernen Gerinne über diese Stellen hinweg, oben nach dem Rad, hinführen). Kurz vor dem Rade faßt man den Mühlengraben in ein hölzernes Gerinn F F, Fig. 26. welches sich wenigstens über dem Rad in zwey Aerme, das Mahl und wüste Gerinne, die mit Schützen versehen sind, theilet. Man nennt dieses Gerinn das Schußgerinne, und die Oeffnung F desselben, durch welche sich das Wasser in das Rad G ergießet, den Einschuß.

Er wird nicht gerade über den höchsten Punct des Rades gelegt, damit nicht der Stoß des Wassers der Bewegung des Rades nach A G entgegen wirke, sondern über die zweyte oder dritte Schaufel jenseits des höchsten Punctes des Rades. Zwischen dem Rad A, und dem Schußgerinne F F muß ein kleiner Raum = b (etwa 3 Zoll) bleiben, desgleichen unter dem tiefsten Punct des Rades B, und dem Mühlengraben ein anderer = C (etwa 12 Zoll). Rechnet man hierzu die Höhe des Wassers f A im Gerinne = h (6 Zoll sind hinreichend, weil man dem Wasser die nöthige Geschwindigkeit durch eine stärkere Neigung des Schußgerinnes etwa 1 Zoll auf 10 – 12 Fuß geben kann), das Gefäll vom Wehe bis zum Einschuß = a, und endlich das Gefäll des Mühlengrabens unter dem Rad = d, und zieht diese von dem gesammten Gefälle ab, so bleibt der Durchmesser des Wasserrades = D übrig.

Beyspiel. Das gesammte Gefälle betrage 20 Fuß, die Länge des Mühlgrabens oberhalb des Rades = 1000 Fuß, unterhalb = 600 Fuß, die Länge des Schußgerinnes 20 Fuß, so hat man a = 12 Zoll

h = 6

b = 5

c = 12

d = 6

Summe 3 Fuß 5 Zoll

giebt den Durchmesser des Rades 16 Fuß 7 Zoll.

Die Frage, ob es vortheilhafter sey, den Durchmesser des Rades kleiner und dagegen die Geschwindigkeit des einschießenden Wasserstrahles FG größer zu machen, wird die nähere Betrachtung über die Wirkung der Kraft am oberschlächtigen Wasserrad beantworten.

49) Wenn die Schaufel bey G Fig. 26. mit Wasser gefüllt ist, so sinkt sie vermöge ihres Gewichtes hinab, und es kommt eine andere A an ihre Stelle, welcher es eben so ergeht. Hieraus erhellet, daß nach und nach die Schaufeln oder Kästen des Rades G, A, e und s. w. mit Wasser gefüllt werden, indem sich zugleich das Rad nach der Richtung G, E H umdreht. Endlich wenn die Schaufel G nach H so weit von dem untersten Punct B als sie beym Einguß von A entfernt war, kommt, gießet sie ihr Wasser wieder aus, indeß sich bey G eine neue füllt. Bey einer vortheilhaften Einrichtung des Rades beträgt der mit Wasser stets gefüllte Bogen GH etwa $\frac{2}{3}$ des halben Umfangs HEB. Das in dem Raum GEH enthaltene Wasser wirkt wie ein Gewicht auf die Umdrehung des Rades, und es kommt bloß darauf an, dessen statisches Moment zu bestimmen. Ist die Wassermenge gegeben, welche eine Schaufel fasset (und man findet sie, wenn man die während eines Umlaufs des Rades durch das Gerinn fließende Wassermenge mit der Zahl der Schaufeln dividiret), so multiplicire man ihr Gewicht mit dem wagrechten Abstand des Schwerpunctes der Schaufel von dem

verticalen Durchmesser des Rades AB, dieß giebt das Moment der Schwere der Schaufel, und die Summe aller so gefundenen einzelnen Momenten von G bis H, das Moment des ganzen Rades. Kürzer, und für die Ausübung hinlänglich genau erhält man dasselbe, wenn man das in den Schaufeln enthaltene Wasser als einen cylindrischen Ring ansieht, welcher sich von G bis H an dem Umfang des Rades anlegt. g a h Fig. 27. bezeichne den mit Wasser gefüllten Ring; man findet seinen Inhalt, wenn man die Grundfläche a a mit der Länge des mittlern Bogens g h (wofür man den Bogen des Theilrisses nehmen kann) multipliciret, oder auch aus der während eines Umlaufs des Rades durch das Gerinne fließenden Wassermenge, und dem bekannten Verhältniß des Bogens g h zum ganzen Umfang. Man denke sich über der Grundfläche a a einen senkrechten Wassercylinder von der Höhe c d, so presset derselbe nach hydrostatischen Grundsätzen die Grundfläche a a senkrecht eben so stark als die nach dem Umfang des Rades gekrümmte Wassersäule G a und bloß der senkrechte Druck auf a a kommt bey der Umdrehung des Rades in Betracht, weil die auf den Bogen G a senkrechten Pressungen bloß Druck auf die Axe c veranlassen. Da nun die Wirkung des Wassers in a h auf das Rad eben so groß als die von a g ist, so erhält man das gesammte Moment der Kraft, wenn man das Gewicht eines Wassercylinders über der Grundfläche a a von der Höhe c d mit dem Halbmesser des Rades R bis an den Theilriß multipliciret. Wollte man statt des Gewichtes des nur genannten Wassercylinders das ganze Gewicht des in G H enthaltenen Wassers in Rechnung bringen, so muß man den Halbmesser des Rades R im Verhältniß von g a : c d vermindern, um die Entfernung des Schwerpuncts des ganzen Wasserkörpers von dem lothrechten Durchmesser zu erhalten. P bezeichne das Gewicht des Wasserkörpers, so hat man sein statisches Moment $\frac{cd}{ga}$ R . P.

Beyspiel. An einer oberschlächtigen Mühle bey Seeheim in der Bergstraße beobachtete ich den Durchmesser des Wasserrades = 10 Fuß (Darmst. Maaß), das Gefälle vom Einschuß des Gerinnes bis zum tiefsten Punct des Rades betrug 10 Fuß 3 Zoll, die Geschwindigkeit des Wassers im Gerinne 4 Fuß in einer Secunde, die Weite des Gerinnes 2 Fuß, die Höhe des Wassers 0,3 Fuß, folglich die Wassermenge in einer Secunde 2,4 Cub. Fuß. Das Wasserrad machte in einer Minute 13 Umgänge, und von den 32 Schaufeln desselben war der dritte Theil stets mit Wasser gefüllt. Folglich kommen auf einen Umlauf des Rades 4,61 Sec auf $\frac{1}{3}$ Umlauf 1,54 Secunden, und während der Zeit giebt das Gerinne 3,7 Kub. Fuß Wasser. Das Gewicht der Wassermasse als bewegende Kraft ist 3,7 . 50 ℔. = 165 ℔.

Der reducirte Halbmesser ist $= 5$ Fuß $. \frac{\sin. 60^\circ}{\text{Bog}. 60^\circ} = \frac{0,866}{1,046} . 5 = 0,828 . 5 = 4,14$ Fuß, folglich das Moment der bewegenden Kraft $= 683,1$ ℔.

50) Anmerkung. Die Rechnung (49) setzt voraus, daß das Wasser mit seiner ganzen Schwerkraft in den Umfang des Rades wirke. Dieß geschieht alsdann, wenn die Schaufeln des Rades, mit dem bey G einstürzenden Wasser gleiche Geschwindigkeit haben, denn in diesem Fall kann man Schaufeln und Wasser als ruhend, und die Schwere als die bewegende Kraft ansehen. Ist die Geschwindigkeit der Schaufeln größer, als die Geschwindigkeit des Wassers, so muß ein Theil der Schwere des letztern auf die Erzeugung der größern Geschwindigkeit verwendet werden, und geht daher für die bewegende Kraft verloren. Nun wächst zwar das mechanische Moment der Kraft mit der Geschwindigkeit, was aber hierdurch gewonnen wird, ersetzt den Verlust nicht. Denn wenn z. B. das Rad oder seine Schaufeln noch einmal so geschwind umlaufen sollte, als das Wasser bey G einschießt, so erhalten die Schaufeln nur halb so viel Wasser, und hierdurch geht schon die durch die größere Geschwindigkeit gewonnene Kraft wieder verloren, folglich bleibt der Verlust an der Schwere des in den Schaufeln drückenden Wassers unersetzt.

Ist die Geschwindigkeit der Schaufeln kleiner, als die Geschwindigkeit des Wassers, so wird zwar das Mo-

ment der Kraft durch den hinzukommenden Stoß des Wassers auf die obere Schaufel bey G vermehret, aber wegen dem schiefen Anstoß des Wassers gegen die Schaufel bey G, und dem kleinen Hebelarm des Stoßes ist zu besorgen, daß durch die mit einem langsamen Gang verknüpften Ungleichförmigkeiten der Bewegung mehr verloren als gewonnen wird. Man stellt daher den Grundsatz auf, daß die Geschwindigkeit der Schaufeln beym oberschlächtigen Wasserrad gleich, oder nur wenig geringer seyn solle, als die Geschwindigkeit des einfließenden Wassers.

51) Anmerkung. Hieraus folgt, daß es vortheilhafter für die bewegende Kraft ist, hohe und langsamgehende, als niedrige und schnelllaufende oberschlächtige Wasserräder anzulegen. Man macht daher den Durchmesser des Rades AB so groß, als es das Gefäll erlaubt. Der Höhe des Kranzes Aa giebt man auch bey den größten oberschlächtigen Rädern nicht leicht über 8—12 Zoll, damit der Halbmesser ca wegen des Momentes der Kraft möglichst groß bleibe. Den nöthigen Raum der Schaufeln, welcher, damit sie nicht zu frühe ausgießen, wenigstens noch einmal so groß, als die zu fassende Wassermenge seyn muß, erhält man durch die nach den Umständen zu vermehrende Breite des Rades. Die Anzahl der Schaufeln bestimmt man am besten so, daß ihre Weite in der Mitte des Kranzes, oder auch auf dem Theilriß bey fe gemessen der Dicke des einschießenden Wasserstrahles bey fA gleich, oder nicht viel größer sey. Beträgt das gesammte Gefälle weniger als 10 Fuß, so leitet man das Wasser am besten von der Seite IE etwas oberhalb der Mitte des Rades in die Schaufeln. Hier gehen zwar die über E liegenden Schaufeln leer; allein man gewinnt diesen Verlust wieder durch die Vergrößerung des Durchmessers des Rades und der Schaufeln, welche sich, da sie langsamer umlaufen, weiter voll Wasser füllen. Man nennt die Räder von der zuletzt beschriebenen Einrichtung halboberschlächtige. Die bey dem Bergbau üblichen Kehrräder erhält man, wenn man in die Kränze der oberschlächtigen Räder eine doppelte Reihe von Schaufeln nach entgegengesetzten Richtungen einsetzt, in deren jede durch einen besondern Einschuß Wasser geleitet werden kann, je nach dem das Rad vor- oder rückwärts laufen soll.

nöthige Kraft bestimmt wird, das Gewicht der Wassermasse, folglich die Friction und Trägheit der Maschine sehr vermehrt. Wollte man aber die nöthige Kraft durch Vermehrung der Geschwindigkeit des ausströhmenden Wassers erhalten, so könnte dieß nicht ohne Vermehrung der Druckhöhe h i geschehen, wodurch immer wieder das Gewicht und die Reibung der Maschine vermehret würde. Zweytens, erhellet aus dem, was in der Hydraulik von dem Widerstand des Wassers in den Röhrenleitungen gesagt worden ist, daß die Geschwindigkeit des Wassers in den Oeffnungen, folglich auch sein Gegendruck mit der Länge der Röhre c e abnimmt, und diese Verminderung der Geschwindigkeit wird noch durch die Wirkung der Schwungkraft, wodurch das Wasser gegen die Wände der Röhren, und des Cylinders angepresset wird, vermehret. Einem Theil dieser Hindernisse sucht Hr. Euler dadurch zu begegnen, daß er den Cylinder h f g i ganz wegließ, und die Röhren in einer geneigten Lage h K nach unten führte, oben aber dieselben mit einem Kranz verband, welcher mit ihnen um die Axe a b beweglich ist, und den nöthigen Zufluß von Wasser aus einem fest stehenden Cylinder erhält, durch welchen die Axe a b frey hindurch geht. Indessen bietet die mechanische Ausführung der Eulerischen Idee wieder andere Schwierigkeiten dar, und so lange Versuche im Großen fehlen, wodurch die Mittel zur Beseitigung der Hindernisse bestimmt werden können, wird die Idee eines solchen Wasserrades bloß eine scharfsinnige Speculation bleiben.

Wer hierüber weitere Belehrung sucht, sehe folgende Schriften nach. Karstens Lehrbegriff der Mathem. 6ter Theil, wo die Eulerische Theorie vorgetragen ist. Langsdorf's Lehrbuch der Hydraulik S. 330. desselben Maschinenlehre S. 171. In dem zuletzt angeführten Werke nimmt der gelehrte Herr Verf. die günstige Meynung, welche er im erstgenannten Werk von diesen Maschinen äusserte, größtentheils wieder zurück.

Von den Mahlmühlen.

54) Die 30ste Figur stellt die wesentlichsten Theile der gewöhnlichen Getreidemühlen dar. Die Einrichtung ist sehr einfach. A B bezeichnet das Wasserrad, an

dessen Welle ist das Kammrad CD befestiget, welches in den Trilling E F eingreift. Die verlängerte Axe des Trillings (das Mühleisen) läuft durch eine in der Mitte des Mühl- oder Bodensteins KK befindliche Oeffnung hindurch, und dreht den über dem Mühlstein befindlichen Läufer herum. Es ist nämlich in die untere Fläche des Läufers eine starke eiserne Platte m n (der Schuh, auch die Haue genannt), deren Gestalt Fig. 30.* im Grundriß zeigt, eingelassen, in deren Mitte befindet sich eine Vertiefung, welche die Gestalt einer abgekürzten Pyramide hat, in welche der obere Zapfen des Mühleisens gedrang einpasset. Zwischen der untern Fläche des Läufers und der obern der Bodenfläche muß etwas Spielraum für das zu zermahlende Getreide bleiben, der, je nachdem die Mühle feineres oder gröberes Mehl geben soll, vergrößert oder verkleinert wird. Zu dieser Absicht ruht der untere Zapfen des Mühleisens in einer in dem Steg p befindlichen Pfanne, welche mit dem Steg durch den Hebelarm q r (die Tragbank), der bey r seinen Ruhepunct hat, und bey q durch eine Schraube beweglich ist, auf und nieder geschoben werden kann. Das Getreide fällt aus einem viereckigten trichterförmigen Kasten M (dem Rumpf) durch eine in dem Läufer befindliche Oeffnung (dem Läuferauge), hinab, und wird durch die Schwungkraft des Läufers zwischen ihm und dem Bodenstein hinausgetrieben und zermahlen. Den ununterbrochenen und doch nicht zu häufigen Zulauf des Getreides auf den Mühlstein zu bewirken, ist der Rumpf, statt eines festen Bodens unten mit einem an Seilen in einer schiefen Richtung beweglichen Kasten, der nur an der einen Seite bey m eine Oeffnung für den Ablauf des Getreides hat, geschlossen. Dieser bewegliche Boden heißt der Schuh und wird durch einen von ihm in das Läuferauge hinabgehenden Stecken, dem Rührnagel, in steter Erschütterung erhalten. Die hierzu dienende Einrichtung in dem Läuferauge heißt der Staffelring, ein hölzerner Ring, dessen Queerschnitt Fig.

30.** darstellt; die an seiner innern Fläche hervorgehenden Ecken oder Staffeln theilen dem gedrang anliegenden Rührnagel die erschütternde Bewegung mit.

Um das Verstieben des Mehls zu verhindern, werden die Mühlsteine, sowohl der Läufer als Bodenstein, mit einem Gehäus von Holz, der Zarge oder dem Lauft bedeckt, das zur Seite eine Oeffnung V hat, durch welche das Mehl vermittelst des schiefliegenden Kanals v w in den Beutelkasten geführt wird. Hier wird es von der gröbern Kleye durch folgende Einrichtung gesondert. Quer durch den Beutelkasten ist ein Beutel von Leinwand in einer geneigten Lage T S gespannt, die eine Oeffnung desselben steht mit dem Kanal T w, die andere mit dem Loche S, durch welches die Kleye durchfällt, in Verbindung. An einer kleinen horizontalen Welle a, welche unter einem rechten Winkel mit dem Beutel, quer durch den Beutelkasten geht, sind ein paar Winkelhebel angebracht, deren kurze, Aerme zu beyden Seiten des Beutels an eiserne Ringen, die längeren aber an einer horizontal aus dem Beutelkasten hervorgehenden Stange d t der Rädeschine befestiget sind. Die Rädeschine wird durch drey unten an dem Trilling eingeschlagene Zapfen bey jedem Umlauf desselben dreymal vorwärts geschoben, durch das Gewicht der an der Beutelwelle angebrachten Winkelhebel aber wieder zurückgeschoben. Hierdurch wird der Beutel in steter Bewegung erhalten, das Mehl fällt durch in den untern Theil des Beutelkastens, und die Kleye zur Oeffnung S heraus.

Das bisher Beschriebene giebt eine Vorstellung von einem sogenannten einfachen Mahlgang, die man sich durch Anschauung einer jeden Mühle leicht versinnlichen und klar machen wird.

Einen doppelten Mahlgang mit vorgelegtem Werk nennen die Müller, wenn an der Welle des Wasserrades ein Stirnrad angebracht ist, das zu beyden Seiten in die Triebe zweyer mit der Welle des Wasserrades parallel liegender Wellen, deren jede vermittelst eines Kamm-

rades

rades einen Trilling mit Läufer umtreibt, eingreift. Eine solche Mühle leistet zwar doppelt so viel als ein einfacher Gang, aber sie erfordert auch wegen der durch das Stirnrad und seiner Getriebe vermehrten Reibung, eine mehr als doppelte Kraft. Man bringt daher die Vorlegewerke nur da an, wo man hinlängliches Wasser zur Betreibung eines großen Rades hat. Ist dasselbe unterschlächtig, so versieht man es mit einem Pansterzug, um sowohl bey hohem als niederm Wasserstand mahlen zu können. Diese Einrichtung muß der mündlichen Erläuterung vorbehalten bleiben; ich verweise deßfalls auf die 16te und 17te Tafel von Beyers Mühlenschauplatz. Bey einer geringern Wassermenge wird man statt eines anzubringenden Vorlegewerks besser zwey Wasserräder, deren jedes einen einfachen Mahlgang treibt, bauen.

55) Die vortheilhafteste Einrichtung und den Effect einer Mahlmühle anzugeben, müßte sowohl der Widerstand des Getreides, als auch die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Last durch Erfahrung gegeben seyn. Gewöhnlich setzt man jenen nach Belidor $\frac{1}{35}$ des Gewichtes des Läufers gleich, wobey angenommen wird, daß der gesammte Widerstand in einer Entfernung von $\frac{2}{3}$ des Halbmessers des Läufers von der Axe desselben vereinigt sey. Ich setze dafür allgemein $= \frac{1}{n} P$, wenn P das Gewicht des Läufers bezeichnet, die Geschwindigkeit des Umfangs des Wasserrades heiße $= a$, der Last $= b$, die Kraft $= V$, die auf den Umfang des Wasserrades reducirte Hindernißlast $= F$, so hat man die allgemeine Gleichung $(V - F)\,a = \frac{1}{n} P b$. V berechnet man je nachdem die Mühle durch ein ober- oder unterschlächtiges Rad betrieben werden soll, nach §. 44. oder 49. Die Größe der Hindernißlast F, welche, da

der Widerstand der Luft bey Wassermühlen nicht in Betracht kommt, aus der Reibung besteht, zu bestimmen, bedenke man, daß das Wasserrad mit seiner Welle und dem Kammrad, als ein horizontaler Haspel, der Läufer mit Trilling Mühleisen und Zubehör aber als eine Winde angesehen werden kann.

Nennt man das Gewicht des Wasserrades mit Welle und Kammrad $= \pi$, des Läufers, Mühleisens, Trillings $= P + p$, den Halbmesser des Wasserrades $= R$, des Kammrades $= r$, des Trillings $= \varrho$, der Axen oder Zapfen des Mühlrades $= \alpha$, des Mühleisens β, f den Reibungsquotienten, so erhält man für die Reibung an den Zapfen des Wasserrades $= f\pi . \alpha$, an den Zapfen des Mühleisens $= f(P + p) \frac{2}{3} \beta$, beyde auf den Umfang des Wasserrades nach statischen Gesetzen reducirt, geben $\frac{f\pi\alpha}{R} + f\ (P + p)\ \frac{\frac{2}{3}\beta}{\varrho} . \frac{r}{R}$.

Hierzu kommt noch die von dem Druck zwischen Zahn und Getriebe herrührende Reibung, wofür man nach Belidor $\frac{1}{18}$ des Drucks rechnen kann. Da nun dieser Druck am Umfang des Wasserrades $V - \frac{f\pi\alpha}{R}$ beträgt, so erhält man für die davon herrührende Reibung $\frac{1}{18}\left(V - \frac{f\pi\alpha}{R}\right)$; folglich für den gesammten Werth von

$$F = \frac{1}{18} V + \frac{17}{18} \frac{f\pi\alpha}{R} + f\ (P + p)\ \frac{\frac{2}{3}\beta}{\varrho} . \frac{r}{R} .$$

Die Rechnung ist nicht schwer, aber weitläuftig, weil man das Gewicht jedes einzelnen Theiles der Maschine aus seinen Dimensionen und dem specifischen Gewicht des Materials berechnen muß. Viel kürzer kommt man weg, da doch der Reibungsquotient f durch Erfahrung gegeben seyn muß, wenn man die gesammte Reibung F an Mühlwerken durch Erfahrungzu bestimmen sucht. Hiervon unten mehr.

Wenn nun in der allgemeinen Gleichung die Grössen, V, a, b F gegeben sind, so findet man daraus den Widerstand $= \frac{1}{n}$ P und aus dem bekannten Coefficienten $= \frac{1}{n}$ auch P, oder das Gewicht des Läufers, woraus sich dessen Dimensionen ergeben. Die Einrichtung zwischen Kammrad und Getriebe vortheilhaft anzuordnen, dividire man die Geschwindigkeit der Last in den Umfang, oder den Halbmesser des Trillings, die Geschwindigkeit der Kraft in den Umfang oder den Halbmesser des Wasserrades. Die Quotienten geben das Verhältniß der Umlaufszeiten von Läufer und Wasserrad; beyde in einander dividiret geben, wie viel Umläufe des Läufers auf einen Umlauf des Wasserrades kommen, und hieraus bestimmt sich ferner die Zahl der Zähne des Kammrades aus der Zahl der Triebstecken des Getriebes. Ist die Größe des Kammrades gegeben, so ziehe man mit dem Halbmesser des Rades, oder seines Theilrisses, welcher auf die Mitte des Kranzes kommt, einen Kreis, theile selbigen in so viel gleiche Theile, als das Rad Zähne erhalten soll; einen solchen Theil theile man abermals in 7 gleiche Theile, und nehme 3 Theile für die Dicke der Zähne oder Kammen, 4 für die Zwischenräume. Die Weite und Dicke der Zähne des Getriebes werden eben so groß.

Das Verhältniß der Stärke der einzelnen Theile der Maschine entlehnt man am sichersten von stehenden Mühlen, deren vortheilhafter Effect sich durch die Erfahrung bewähret hat. Ich theile zu dieser Absicht in den folgenden Paragraphen einige Beobachtungen über gut eingerichtete unter- und oberschlächtige Mühlen mit.

56) Erste Beobachtung über die §. 44. erwähnte unterschlächtige Mühle.

Die Mühle hatte zwey Mahlgerinne, und ein wüstes Gerinne. Während der Beobachtung gieng nur

ein Mahlgang, auf welchen sich die nachstehenden Angaben beziehen. Durchmesser des Strauberrades bis ans Ende der Schaufeln 14,7 par. Fuß
Höhe der Schaufeln — — 1,11 — —
Breite — — — 1,18 — —
Anzahl derselben — — 42 — —

Der Umfang des Mahlgerinnes war nach dem Umfang des Rades gekröpft, die Höhe des Wasserstandes über dem Fachbaum der Schützöffnung betrug 1,3 par. Fuß
das lebendige Gefälle 2,66 — —
folglich das gesammte Gefälle 3,96 — —
die Höhe der Schützöffnung 0,48 — —
die Breite — — — 2,26 — —

Bey diesem Wasserstand und Schutzöffnung machte das Wasserrad 6 Umläufe in 35 Secunden. Das Kammrad hatte 102 Zähne, der Trilling 6, folglich kommen auf einen Umlauf des Wasserrades 17 Umgänge des Läufers.

Der Kranz des Wasserrades war 0,44 par. Fuß dick, und wurde von 6 Aermen von gleicher Stärke unterstützt.

Die Welle des Wasserrades lang 18 par. Fuß
— — — dick 1,33 — —
Die Zapfen der Mühlwelle sind 0,3 — — dick
und — — — 1,48 — — lang
Durchmesser des Kammrades 8 — —
Der Kranz des Kammrades hoch 0,5 — —
— — — dick 0,4 — —
hat 6 Aerme, deren Breite 1,0 — —
— — — Dicke 0,22 par. Fuß.

Das Mühleisen hat 2 Zoll ins Gevierte und ist 4 par. Fuß hoch; die Mühlsteine oder Läufer haben 3,4 zuweilen 3,55, also im Durchschnitt 3,5 par. Fuß im Durchmesser. Ihre Höhe beträgt, wenn sie aufgelegt werden,
am Rand : : 0,74 par. Fuß
in der Mitte : : 1,48 par. Fuß.

Man läßt sie bis auf 0,3 par. Fuß Höhe am Rand ablaufen.

Der Durchmesser der Oeffnung oder des Läuferauges beträgt : 0,6 par. Fuß.

Das specifische Gewicht der Mühlsteine ist : : = 2,404.

Effect der Mühle.

Bey den angegebenen Massen des Wasserstandes und der Schützöffnung mahlte die Mühle in 24 Stunden 7 — 8 Malter feines Weißmehl, das Malter zu 175 Pf. gerechnet. Bey vollem Wasser, wo die Höhe der Schützöffnung 0,68 par. Fuß beträgt, giebt die Mühle 9 – 10 Malter. Dabey wird die Frucht dreymal bis viermal aufgeschüttet.

Die Größe der Reibung zu bestimmen, dienet folgende Beobachtung: Die Schütze des stillstehenden Mahlganges wurde 0,186 par. Fuß hoch aufgezogen, die Breite der Schützöffnung betrug 1,9 par. Fuß. Die durch diese Oeffnung treibende Wassermasse war hinreichend den leeren Mahlgang, welcher übrigens mit dem vorher beobachteten einerley Einrichtung hatte, eine Geschwindigkeit mitzutheilen, wobey das Wasserrad 5 Umgänge in 43 Secunden machte.

Zweyte Beobachtung über eine oberschlächtige Mühle (§. 49.). Ausser den am angeführten Ort gegebenen Bestimmungen sind noch folgende zu bemerken: Das Kammrad hatte 72 Zähne, der Trieb 6, die Schrift oder die Entfernung des Mittelpuncts eines Zahns bis zum nächsten betrug $3\frac{1}{2}$ Zoll, folglich der Umfang des Kammrades auf dem Theilriß 21 Fuß, sein Durchmesser : : 6,7 Fuß. Der Durchmesser des Läufers betrug 3 Fuß 11 Zoll, des Läuferauges 8 Zoll, die Höhe des frischen Steines 12 Zoll (alles darmst. Maaß), welches sich durch das Verhältniß 8 : 9 in par. Maaß reduciren läßt.

Aus der ersten Beobachtung (§. 56.) berechne ich folgende Größen: Die in einer Secunde durch die Schützöffnung fließende Wassermenge war = 6,6 par. Cub. Fuß. Die Geschwindigkeit des Schwerpunctes der Schaufeln oder des von der Kraft angegriffenen Punctes in 1 Secunde = 7,7 Fuß, die hierzu gehörige Höhe = 0,98 par. Fuß, folglich die zur bewegenden Kraft gehörige Höhe = 3 par. Fuß, der Quadratinhalt einer Schaufel = 1,3 Fuß, die bewegende Kraft am Wasserrad 3,9 Cub. Fuß = 273 Pf.

Gewicht des Wasserrades mit Welle und Kammrad 3040 Pf.. Gewicht eines neuen Läufers 1680 Pf. eines abgenutzten 920 Pf. Zahl der Umläufe des Läufers in 1 Minute = 175.

Reduciret man die Last auf $\frac{2}{3}$ des Halbmessers des Läufers, so erhält man für die Geschwindigkeit derselben in 1 Sec. 20,9 par. Fuß. Diese Geschwindigkeit darf sich, wenn die Mühle gutes Mehl geben soll, vermöge der Erfahrung nicht merklich ändern; denn wenn der Läufer abgelaufen, und der Widerstand der Last dadurch geringer geworden ist, so muß die Schützöffnung und der Wasserstrohm darnach eingerichtet werden.

Die den leeren Mahlgang umtreibende Wassermenge in 1 Secunde betrug 2,72 par. Cub. Fuß. Da sich die bewegenden Kräfte bey einerley Gefälle wie die Wassermengen verhalten, so erhält man die auf die Reibung der Maschine verwendete Kraft $= \frac{2{,}72}{6{,}6} =$ 0,412 der bewegenden Kraft.

Berechnet man die Reibung aus dem Gewicht der Maschine nach §. 55, und setzt den Reibungsquotienten $= \frac{1}{3}$, so erhält man F = 169 Pf. = 0,62 der bewegenden Kraft, größer als die unmittelbare Beobachtung giebt. Dieß zeigt, daß bey einer gut eingerichteten Mühle f kleiner als $\frac{1}{3}$ zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{5}$ ist. Zwar hatte der leere Mahlgang nicht völlig gleiche Geschwin-

digkeit mit dem mahlenden, da aber die Reibung in den Zapfen der Mühlräder mit der vermehrten Geschwindigkeit eher ab- als zunimmt, so giebt die Beobachtung die Hindernißlast an der Mühle nicht zu klein an, und man wird sicher ausreichen, wenn man höchstens die Hälfte der bewegenden Kraft auf die Hindernißlast bey Getreidemühlen rechnet.]

Aus der zweyten Beobachtung (§. 56.) ergiebt sich die Zahl der Umläufe des Läufers, dessen Durchmesser genau = 3,5 par. Fuß war, 156 in einer Secunde. Bey einer andern oberschlächtigen Mühle, welche ein 26 Fuß hohes Wasserrad, und halb so hohes Kammrad hatte, fand ich die Zahl der Umgänge des Läufers (dessen Durchmesser 3,4 par. Fuß) in 1 Minute = 144. Bey einer andern unterschlächtigen hier an der Lahn stehenden Mühle 180.

Hieraus kann man die Regel ziehen, daß ein Läufer, dessen Durchmesser $3\frac{1}{2}$ par. Fuß beträgt, wenn die Mühle unterschlächtig ist, 175–180, wenn sie oberschlächtig 150 Umläufe in 1 Minute machen müsse. Soll bey einem andern Durchmesser des Läufers doch eine gleiche Geschwindigkeit der Last erhalten werden, so müssen die Zahlen der Umläufe im umgekehrten Verhältniß der Durchmesser stehen. Dieß gäbe für

Durchmesser des Läufers	unterschlächtige Mühlen Zahl der Umläufe		oberschlächtige Mühlen Zahl der Umläufe in 1 Minute
3 par. Fuß.	209	—	190
$3\frac{1}{2}$ —	178	—	150
4 —	133	—	112
5 —	107	—	90
6 —	89	—	75

Belidor forderte für 6 Fuß Durchmesser nur 60 Umgänge bey unterschlächtigen Mühlen. Gewiß zu wenig!

Berechnet man aus der bewegenden Kraft nach Abzug der Reibung den auf $\frac{2}{3}$ vom Halbmesser des Läufers reducirten Widerstand, so erhält man aus der ersten Beobachtung 41,24 Pf. = $\frac{1}{41}$ vom Gewicht des neuen und = $\frac{1}{22}$ vom Gewicht des abgenutzten Läufers.

58) Anmerkung. Hiernach wäre die zu bewegende Last sehr veränderlich, und man sollte daraus vermuthen, daß sich der Effect einer Mühle mit der Abnützung des Läufers in gleichem Verhältniß vermindere. Dieß widerspricht aber der Erfahrung völlig, und erläutert sich aus folgenden Gründen. Der Widerstand, welchen das zu zermahlende Getreide dem Mühlstein entgegensetzt, wird nicht unmittelbar durch die an dem Wasserrad angebrachte Kraft, sondern durch die dem Läufer von der Kraft mitgetheilte Schwungbewegung überwunden, welche in dem directen Verhältniß des Momentes der Trägheit, oder dem zusammengesetzten der Masse und des Quadrates der Geschwindigkeit des Läufers steht. Die Schwungbewegung des Läufers wird durch den Widerstand des Getreides in jedem Augenblick gehemmt, und der Einfluß, welchen diese Hemmungen auf die Umlaufsgeschwindigkeit des Läufers haben, ist desto größer, je kleiner die Masse des Läufers ist. Die zur Ersetzung des Verlustes an Bewegung erforderliche Kraft am Wasserrad wird daher beym abgelaufnen Mühlstein sehr nahe, eben so groß, als beym neuen seyn, da beyde gleichen Verlust an Bewegung, wiewohl ungleichen Verlust an Geschwindigkeit erleiden.

Um die von den Hemmungen herrührende Ungleichförmigkeit in der Bewegung zu vermindern, macht man den Steg (oder Balken worauf das Mühleisen mit dem Läufer ruht) bey einer Länge von 12 Fuß nicht über 6 Zoll ins Gevierte, das ist, so schwank, daß er vermöge seiner Elastizität durch die Erschütterungen der Mühle in eine schwingende Bewegung geräth, und eben dadurch den Läufer bald erhebt, bald niedersinken und stärker auf das Getreide drucken lässet.

Dieß unaufhörliche Heben und Sinken des Läufers wird mit seinem abnehmenden Gewicht immer stärker, und so rollt er leichter über die ihm vorkommenden Hindernisse weg. Daher rühret es, daß ein abgenutzter Läufer noch eben so viel Mehl, als einer, welcher sein volles

Gewicht hat, geben kann, er giebt aber schlechteres Mehl. Es würde daher allerdings für den ökonomischen Effect der Kornmühlen vortheilhaft seyn, wenn man das durch die Abnutzung verloren gehende Gewicht des Läufers durch einen Aufguß von einem schnell erhärtenden Steinmörtel wieder zu ersetzen suchte. Auch sind hohe Läufer von kleinerm Durchmesser vortheilhafter, als niedrige von großem Durchmesser, wenn gleich beyde einerley Gewicht hätten: denn 1) sind die Geschwindigkeiten der einzelnen Puncte der Grundfläche eines Läufers von großem Durchmesser sehr ungleich, und 2) nutzen sich die Läufer im Verhältniß der Größen ihrer Grundflächen schneller ab. Doch dürfen die Durchmesser der Mühlsteine nicht allzuklein seyn, weil sich sonst das zu zermahlende Getreide zu kurze Zeit zwischen ihnen aufhält. In Deutschland trifft man Mühlsteine von 3 — 5 Fuß im Durchmesser bey einer Höhe von 10—24 Zoll, in Frankreich 18 Zoll hohe von 5 — 7 Fuß im Durchmesser an.

59) Aus den angeführten Erfahrungssätzen lassen sich leicht einige Vorschriften zur vortheilhaften Anordnung einer Mahlmühle herleiten, wenn man bedenkt, daß sich 1) die bewegenden Kräfte zweyer Mühlen wie die Produkte aus den Gefällen in die Wassermengen verhalten; 2) die Massen der Mühlsteine im Verhältniß der bewegenden Kräfte stehen; 3) die Geschwindigkeiten der Wasserräder sich wie die Quadratwurzeln der Gefälle, und die Größe der Schaufeln wie die Wassermengen verhalten; 4) die Einrichtung von Kammrad und Getriebe aus der Geschwindigkeit des Wasserrades und der Zahl der Umgänge des Läufers gegeben ist.

Man bestimme bey einer anzulegenden Mühle das Gefälle und die Wassermenge, und proportionire alle einzelnen Theile der zu erbauenden Mühle vermittelst der vorstehenden Sätze, nach den ähnlichen Theilen einer bereits erbauten gut eingerichteten Mühle.

Beyspiel, für eine unterschlächtige Mühle, deren Gefälle 6 Fuß, Wassermenge in einer Secunde 5 Cub. Fuß beträgt. Das Produkt aus beyden ist = 30, nach der

1ten Beob. (57) betrug es nur 4 . 6,6 = 26,4; die Effecte und Gewichte der Mühlsteine können daher sehr nahe in dem Verhältniß von 9 : 10 stehen; man gebe der Höhe des Mühlsteines der neuanzulegenden Mühle 13 — 14 Zoll, wenn die Höhe des §. 56. erwähnten = 12 Zoll gesetzt wird, und die Durchmesser gleich angenommen werden.

Die Geschwindigkeiten der Wasserräder verhalten sich $= \sqrt{4} : \sqrt{6}$. Sollen beyde doch eine Zahl von Umläufen in einer Minute machen, so müssen ihre Durchmesser in dem genannten Verhältniß stehen, das Wasserrad der zu erbauenden Mühle erhielte einen Durchmesser von 18,5 par. Fuß, übrigens bliebe die Einrichtung von Kammrad und Getrieb wie §. 57. Die Höhe der Schaufeln betrüge 0,85 par. Fuß, wenn ihre Breite 1,18 bleiben soll, die Anzahl der Schaufeln würde, im Verhältniß der Durchmesser der Wasserräder vermehret, hier 51 – 52 seyn.

Wollte man hingegen den Durchmesser des Wasserrades nicht größer als 14,7 Fuß machen, so würden 12,6 Umgänge des Rades auf eine Minute kommen, folglich würde das Kammrad, wenn der Läufer 175mal herum kommen soll, 84 und der Trieb 6 Zähne erhalten.

60) Anmerkung. Aus den (58) angeführten Gründen theils, theils weil die Reibung der ganzen Maschine mit dem vermehrten Gewicht des Läufers wächset, ist gar nicht zu erwarten, daß der ökonomische Effect zweyer Getreidemühlen genau in dem Verhältniß ihrer bewegenden Kräfte stehe, sondern man wird mehr als die doppelte Kraft für den doppelten Effect rechnen müssen.

Die Reibung bey Mühlwerken so viel möglich zu vermindern, befolge man die nachstehenden Grundsätze:

1) Man vermeide allzugroße und schwere Räder, und vermindere den Durchmesser ihrer Wellenzapfen soviel, als es die zu tragende Last erlaubt.

2) Man lasse die eisernen Zapfen der Räder und Triebwellen nicht in hölzernen, sondern in steinernen oder metallenen Pfannen laufen. (Hartes Glockenmetall schickt sich am besten dazu).

3) Man verringere den Druck zwischen den Zähnen von Rad und Getriebe, daß man nach (§. 36. die Tiefe ihrer Eingreifung vermindert. Dieß geschieht am besten dadurch, daß man den Halbmesser und die Zahl der Zähne des Getriebes, so viel die Einrichtung der Mühle und

die Regel 1) erlauben, vergrößert. Man erhält damit noch den Vortheil, daß mehrere Zähne des Getriebes zugleich in das Rad eingreifen, die Last über dieselbe vertheilet, und die Bewegung gleichförmiger wird. Diesen Endzweck erreicht man auch, wenn man sowohl dem Kammrad als Trieb eine doppelte über einanderstehende Reihe von Zähnen und Stecken giebt, die so geordnet sind, daß die Zähne der obern Reihe über die Zwischenräume der untern zu stehen kommen. Jeder Zahn des Rades schiebt nun seinen Triebstock nur halb so weit fort, als er es bey der gewöhnlichen Einrichtung thun müßte.

Soll der Druck zwischen den Zähnen von Rad und Getriebe an jedem Punct ihrer Eingreifung gleich groß bleiben, so dürfen die Eingreifungen der Zähne a b c Fig. 20. * nicht (wie es gewöhnlich geschieht) kreisförmig abgerundet seyn, sondern sie müssen nach den Bögen β V, β α einer krummen Linie geformt seyn, welche unter das Geschlecht der Cycloiden gehöret.

Weil die genaue Construction der krummen Linie von den Mühlärzten (den Handwerkern, welche die Mühlenräder zu bauen pflegen) nicht zu erwarten steht, so bleibt man in der Ausübung bey der leichter zu verzeichnenden Kreisrundung, und überläßt es dem Gang der Mühle, den Zähnen durch die wechselseitige Abreibung ihre richtige Gestalt zu geben. Dieß zu befördern, hat man vorgeschlagen, die Zahl der Zähne des Triebes in der Zahl der Zähne des Rades nicht aufgehen zu lassen, damit jeder Zahn des Triebes, wo nicht in alle, doch in viele Zähne des Rades nacheinander eingreife. Aber nicht zu gedenken, daß die Theilung nach ungeraden und Primzahlen mehr Schwierigkeiten veranlaßt, so erinnert Hr. Langsdorf hingegen mit Recht, daß wenige Zähne von Rad und Getriebe, die in einander greifen, sich schneller und vollkommner abschleifen, als wenn ein Zahn des Triebes für alle Zähne des Rades passen soll.

61) Die Graupenmühlen unterscheiden sich von den Mahlmühlen dadurch, daß sie keinen unbeweglichen Mühlstein haben, sondern die zu schälende Frucht zwischen dem äußern rauhen Umfang des Läufers, und der innern gleich einem Reibeisen ausgezackten Wand des Laufes gekörnt wird. Die so erhaltenen Körner müssen sortiret und von dem anhängenden Mehlstaube

durch Sieben befreyet werden. Wegen der hierzu erforderlichen Mühleneinrichtung sehe man Beyers Taf. 30. Fig. 1. und 2. Taf. 31. Fig. 1. An dem verlängerten Mühleisen befindet sich oben ein Kammrad, welches einen horizontalen Trieb, dessen Axe mit einem Schwungrad und einer Kurbel versehen ist, umtreibt. Die Kurbel schiebt vermittelst zweyer Winkelhebel drey horizontal in einiger Entfernung über einander stehende Siebe hin und her. Die Körner oder Graupen fallen aus einem Rumpf in das obere gröbste Sieb, ein Theil der Körner bleibt hier zurück, und rollt über das etwas schief gestellte Sieb in einen besondern Kasten. Die feinern Körner fallen auf das zweyte mit etwas kleinern Löchern versehene Sieb, und hier sondert sich wieder der gröbere Theil derselben ab, und nur die feinsten Körner kommen auf das unterste dritte Sieb, durch das bloßes Mehl fällt. Um die von den Sieben herabrollenden Körner noch von allem anhängenden Staub zu befreyen, wird ihr Fall nahe bey einem schnell umlaufenden aus vier Flügeln bestehenden Windrad vorbeygeleitet, welches den feinen Staub von den fallenden Körnern in einen besondern Beutel weht. Die Windräder werden ebenfalls durch ein an dem Mühleisen befestigtes Kammrad mittelst einer horizontalliegenden Triebwelle in Bewegung gesetzt.

Von den Schneidemühlen.

62) Unter den Maschinen, welche rohe Produkte zum Vortheil der Gesellschaft verarbeiten, sind Holzschneide- oder Sägemühlen nächst den Getreidemühlen vorzüglich einer nähern Betrachtung werth.

Um die Figuren nicht zu sehr zu häufen, verweise ich bey der nachstehenden Beschreibung auf Beyers 38 und 39ste Tafel, jedoch erläutert Fig. 31. die vorzüglichsten Theile einer Sägemühle.

An der Welle des Wasserrades ist ein Stirnrad befestiget, welches in ein Getriebe greift, dessen horizontale Welle eine Kurbel herumführet.

Das Ende des Kurbelhalbmessers D führet vermittelst einer beweglichen Schiebestange C einen viereckigten Rahmen, in welchem die Säge AB eingespannt ist (das Sägegatter), in zwey lothrecht eingefalzeten Pfosten auf und nieder.

Vor der Säge ruht der Kloß in horizontaler Lage, und die Zähne der Säge sind so gestellt, daß sie bloß bey dem Niedergang einschneiden. Es ist nämlich die Säge oben bey Aa breiter als unten bey B, und die Linie Ba, welche man über die Schärfe der Zähne zieht, macht mit der verticalen durch B einen kleinen spitzen Winkel, den **Anlauf der Säge**, welcher, wenn die Länge der Säge gegeben ist, den Unterschied zwischen der obern und untern Breite bestimmt. (Man rechnet gewöhnlich auf einen 30 Zoll hohen Niedergang 1 höchstens 2 Linien für die Tiefe des Schnittes). Der zu schneidende Kloß muß nach jedem Niedergang der Säge, während das Sägegatter wieder in die Höhe geht, um die Tiefe eines Schnittes vorwärts geschoben werden. Hierzu dienet folgende Einrichtung: An dem obern Ende der Säge ist ein Hebelarm FG befestiget, welcher sich um eine horizontale Welle F drehet. Von der Welle gehet ein kürzerer Hebelarm FI nach unten, und von diesem eine eiserne Schiebstange IK, welche mit ihrem in Gestalt eines Geisfußes ausgezackten Ende K in das gezähnte eiserne Sperrad L eingreift. Das Sperrad befindet sich zur Seite des Klotzes, seine Welle, die quer unter dem Kloß herläuft, treibt vermittelst zweyer zu beyden Seiten des Klotzes befindlichen Triebe M, zwey gezähnte Bäume NO, die den Kloß auf zwey quer überliegenden Schemeln in ihrer Mitte tragen nach der horizontalen Richtung NO vorwärts. Diese Vorrichtung heißt der Klotzwagen. Die Bewegung des Klotzwagens zu erleichtern, ist ein Theil

seiner untern Grundfläche nicht gezähnt, und lauft vermittelst kleiner Frictionsrollen auf zweyen parallel neben einander liegenden Bäumen (den Straßbäumen) her. Hieraus erhellet, daß, indem die Säge in die Höhe geht, die Bewegung des Winkelhebels GFI, vermittelst der Stoßstange IK einen oder etliche Zähne des Sperrades L nach der Richtung KL, und dadurch den Klotzwagen nach der Richtung NO fortschiebt. Man kann die Größe der Bewegung des Klotzwagens nach Willkühr reguliren, je nachdem man die Stoßstange weiter oder näher vom Bewegungspunct F einhängt. Damit der Klotz durch die Gewalt der Säge beym Niedergang nicht zurückweiche, greift ein Sperrhaken P in die Zähne des Sperrades ein.

Bey gut eingerichteten Sägemühlen zieht die Maschine auch das zu schneidende Holz in die Mühle. Dieß kann durch die Welle eines zweyten Triebes, welcher durch das an der Welle des Wasserrades befindliche Stirnrad umgetrieben wird, bewerkstelliget werden. Die Welle des Triebes vertritt die Stelle eines Haspels, von welchem ein Seil über Rollen nach dem Klotzwagen, auf dem das herbeyzuziehende Holz ruht, führet. Beyde in das Stirnrad eingreifende Triebe müssen auch nach Belieben von ihm abgerückt werden können.

63) Die Berechnung einer Sägemühle ist theils wegen der verschiednen Friction, theils wegen dem sehr veränderlichen Widerstandes des Holzes, worüber es bis jetzt noch an genauen Beobachtungen fehlet, schwer. Das folgende soll daher blos zeigen, worauf es hierbey ankommt. Die bewegende Kraft am Wasserrad hat beym Niedergang der Säge ausser der Hindernißlast den von der Cohäsion des Holzes herrührenden Widerstand zu überwinden, wobey ihr jedoch das Gewicht des Sägegatters zu Hülfe kommt. Jener Widerstand heiße = Q, dieses Gewicht = P, die gesammte Hindernißlast, welche aus den Reibungen des Sägegat-

ters, des Klotzwagens, der Zähne und Getriebe, und der Wellenzapfen zusammengesetzt ist, an die Stelle der Last, oder auf 0,637 Theile des Halbmessers der Kurbel reduciret sey $= F$, so hat man für die Last beym Niedergang der Säge $Q + F - P$, beym Aufgang $F + P$. Jedoch ist der Werth von F beym Aufgang der Säge etwas größer, als beym Niedergang, weil blos während dem ersten der Klotzwagen fortgeschoben wird. Beyde müssen gleich seyn, wenn sich die Bewegung der Gleichförmigkeit nähern soll. Dieß giebt $Q = 2 P$ oder $P = \frac{1}{2} Q$. Das Gewicht des Sägegatters mit Zubehör soll der Hälfte des von der Cohäsion des Holzes herrührenden Widerstandes gleich seyn. Indessen ist diese Bedingung in der Ausübung, wegen der Veränderlichkeit des Widerstandes, schwer zu bewerkstelligen. Nach Langsdorfs Maschinenlehre verhalten sich die respectiven Cohäsionen

von frischem Eichenholz — — —	$= 1,0$
ganz trocknem — — —	$= 1,5$
frischem Tannenholz — —	$= 0,7$
ganz trocknem — — —	$= 1,1$

Der Widerstand der Cohäsion ist bey trocknem Eichenholz, unter übrigens gleichen Umständen, noch einmal so groß, als bey frischem Tannenholz.

Ueberdieß wächst der Widerstand in dem directen Verhältniß der Länge, Tiefe und Weite des Schnittes, und im umgekehrten einer durch die Erfahrung zu bestimmenden Potenz der Geschwindigkeit. Nach Belidors Erfahrung konnten drey Mann, von welchen zwey unten, und einer oben die Säge führten, einen frischen eichnen Klotz 12 Zoll hoch ins Gevierte auf eine Länge von 10 Fuß in einer Stunde von einander sägen.

Rechnet man für einen Menschen 30 Pf. Kraft und 2 Fuß Geschwindigkeit, die Weite des Schnittes $= 2$ Linjen, die Tiefe desselben 1 Linie, so dienet diese Erfahrung für andere Fälle, den Widerstand des

Holzes, wenigstens ungefähr, zu bestimmen. Hier begnüge ich mich die Veränderlichkeit desselben gezeigt zu haben. Man würde die Ungleichförmigkeit des Widerstandes vermindern, wenn man für leicht zu schneidende Holzarten, Sägen mit einem größern Anlauf, für schwer zu schneidende Sägen mit einem geringern Anlauf wählte, welches gewöhnlich nicht geschieht; daher wird in den meisten Fällen das Gewicht des Sägegatters, wegen der nöthigen Stärke, die man demselben geben muß, größer, als der halbe Widerstand der Säge beym Niedergang ausfallen, und die Maschine wirkt ungleichförmig. Hierzu kommt noch die ungleichförmige Wirkung des Kurbelarmes, und die zur Ueberwindung der Trägheit des Sägegatters bey jedem Hub und Stoß aufs neue erforderliche Kraft; daher ist bey dieser Maschine ein hinlänglich großes Schwungrad an der Kurbelwelle angebracht von besonderm Nutzen.

Man nenne die mittlere Geschwindigkeit der Last an der Stelle des Sägegatters $= c$, der Kraft V am Umfang des Rades $= a$, so erhält man das mittlere Moment der Last $= (\frac{1}{2} Q + F)\, c$ hierzu kommt die zur Ueberwindung der Trägheit des Sägegatters nöthige Kraft. Vorausgesetzt, dasselbe werde von der Ruhe an mit gleichförmiger Geschwindigkeit beschleunigt, so findet man diese beschleunigende Kraft, wenn t die Zeit eines Schubes, h dessen Höhe, oder den Durchmesser des Kurbelkreises, und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet, durch die Proportion $g : \frac{h}{t} = 1 : \frac{h}{g\,t}$, folglich die bewegende Kraft $= P\,\frac{h}{g\,t}$.

Dieß giebt für den Beharrungszustand die Gleichung

$$\left(\frac{1}{2} Q + F + \frac{P\,h}{g\,t}\right) c = V\,a.$$

Der

Der Werth von F wird am besten eben so bey den Sägemühlen, wie in der §. 56. angeführten Beobachtung über Mahlmühlen bestimmt. Den ökonomischen Effect einer Sägemühle beurtheilet man aus der Höhe und Länge oder Tiefe des in einer bestimmten Zeit geführten Schnittes, verglichen mit dem Moment der angewendeten Kraft.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Last o muß ebenfalls durch die Erfahrung bestimmt werden, (gewöhnlich findet man nicht unter 4, nicht über 6 Fuß in einer Secunde) aus ihr und der Geschwindigkeit des Wasserrades bestimmt sich die Einrichtung zwischen dem Stirnrad und Getriebe.

64) Anmerkung. In den Steinschneidemühlen, werden Sägeblätter ohne Zähne in einer horizontalen Richtung hin und her gezogen, die vermittelst naß erhaltenen Sandes den Steinblock durchschneiden. Der Rahmen, worin die Sägen eingespannt sind, sinkt in zwey lothrechtstehenden eingefalzten Säulen durch den Druck von Gewichten, welche auf den Rahmen befestiget sind, nieder, und drückt zugleich die Sägen gegen den Stein an. Belidor beschreibt in dem 2ten Cap. des 2ten Buchs des 1ten Bandes seiner Archit. Hydraul. eine solche Mühle mit zwey Sägen, die vermittelst zweyer Kurbeln durch Menschen getrieben wird. An der Axe jeder Kurbel ist ein Trieb befestiget, der greift in ein Rad, an dessen Welle ein zweytes nur zur Hälfte seines Umfangs gezähntes Rad befindlich ist, das greift in eine gezähnte Stange, welche den Sägerahmen hinschiebt, und zugleich ein an ihm befestigtes, über eine Rolle lothrecht herabhängendes Gewicht in die Höhe zieht, während der nicht gezähnte Theil des Rades seinen Umlauf vollendet, sinkt das in die Höhe gewundne Gewicht nieder, und zieht die gezähnte Stange mit dem Sägerahmen wieder her. Die Stange erhält eben so viel Zähne, als der halbe Umfang des Rades.

Von den Stampfmühlen.

65) Die Stampfmühlen theilen sich in zwey Hauptklassen, eine, deren Stämpfer C C Fig. 32. loth-

rechte Säulen sind, welche durch die Wirkung der Kraft bis auf eine gewisse Höhe gehoben werden, und hierauf vermöge ihres Gewichtes wieder herabfallen; die andere, deren Stämpfer aus Winkelhebeln EDC Fig. 33. bestehen, welche die Gestalt eines Hammers haben, und um den Punct C beweglich sind; der längere Arm des Winkelhebels DC hat meistens eine horizontale oder nur wenig geneigte, der Kopf des Hammers DE hingegen eine lothrechte Lage. Unter die erste Klasse von Stampfmühlen gehören die Oelmühlen, Pulvermühlen, Lohmühlen, Puchwerke; unter die zweyte die Papiermühlen, Walkmühlen, Hammerwerke. Beyde Klassen von Stampfmühlen haben das mit einander gemein, daß ihre Stämpfer oder Hämmer durch den Umlauf einer horizontalliegenden Welle A, deren äußerer Umfang mit Zapfen B versehen ist, welche die Aerme der Stämpfer a in horizontaler Lage ergreiffen und in einer geneigten verlassen, in Bewegung gesetzt werden. Die Zapfen B der Welle A heißen wegen der Gestalt Fig. 33., die man ihnen meistens zu geben pflegt, Däumlinge; die Welle die Daumenwelle; die Zapfen der Stämpfer a nennt man die Hebezapfen oder Hebelatten. Der untere Theil der Stämpfer wird mit Eisen, in Pulvermühlen (um Entzündungen zu verhüten) mit Kupfer beschlagen. Das Gewicht eines Stämpfers mit Beschlag richtet sich nach der Härte der zu zerstoßenden Materie; in Puchwerken, wo Steine und Erze verstoßen werden sollen, beträgt es einen Centner, auf Kupfer- und Eisenhämmer noch mehr. Die zu zerstoßende Masse kommt in eine unter dem Stämpfer befindliche Grube, gewöhnlich ist es eine in einem hölzernen Klotz angebrachte Vertiefung. Der Boden der Grube wird mit Eisen oder Kupfer, oder auch nur mit sehr hartem Holz ausgefüttert.

Die Daumenwelle wird durch einen an ihr befestigten Trieb, in den ein an der Welle des Wasserrades befindliches Stirnrad eingreift, in Bewegung gesetzt.

66). Um die Wirkung der Last gleichförmig zu machen, müssen immer gleich viele Stämpfer von der Daumenwelle gehoben werden, und daher die Däumlinge gleichförmig über der Oberfläche der Welle vertheilt seyn. Dieß geschieht am besten folgendermassen. Man theile den Umkreis von 360° an beyden Enden der Welle in so viel gleiche Theile, als die Welle Zapfen erhalten soll, der Quotient zeigt den Winkel an, welchen zwey nächste Zapfen mit einander machen müssen. Die Anzahl der Zapfen wird durch das Produkt der Menge der Stämpfer in die Zahl der Hebungen eines Stämpfers während einem Umlauf der Welle gefunden. Es sey z. B. die Zahl der Stämpfer = 10, und jeder Stämpfer werde während einem Umlauf der Welle zweymal gehoben, so ist die Zahl der Zapfen = $2 \cdot 10 = 20$, der Winkel der Zapfen $= \frac{360}{20} = 18°$.

Man ziehe durch die zusammengehörige Theilungspuncte an beyden Enden der Welle gerade Linien, welche nach der Reihe durch die Zahlen 1, 2, 3 bezeichnet werden, und quer durch diese Linien ziehe man auf dem Umfang der Welle so viel unter sich parallele und auf die Axe der Welle senkrechte Kreise als Stämpfer da sind, und mache die Entfernungen der Kreise dem Abstande der Mittellinien der Stämpfer von einander gleich. Die Kreise bezeichne man nach der Reihe mit den Zahlen I, II, III u. s. w., so geben die Durchschnittspunete des ersten Kreises mit der ersten 1 I, des zweyten mit der zweyten geraden Linie II 2, u. s. w., die Stellen an, wo die Zapfen auf die Oberfläche der Daumenwelle eingesetzt werden. Wie viel Stämpfer bey dieser Anordnung der Daumen von der Welle zugleich gehoben werden sollen, hängt von der Größe des Erhebungswinkels a A b eines Stämpfers Fig. 32. ab, und diese wird durch die Länge des Zapfens B, oder vielmehr seiner Eingreifung c b an die Hebelatte a bestimmt. Es ist nämlich die Eingreifung dem Quersinus des Erhebungswinkels gleich. Gewöhnlich macht man diesen Winkel

nicht grösser als 60° (er sey in unserm Beyspiel = 54°). Dividiret man denselben durch den Winkel, welchen die Zapfen zwoyer nächsten Stämpfer mit einander machen, so giebt der Quotient z. B. $\frac{54}{18} = 3$, die Zahl der Stämpfer an, welche zugleich von der Welle in Bewegung gesetzt werden. Im Beyspiel wird der zweyte Stämpfer von der Welle ergriffen, wenn der erste bereits um 18° gehoben ist; der dritte wird ergriffen, wenn der erste um 36°, und der vierte wird ergriffen, wenn der erste um 54° erhoben ist: da aber der erste alsdann den Wellenzapfen wieder verläßt und herabfällt, so befinden sich nur drey Stämpfer zu gleicher Zeit an der Welle.

Wenn ein Stämpfer während eines Umlaufs der Welle mehrmal gehoben werden soll, also mehrere Zapfen B, β in einen Umkreis zu stehen kommen, so darf der Erhebungswinkel nicht grösser seyn, als damit der Stämpfer durch die Höhe ac wieder herabgefallen seyn kann, bevor der nächste Daumen β an die Stelle cb kommt.

Man nenne allgemein den Erhebungswinkel eines Stämpfers α, den Winkel, welchen zwey in einem Umkreis stehende Zapfen mit einander machen $= \beta$, so ist $\beta - \alpha = bA\beta$. Die Zeit, welche die Welle braucht, diesen Winkel zu beschreiben, muß wenigstens der Zeit des freyen Falls durch ac gleich seyn. Es heiße die Umlaufszeit der Welle $= t$, so hat man die Zeit, welche zur Beschreibung des Winkels $\beta - \alpha$ gehöret $= \frac{\beta - \alpha}{360^\circ} \cdot t$, die Zeit des freyen Falles durch ac $= \frac{\sqrt{ac}}{g}$ $= \frac{\sqrt{Aa \cdot \sin. \alpha}}{g}$, beyde quadriret und gleichgesetzt $\left(\frac{\beta - \alpha}{360}\right)^2 \cdot t^2 = \frac{Aa \cdot \sin. \alpha}{g}$ giebt den grösten Werth für $\sin. \alpha = \frac{g t^2}{Aa} \cdot \left(\frac{\beta - \alpha}{360}\right)^2$.

67) Das Gewicht eines Stämpfers CC heiße Q, wenn der Zapfen der Welle die Hebelatte zuerst in der horizontalen Lage cb ergreift, so ruht die ganze Last Q auf ihm, und die Richtung der Kraft fällt mit der Richtung der Last in eine lothrechte Linie, je größer der Erhebungswinkel des Zapfens und Stämpfers wird, destomehr weichen die Richtungen der Kraft und Last von einander ab, da diese stets lothrecht bleibt, jene aber der wagrechten Richtung sich mehr und mehr nähert. Der Weg der Kraft wird durch den Bogen ba, der Weg der Last durch den Sinus ac ausgedruckt, da die Sinusse um immer kleinere Theile wachsen, wenn die Winkel oder Bögen um gleiche Theile zunehmen, Kraft und Last sich aber umgekehret wie ihre in gleichen Zeiten beschriebenen Wege verhalten, so erhellet, daß das Moment der Last mit der zunehmenden Erhebung des Stämpfers geringer wird. Dieß giebt einen andern Grund ab, weswegen der Erhebungswinkel nicht zu groß seyn darf, und warum man die Zapfen der Welle so ordnet, daß sie mehrere Stämpfer zugleich unter verschiednen Erhebungswinkeln erhalten. Es wird nämlich dadurch die Gleichförmigkeit der Last, folglich der Bewegung der Maschine befördert. Das mittlere Verhältniß zwischen Kraft und Last wird durch den Quotienten $\frac{ac}{ab} = \frac{\text{sin. } \alpha}{\text{Bog. } \alpha}$ ausgedruckt. Heißt die Kraft an dem Halbmesser der Wellenzapfen $= P$, die Zahl der zugleich gehobenen Stämpfer $= n$, so ist $P = nQ \cdot \frac{\text{sin. } \alpha}{\text{Bog. } \alpha}$ für $\alpha = 60°$, $P = 0{,}828 \cdot nQ$. Wenn die Stampfmühle Hämmer, wie Fig. 33. führet, und Q bedeutet das Gewicht eines Hammers im Schwerpunct, dessen Abstand $= 1$ vom Drehungspunct C ohne merklichen Fehler $=$ CD gesetzt werden kann, die Entfernung des Angriffspunctes der Kraft a vom Drehungspunct C heiße $= \alpha$, so hat man

$$P : Q = 1 : a \text{ oder } P = \frac{1}{a} Q,$$

wobey jedoch vorausgesetzt wird, daß der Däumling stets senkrecht auf den Hebelarm CB wirke. Wegen dieser Bedingung muß er eine nach der Epicycloide gekrümmte Gestalt erhalten. Diese krumme Linie wird von einem Punct eines Kreises beschrieben, welcher sich auf dem Umfang eines andern Kreises umwälzt. Der sich wälzende Kreis ist der Durchschnitt der Welle, und der Kreis, worauf er sich wälzt, der mit dem Halbmesser Ca beschriebene.

68) Anmerkung. Die Gestalt der krummen Linie, welche man den zu lothrechten Stämpfern gehörigen Däumlingen der Welle geben muß, damit die Wirkung der Last während der Erhebung der Stämpfer stets gleichförmig bleibe, läßt sich leicht auf folgende Weise construiren. ca Fig. 34. bezeichne die Entfernung des ersten Angriffspunctes eines Daumens von dem Mittelpunct der Welle, man ziehe mit dieser Entfernung als Halbmesser einen Kreis. Auf dem Anfang des Kreises schneide man den zum Erhebungswinkel eines Stämpfers gehörigen Bogen a 4 ab, und theile denselben in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, je mehr desto besser, durch die Theilungspuncte ziehe man die zugehörigen Halbmesser c 1, c 2, und Tangenten 1 I, 2 II und so weiter, gebe der Tangente 1 I die Länge des Bogens a 1, der Tangente 2 II die Länge des Bogens a 2 und so weiter, und ziehe durch die so bestimmten Puncte die krumme Linie a I II III IV, so ist geschehen, was verlangt wurde. Denn, wenn nun a I II III IV den senkrechten Durchschnitt der angreifenden Fläche des Däumlings bezeichnet, so erhellet, daß, wenn der Halbmesser c 4 in die Lage c a gekommen ist, die Tangente 4 IV die lothrechte Stellung erhalten hat, indeß der Punct IV auf die Hebelatte des Stämpfers wirkt. Die Kraft hat den Weg 4 a, und die Last den gleichen 4 IV in lothrechter Richtung zurückgelegt; dieselben Schlüsse können auf alle zwischenliegende Halbmesser 1, 2, 3, und die zugehörigen Tangenten und Puncte der krummen Linie angewendet werden.

Die Last wird nicht nur gleichförmig, sondern auch stets senkrecht gehoben, und es entsteht kein schiefer Druck oder sogenanntes Klemmen zwischen der Hebelatte und dem Däumling der Welle, wodurch nur die Reibung vermehret wird. Die krumme Linie a I II III IV ist die durch Abwickelung des Kreisebogens a 4 erzeugte Linie. Man beschreibt sie mechanisch, wenn man um den Kreisbogen a 4 einen Faden schlägt, und in dem man dessen eines Ende in 4 fest hält, das Ende a abwickelt.

69) **Die Größe der Reibung bey einem lothrechten Stämpfer zu bestimmen.** Es bezeichne Q Fig. 32. das Gewicht und den Schwerpunct des Stämpfers, indem sich derselbe um die Unterstützung a zu drehen bemüht, entsteht ein Druck des Stämpfers in b und d gegen die daselbst befindlichen Querstücke, die Scheidelatten, welche den Stämpfer in der lothrechten Lage erhalten. Der Druck bey d heiße = S, bey b = R; aus beyden zusammen entsteht eine Reibung = f (S + R), die muß die in a angebrachte Kraft V ebenfalls überwinden; folglich hat man $V = Q + f(S + R)$. Von der Kraft V entsteht in dem Punct a eine neue Reibung = fV, welche sich in wagrechter Richtung der Bewegung des Daumens entgegensetzt, und von ihm überwunden werden muß.

Die der Reibung fV entgegengesetzte gleiche Kraft des Däumlings bemüht sich den Stämpfer um die untere Scheidelatte b zu drehen, und eben dadurch von der obern d zu entfernen; geschieht dieß wirklich, so wird dadurch der Druck S ganz aufgehoben, der Stämpfer kehret genau in die lothrechte Lage b d zurück, und die von den Pressungen auf die Scheidelatten herrührende Reibung des Stämpfers, folglich auch die gesammte Reibung fV wird möglichst vermindert. Es fragt sich, unter welchen Bedingungen dieses erfolge? db Fig. 32.* stelle die lothrechte Linie durch den Schwerpunct des Stämpfers vor, ca = a die Länge der Hebelatte, cb die Höhe derselben über der untern Scheidelatte. Der ruhende Stämpfer sey in a unterstützt, so entsteht aus

seinem Gewicht Q nach der lothrechten Richtung db eine um a drehende Kraft, deren Moment = aQ und hieraus eine Kraft $dz = \frac{a}{ad} Q$. Eben so entsteht eine Kraft in b nach $bw = \frac{a}{ab} Q$, beyde verhalten sich gegen einander = ab : ad oder S : R = ab : ad. Da sich nun der von Q herrührende Druck auf die Stellen b und d vertheilet, so erhält man

$$Q \cdot ac = Sad + Rab$$
$$= 2Sad = 2Rab$$

oder

$$R = \tfrac{1}{2} Q \frac{ac}{ab}$$

$$S = \tfrac{1}{2} Q \frac{ac}{ad} .$$

Hieraus ergiebt sich, daß S und R, folglich auch die davon herrührende Reibung desto kleiner werden, je kürzer die Hebelatte ac gegen ab und ad ist. Die in b und d entstehende Reibung gehöret zwar nicht den gesammten Pressungen S und R zu, sondern bloß ihren waqrechten Theilen du, bw, welche in den Verhältnissen ad : dc, und ab : bc kleiner als S und R sind. Um indessen die Rechnung abzukürzen, setze ich, weil der Unterschied unbedeutend ist, die Reibung = f (S + R), wo f den Reibungsquotienten bezeichnet. Man muß daher, um den Stämpfer zu heben, in a die Kraft V = Q f (S + R) anbringen; von dieser Kraft entsteht in a die Friction = f V, und indem selbige durch die Bewegung der Welle nach der Richtung ca überwunden wird, soll der Stämpfer von d ab und um b gedrehet werden: daher hat man für diesen Fall, wo der Stämpfer bloß wider der untern Scheidelatte liegt, die Pressung $R = \frac{ac}{ab} V = \frac{ac}{ab} (Q + fR)$.

Diese Pressung muß, da keine horizontale Verschiebung des Stämpfers weiter erfolgen soll, $= f V$ seyn,

oder $\frac{a c}{a b} V = f V$

$f a b = a c$. Setzt man

$f = \frac{1}{3}$, so giebt dieß

$a c = \frac{1}{3} a b$.

Bezeichnet a c die Entfernung der zuerst angegriffenen Stelle der Hebelatte von der Mittellinie des Stämpfers, während derselbe noch in der Grube ruht, und man macht $a b = 3 . a c$, so wird der Stämpfer gleich bey dem ersten Angriff des Daumens von der obern Scheidelatte in d entfernt, und der Druck V ist $= Q + f R$, R aber $= f V = f Q + f^2 R$;

daher $R (1 - f^2) = f Q$

$$R = \frac{f Q}{1 - f^2}$$

$f = \frac{1}{3}$ gesetzt.

$$R = \frac{8}{9} Q = \frac{9}{24} Q = \frac{3}{8} Q$$

$$V = Q + \frac{1}{3} . \frac{3}{8} Q = \frac{9}{8} Q.$$

70) Anmerkung. Die von 65 — 69 vorgetragnen Rechnungen enthalten die Gründe zur vortheilhaften Anordnung einer Stampfmühle, wobey man übrigens auf ähnliche Weise, wie bey den Mahlmühlen, verfährt.

Die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Stämpfer muß bey jeder Gattung von Stampfmühlen aus der Erfahrung hergeleitet werden. Man setze sie $= c$, den Erhebungswinkel eines Stämpfers $= \alpha$, so ist, wenn r den Halbmesser der Welle bis an den Angriffspunct der Daumen bezeichnet $\frac{r \sin. \alpha}{c}$, oder für cycloidische Däumlinge $\frac{r \text{ Bog. } \alpha}{c}$. Die Zeit, welche auf die Erhebung eines Stämpfers verwendet wird, und $\frac{360}{\alpha} . \frac{r \sin. \alpha}{c}$ die Um=

N 5

laufszeit der Daumenwelle, aus welcher verbunden mit der Umlaufsgeschwindigkeit des Wasserrades, sich die Anordnung zwischen dem Stirnrad und Getriebe der Daumenwelle ergiebt. Die Zahl der von der Daumwelle zugleich ergriffnen Stämpfer bestimmt nebst dem Gewicht eines Stämpfers die Größe der Last, welche sich, wie die bewegende Kraft an dem Wasserrad, verhalten muß. Sind also beyde durch Beobachtung an einer Stampfmühle gegeben, so läßt sich aus der bewegenden Kraft für eine andere Mühle die Größe der Last, folglich die Zahl der zugleich zu hebenden Stämpfer finden. Aus der Menge der Stämpfer bestimmt sich die Länge der Welle, aus der Zahl der Zapfen, welche auf einen ihrer Querschnittsumkreise zu stehen kommen, verbunden mit der zu Ende §. 66. vorgetragenen Bedingung, ihr Durchmesser.

Beyspiel. An einer von Belidor beobachteten Pulvermühle zu La Fere war das lebendige Gefälle des unterschlächtigen Wasserrades von 17 Fuß Durchmesser 6,66 par. Fuß, die Fläche der Schaufeln = 2,5 □ Fuß, das Wasserrad trieb mittelst eines Stirnrades von 10⅔ Fuß Durchmesser zwey Getriebe mit Daumwellen, und jede Welle hatte 12 Stämpfer, wovon jeder während eines Umlaufs der Welle zweymal gehoben wurde. Das Gewicht eines Stämpfers betrug 65 ℔., die Daumenwellen kamen in 2,4 Secunden einmal herum. Jede Welle war 24 Fuß lang, 15 Zoll dick, der Halbmesser der Wellenzapfen betrug 1⅔ Fuß, eben so viel der Halbmesser der Getriebe, welche eine Länge von 4 Fuß an der Welle einnahmen, folglich kamen 20 Fuß Länge der Welle auf 12 Stämpfer. Die Länge der Hebelatten betrug 13 Zoll, und giengen mitten durch die Stämpfer hindurch. Die Zahl der Zähne des Kammrades war 48, der Getriebe = 20. Der Erhebungswinkel der Stämpfer betrug 60°, folglich da die Zahl der Zapfen an jeder Welle

$$= 2 \cdot 12 = 24, \text{ und der Zapfenwinkel } = \frac{360}{24} = 15^\circ$$

war, hingen jederzeit 4 Stämpfer an einer Welle.

Könnten in einem andern Fall die Schaufeln des Wasserrades beym gleichem Gefälle noch einmal so groß werden, oder hätte man die doppelte bewegende Kraft, so würde man 8 Stämpfer zu gleicher Zeit von jeder Daum-

welle in Bewegung setzen können. Dieß läßt sich auf zweyerley Weise bewerkstelligen: entweder man gebe jeder Welle die doppelte Länge = 40 Fuß, und ohne ihr statt 12, 24 Stämpfer zu, oder man lasse die Länge der Wellen, und die Zahl der Stämpfer ungeändert, gebe aber jedem Stämpfer statt zwey, vier Zapfen an der Welle.

Die letzte Einrichtung könnte indessen die Welle durch die zu nahe kommenden Zapfenlöcher zu sehr schwächen, oder auch der Bedingung §. 66. widersprechen; man müßte daher den Durchmesser der Welle vergrößern, oder lieber bey der ersten Einrichtung stehen bleiben. Es würde theils wegen der Reibung an den Scheidelatten, theils wegen der ungleichförmigen Bewegung bey geraden Hebezapfen, vortheilhaft seyn, jedem Stämpfer statt einem Zapfen, zwey über einanderstehende von der halben Länge nebst der doppelten Anzahl von Daumen zu geben, wobey die Anordnung so getroffen seyn müßte, daß der eine Daumen die zu ihm gehörige Hebelatte verläßt, wann der andere die seinige ergreift, da alsdann jeder Zapfen seinen Stämpfer nur auf die halbe Höhe hübe.

71) Anmerkung. Die besondern [illegible]ichtungen, welche bey jeder Art von Stämpfmühle[illegible] [illegible]orkommen, muß man sich aus Maschinenbeschreibunge[illegible] [illegible]ekannt machen, da sie hier ohne Kupfer, welche beyzubringen, der Raum nicht verstattet, doch nicht verständlich beschrieben werden könnten. Auch wird mich dieß entschuldigen, daß ich die nähere Beschreibung von den Schleif-, Polier und andern Mühlen, zu deren vollständigen Berechnungen es ohnehin bis jetzt an zweckmäsig angestellten Erfahrungen fehlet, übergehe.

Von den Windmühlen.

72) Die bewegende Kraft an den Windmühlen ist der Stoß der Luft gegen hohe und breite Schaufeln, welche gewöhnlich an vier ins Kreutz durch eine horizontale Welle gesteckten Stangen befestigt sind. Die Stangen heißen die Windruthen, die daran befestigten Flächen die Windflügel. Die Art, wie die Windflügel an der Welle befestiget werden, erläutert die 35ste Figur. In den horizontalen Wellbaum AB, welcher

gegen 2 Fuß dick und 24 Fuß lang gemacht zu werden pflegt; werden die 4 Windruthen CD, CΔ an das aus dem Dach hervortretende Ende A unter rechten Winkeln in einer verticalen Ebene eingesteckt (die Figur bildet, um Verwirrung zu vermeiden, nur die zwey lothrechtstehenden ab). Man giebt ihnen an den großen holländischen Windmühlen eine Länge von 30 – 40 Fuß, wobey sie eine Breite von 14 Zoll, eine Dicke von 8 Zoll erhalten, und nach den Enden D etwas verjüngt zulaufen. Senkrecht durch die Windruthen sind Querhölzer oder Sprossen in einer verticalen Ebene so befestiget, daß wenn man sich die Ebene der Sprossen bis an die Stelle C verlängert vorstellet, selbige mit der Mittellinie AC der Welle einen spitzen Winkel macht. Das von den Sprossen gebildete Rectangel wird mit starkem Segeltuch, oder bey kleinern Windflügeln wohl auch mit dünnen Bretchen beschlagen. Vorausgesetzt, der Wind ströhme parallel mit der Axe AB gegen die Ebene der Flügel, so zerlegt sich der Stoß desselben gegen die Flügel in zwey Kräfte, wovon die eine senkrecht auf die Ebene der Flügel, die andere mit ihr parallel ist; aus der ersten Kraft entsteht eine Umdrehung der Flügel in einer auf die Axe AB lothrechten Ebene. Damit der auf je zwey einander entgegengesetzte Flügel gehende Stoß des Windes sich nicht aufhebe, sondern wechselsweise unterstütze, so müssen die Ebenen der Flügel ab, $\alpha\beta$ gleiche, aber einander entgegengesetzte Neigungswinkel mit der Axe AB machen.

Um die Axe jederzeit parallel mit der Richtung des Windes stellen zu können, läßt sich die Welle mit ihren Zapfenlagern bey A und B, und dem Dach (oder der Haube) der Windmühle um einen lothrechten Zapfen wagrecht herumdrehen. Bey den ältern deutschen Windmühlen, oder sogenannten Bockmühlen, ruht das ganze Gebäude auf einer lothrechten Säule, und läßt sich um dieselbe wenden. Beyde Einrichtungen findet man in Leupolds theatr. machin. generali ab-

gebildet und beschrieben; die zuletzt genannte taugt nicht viel, wegen der Erschütterungen, denen ein solches leichtes Gebäude bey heftigen Windstößen ausgesetzt ist.

An der Welle AB befindet sich ein Kammrad, dieß greift in einen lothrecht stehenden Trilling, welcher das Mühleisen und den Läufer herumführet, oder vermittelst mehrerer Räder und Getriebe jede andere verticale oder horizontale Bewegung hervorzubringen dienet. Hieraus erhellet im Allgemeinen die Möglichkeit, durch den Windstoß Mühlen zu betreiben; wegen der nähern Beschreibung der einzelnen Theile verweise ich auf das eben angeführte Werk von Leupold.

73) Um die Kraft zu berechnen, welche der Stoß des Windes gegen die sich umdrehenden Flügel einer Windmühle ausübt, müßte man vor allen Dingen die Gesetze des senkrechten sowohl als schiefen Stoßes elastischer Flüssigkeiten gegen die ihnen widerstehenden festen Körper kennen. Vorausgesetzt, daß der Grad der Elasticität der Flüssigkeiten hier nichts ändere, so würden die §. 75. u. f. der Hydraulik vorgetragenen Sätze vom Stoß und Widerstand des Wassers sich mit gleichem Recht auf den Stoß der Luft anwenden lassen. Das ist, man würde die Kraft des Windes dem Gewichte einer Luftsäule gleich setzen können, welche die Stoßfläche zur Grundfläche, und die zur Geschwindigkeit des Windes gehörige Fallhöhe zur Höhe hätte. Zwey gegen verschiedene Flächen mit ungleichen Geschwindigkeiten und Neigungswinkeln gehende Windstöße würden sich wie die Produkte aus den Stoßflächen, in die Quadrate der Geschwindigkeiten multipliciret, in die Quadrate der Sinusse der Neigungswinkel verhalten. Diese Gesetze durch Erfahrung zu prüfen, hat man Werkzeuge, den Stoß des Windes zu messen, (die Anemometer) erdacht. Ich führe, zur Erläuterung, einige der einfachsten Einrichtungen derselben an. An einer kleinen cylindrischen Welle B, Fig. 36., welche bey a und b in hori-

zontaler Lage unterstützt ist, wird vermittelst eines Hebelarms B, ein Parallelepipedum A, oder jeder andere Körper, den man dem Windstoß aussetzen will, befestiget. Um die Welle wird ein dünner, jedoch hinlänglich starker Faden geschlagen, der bey c eine kleine Wagschaale trägt. Richtet man die Stoßplatte A so, daß sie der Luftstrohm senkrecht trifft, und beschwert die Wagschaale c so lange mit Gewichten, bis sie dem Windstoß das Gleichgewicht hält, so giebt das gefundene Gewicht, multipliciret mit dem Halbmesser der Welle, dividiret durch die Entfernung des Schwerpunctes der Stoßfläche A von der Axe ab die Größe des senkrechten Stoßes an. Um die Wirkung der Reibung möglichst zu vermindern, müssen die Zapfen der Welle sehr dünne und von gehärtetem Stahl seyn, und auf messingenen Pfannen, oder noch besser, Frictionsrollen laufen.

Man kann auch die zur Ueberwindung der Reibung nöthige Kraft durch Versuche bestimmen, und von dem gefundnen Gewicht abziehen. Läßt sich die Stoßfläche A um den Arm B wie um eine Axe senkrecht drehen, so kann man dieselbe unter jedem beliebigen Neigungswinkel gegen den anstoßenden Luftstrohm stellen, und auf eine ähnliche Weise, wie die vorbeschriebene, die Größe des schiefen Stoßes des Windes bestimmen. Einen andern eben so einfachen Windmesser, den Bouguer angegeben hat, stellt die 27ste Figur dar. abcd ist eine cylindrische Büchse von Metall, in welcher sich eine in gleiche Theile getheilte eiserne Stange sS hin und her schiebt, an dem einen Ende der Stange ist die dem Luftstrohm auszusetzende Stoßplatte AB senkrecht befestiget, an dem andern eine Spiralfeder ef, welche die Stange und mit ihr die Stoßplatte AB nach der Richtung sS vorwärts zu schieben strebet, so bald die Kraft des Windes selbige nach entgegengesetzter Richtung zurückstößt. Beyde Kräfte kommen mit einander in das Gleichgewicht, aber die Stange wird desto weiter in die Büchse geschoben, je größer die Kraft des Windes ist. Hat

man durch vorläufige Versuche, indem man das Instrument in eine lothrechte Lage bringt, und Gewichte auf die Platte AB setzt, die Größe der Kraft bestimmt, welche den verschiednen Ständen der Stange sS entspricht, so erhellet von selbst, wie das Werkzeug, wenn AB senkrecht gegen die Richtung des Windes gestellt wird, zur Bestimmung der Größe des Windstoßes dienet. Die Richtung des Windes anzugeben, dienen die bekannten Windfahnen. Beyde nur beschriebene Werkzeuge, so wie die meisten Anemometer, geben den Effect des Windstoßes nur für den Augenblick der Beobachtung; und da die Kraft desselben meistens sehr veränderlich ist, so entstehen daraus Schwankungen in dem Stande der Instrumente, welche die Beobachtungen unsicher machen, und man muß aus mehreren ein Mittel nehmen. Auch erhellet, daß die beschriebenen Werkzeuge nur den Stoß des Windes, nicht seine Geschwindigkeit angeben. Die letztere zu messen, kenne ich bis jetzt kein vollkommneres Werkzeug als den Woltmannischen Geschwindigkeitsmesser (Hydraulik 57.), welcher mit einer geringen Abänderung seines Gestelles auch als Windmesser gebraucht werden kann.

Die Veränderlichkeit der Richtung des Windes veranlasset noch besondere Schwierigkeiten bey dem Gebrauch der Anemometer. Nach Beobachtungen von Parrot dem jüngern in dem 2ten Stück von Voigts Magazin für den neuesten Zustand der Naturkunde sind die Richtungen der einzelnen Lufttheilchen, und eben dadurch auch die Größe und Richtung des daraus entspringenden mittleren Luftstrohms sehr veränderlich. Wählet man daher eine ebene Fläche, welche den Stoß des Windes auffangen soll, so wird die Richtung des Luftstrohmes, gegen die Ebene, folglich auch die davon abhangende Größe des Stoßes stets veränderlich seyn. Hr. Parrot schlägt vor, zum Anemometer eine Kugel zu wählen, welche der Luft überall eine gleiche Stoßfläche darbietet. Er giebt seinem Werkzeug die Ein-

richtung des Gulielminischen Strohmquadranten. (Fig. 36. *) Die Ebene des Quadranten ist um eine lothrechte Axe beweglich, und wird durch eine Windfahne mittelst einer um zwey Rollen gewundnen Schnur ohne Ende gedreht; die eine Rolle ist an der Axe des Quadranten, die andere an der Axe der Windfahne befestiget, die Windfahne giebt vermittelst eines Zeigers zugleich die Richtung des Windes an.

74) Anmerkung. Das Fig. 36. abgebildete Werkzeug dienet zugleich den Widerstand der ruhenden Luft gegen einen in ihr bewegten Körper auszumitteln. Man gebe dem Gewicht c die Ueberwucht und einen hinlänglichen Fallraum, so wird selbiges, indem es herabfällt, die Welle B und mit ihr die Stoßfläche A herumführen, anfänglich mit beschleunigter, sehr bald aber mit gleichförmiger Geschwindigkeit, weil der Widerstand der Luft mit der zunehmenden Geschwindigkeit wächst. Die Geschwindigkeiten werden mit der Ueberwucht C wachsen, und wenn man die zu verschiednen Gewichten gehörigen gleichförmigen Geschwindigkeiten beobachtet, von den Gewichten aber die Größe der Reibung und des Widerstandes der Luft gegen die Welle und den bloßen Arm B abzieht, so lassen sich aus solchen Beobachtungen die Gesetze des Widerstandes der Luft, bey verschiednen Geschwindigkeiten, Stoßflächen und Neigungswinkeln auf ähnliche Art prüfen, wie §. 78. f. der Hydraulik gelehret worden ist.

Die neuesten Beobachtungen über diesen Gegenstand sind von Charles Hutton, Prof. der Mathem. zu Wollwich. Transact. of the Roy Soc. of Edinburgh. V : II. Der Körper, welchen Hutton an dem Arm B befestigte, war eine Halbkugel von Kartenpapier, deren ebene kreisförmige Grundfläche 32 Quadratzoll, oder $\frac{2}{9}$ □ Fuß enthielt, die Entfernung des Mittelpunctes der Kugel von der Axe verhielt sich zum Halbmesser der Welle = 51, 14 : 1, und ihre wahre Größe betrug 53, 34 Zoll. Die Zeit und die Zahl der Umläufe der Halbkugel wurden vermittelst einer guten Pendeluhr, die Secunden schlug, gezählet, woraus die Geschwindigkeit der Halbkugel in einer Secunde, nachdem ihre Bewegung gleichförmig geworden war, hergeleitet wurde. Es wurden drey Reihen von Versuchen angestellt: bey der einen war die flache Seite der Halbkugel vornen, bey der andern die

die runde, und bey der dritten war statt der Halbkugel ein gleich schweres Bleygewicht an dem Arm B befestiget. Die letzte Reihe von Versuchen diente blos die Größe der Reibung zu bestimmen, welche von den in beyden ersten Reihen beobachteten bewegenden Gewichten abgezogen werden mußte. Ich setze von Huttons Versuchen, welche ziemlich unter einander übereinstimmen, nur einige zur Erläuterung her

Geschwindigkeit in 1 Secunde	bewegende Gewichte nach Abzug der Reibung	
	flache Seite vornen	runde Seite vornen
3 Fuß	2,6 Unzen	1,0 Unzen
6 —	10,8 —	4,7 —
10 —	30,2 —	12,4 —
20 —	129,0 —	53,0 —

Hieraus erhellet, daß die Widerstände der Luft wenigstens nahe im Verhältniß der Quadrate der Geschwindigkeit stehen, zweytens, daß sich der Widerstand gegen die Halbkugel und den ihr zugehörigen größten Kreis im Mittel = 1 : 2,45 verhält (nach der Theorie, wo man den Widerstand dem Quadrat des Sinus des Anstoßwinkels proportional setzt, müßte das Verhältniß = 1 : 2 seyn). Drittens ergiebt sich aus den beobachteten Gewichten, daß der Widerstand gegen die Halbkugel sehr nahe halb so groß, der Widerstand gegen den Kreis aber größer, als das Gewicht einer Luftsäule über dem Kreis als Grundfläche, und der zur Geschwindigkeit gehörigen Höhe war. Diesen Satz zu prüfen, muß man wissen, daß die angegebenen Maaße und Gewichte sich auf englische Fuße, deren 16 = 15 pariser sind, und Averdüpois beziehen, wonach das mittlere Gewicht eines Cubicfußes Luft = $1\frac{1}{4}$ Unze gesetzt werden kann.

Hiernach hat man für 10 Fuß Geschwindigkeit, die Fallhöhe $= \frac{10^2}{4.16} = \frac{100}{64} = 1,56$ Fuß das Gewicht der Luftsäule von dieser Höhe über $\frac{2}{9}$ Quadratfuß Grundfläche $= \frac{2}{9} \,.\, 1,56 \,.\, 1\frac{1}{4}$ Unzen $= 0,433$ Unze. Dividiret man die durch die Beobachtung gefundnen bewegenden Gewichte durch ihren Hebelarm $= 51,14$, so erhält man

die widerstehende Kraft für die Halbkugel $\frac{12,4}{51,14} = 0,24$ Unzen für den Kreis $\frac{30,2}{51,14} = 0,59$ Unzen.

Man nenne allgemein die zur beobachteten Geschwindigkeit gehörige Höhe = h, das specifische Gewicht der Luft = p, die Stoßfläche = A, so geben Huttons Versuche im Mittel den Widerstand der Luft bey ebenen Flächen = 1,22 hp . A bey Kugelflächen = 0,5 hpA. Aehnliche ältere von Schober angestellte Versuche über den Widerstand der Luft findet man im 9ten Band des hamburgischen Magazins und in Karstens Pnevmatik IX. Abschnitt beschrieben.

Die Schoberischen Versuche geben ebenfalls die Widerstandshöhe der Luft gegen ebene Flächen größer, als die zur Geschwindigkeit gehörige Höhe. Wenn allgemein ϱ die mit der Geschwindigkeitshöhe zu multiplicirende Zahl bezeichnet, um die Widerstandshöhe zu erhalten, so ergiebt sich im Mittel aus den Schoberischen Versuchen $\varrho = 1,53$, es wurde aber ϱ von 1,2 bis 1,9 veränderlich gefunden. Ferner ergab sich aus den Schoberischen Versuchen, daß der Widerstand der Luft nach schiefer Richtung und auf concav gekrümmte Flächen grösser, als nach der gewöhnlichen Theorie, hingegen auf convex gekrümmte Flächen ziemlich mit der Theorie übereinstimmend sey. Bey ebenen Flächen von verschiedener Größe wuchs der Widerstand der Luft bey ungeänderter Geschwindigkeit in einem stärkern Verhältniß, als die Flächen. Aus diesem zusammen genommen erhellet, daß die Gesetze des Widerstandes elastisch flüssiger Massen eben so wenig, und noch weniger, mit den gewöhnlichen Theorien über den Stoß und Widerstand übereinstimmen, als die zu Ende der Hydraulik angeführten Erfahrungen. Insbesondere scheint mir die Theorie den Stoß elastisch flüssiger Massen um deswillen zu klein anzugeben, weil sie auf die Rückwirkung der Elastizität bey dem Stoß keine Rücksicht nimmt. Es ist bereits in der Hydraulik erinnert worden, daß die Hauptursache des nach der Erfahrung größer, als nach der Theorie gefundenen Wasserstoßes darin liege, daß die an dem gestoßenen Körper, nach dem Stoß abfließenden Wassertheilchen noch fortdauernd einen hydrostatischen Druck äussern, welchen die

gemeine Theorie nicht in Rechnung bringt. Um so mehr muß bey dem Stoß der Luft, wo sich die zunächst an den Körper treffenden Theilchen zusammenpressen, und vermöge ihrer Elastizität wieder auszudehnen streben, die Wirkung des Stoßes desto größer ausfallen, je länger die anstoßenden Lufttheilchen auf dem gestoßenen Körper verweilen. Das letztere findet um so mehr statt, je größer die Stoßfläche ist, und insbesondere, wenn sie gegen den anstoßenden Luftstrohm concav gekrümmt ist. Wäre die Dauer der Verweilung der anstoßenden Lufttheilchen auf der Stoßfläche so groß, daß diese alle von der Rückwirkung der Elastizität herrührenden Stöße erhalten könnte, so würde die Wirkung des Stoßes gerade noch einmal so groß ausfallen, als ihn die gewöhnliche Theorie giebt, oder $\varrho = 2$ seyn. Noch fehlet es indessen an hinlänglich genauen Erfahrungen, um die Abweichungen des Stoßes der Luft, für jeden besondern Fall, von der gemeinen Theorie bestimmen zu können; daher legt man dieselbe, ihrer Unvollkommenheit ungeachtet, bey der Berechnung der Kraft des Windes auf Maschinen zum Grunde.

75) **Die Kraft des Windes auf ein Element eines Windmühlenflügels, welcher mit einer gegebenen Geschwindigkeit umläuft, zu bestimmen.**

ab Fig. 38. bezeichne ein Element eines Windmühlenflügels (etwa an der Stelle seines Schwerpunctes), dessen Breite der Breite des Flügels gleich, dessen Höhe aber sehr klein ist; cd drucke die Richtung und Geschwindigkeit des mit der Axe parallelen Luftstrohms $= C$ aus. Man zerfälle dieselbe in einen mit dem Element parallelen und auf es senkrechten Theil ca, cf. Bloß der letztere Theil wirkt auf den Flügel. Nun weiche das Element ab vermöge des bereits erhaltenen Stoßes mit einer Geschwindigkeit ce $= c$ in einer Tangente eines auf die Axe senkrechten Kreises aus. Die Geschwindigkeit c läßt sich ebenfalls in eine mit dem Flügel parallele ek und eine auf ihn senkrechte cg zerlegen, die letzte von cf abgezogen, läßt die relative Geschwindigkeit gf, mit welcher der Wind senkrecht auf den umlaufenden Flügel wirkt. Der Neigungswinkel der Axe oder des

Windes mit der Ebene des Flügels dca heiße $= \gamma$, so erhält man $cf = C \sin. \gamma$, $cg = c \operatorname{cosin.} e cg = c \cos. \gamma$, folglich gf oder die relative auf den Flügel wirkende Geschwindigkeit des Windes $= C \sin. \gamma - c \operatorname{cosin.} \gamma$, daher der Stoß des Windes auf das Element ab, dessen Größe $= e^2$ heißen soll, nach der gewöhnlichen Theorie $e^2 \left(\frac{C \sin. \gamma - c . \operatorname{cosin} \gamma}{4g}\right)^2 = S$.

Der Stoß S wirkt nach einer auf die Ebene des Flügels senkrechten Richtung cH, da aber der Flügel bloß nach der Richtung ce ausweichen kann, so wird nur der Theil CM des Stoßes $= S . \operatorname{cosin.} \gamma$ auf die Umdrehung des Flügels verwendet. Man hat daher die bewegende Kraft an dem Element ab $= \frac{e^2}{4g}$ $(C \sin. \gamma - c \operatorname{cosin.} \gamma)^2 . \cos. \gamma$, und das mechanische Moment dieser Kraft $= \frac{e^2}{4g} (C \sin. \gamma - c . \cos. \gamma)^2 c \cos. \gamma$, wenn man das specifische Gewicht der Luft $= 1$ setzt.

Das Moment würde für alle Elemente $= e^2$ gleich groß seyn, wenn die Geschwindigkeit c für alle Elemente gleich groß wäre. Diese Geschwindigkeiten verhalten sich aber bey verschiednen Elementen, wie die Halbmesser der Kreise, zu welchen sie als Tangenten gehören, oder wie die senkrechten Abstände der Elemente von der Umdrehungsaxe der Flügel. Man müßte daher für jedes Element die Rechnung besonders führen, und die Summe der einzelnen Momente zusammen nehmen, um das mechanische Moment des ganzen Flügels zu erhalten, und da, wenn die Rechnung ganz scharf geführet werden soll, unzählich viele Elemente addiret werden müssen, so führet die Aufgabe die Kraft des Windes gegen einen ganzen Windflügel zu bestimmen, auf die Rechnung des Unendlichen.

Man nähert sich indessen der Wahrheit für die Ausübung schon hinlänglich, wenn man die Höhe der Elemente nicht über 4 – 6 Fuß groß annimmt und ihre einzelnen gefundenen Momente addiret.

76) Die Bedingungen zu finden, unter welchen das §. 75. gefundene mechanische Moment eines Elementes des Windflügels ein Größtes wird.

Der für das mechanische Moment gefundene Ausdruck enthält 2 veränderliche Factoren $(C \sin. \gamma - c \cos. \gamma)^2$ und $c \cosin. \gamma$. Der erste, welcher das Quadrat der relativen Geschwindigkeit ausdrückt, wird desto größer, je größer $C \sin. \gamma$ gegen $c . \cos. \gamma$ ist; dieß geschieht, wenn γ sich einem rechten Winkel nähert, doch darf γ nicht völlig ein rechter werden, weil sonst der zweyte Factor $c \cosin. \gamma$, folglich auch das Produkt $= 0$ würde.

Der Werth von c darf, wie leicht erhellet, ebenfalls nicht über eine bestimmte Gränze wachsen, weil sonst $c \cosin. \gamma = C \sin. \gamma$, und der Effect des Windes ebenfalls $= 0$ werden könnte. Die Erfahrung hat gelehret, daß die Umlaufsgeschwindigkeit der Flügel an ihrem äußern Umfang die dreyfache Geschwindigkeit des Windes nicht viel übertreffen dürfe. Dieß giebt $c = 1,5 C$, wenn man unter c die Geschwindigkeit des Flügels am Schwerpunct versteht, und alsdann findet man ferner den größten Werth für das Produkt $(C \sin. \gamma - c . \cos. \gamma)^2$ $c \cosin. \gamma$, wenn man $\gamma = 72^\circ$ setzt. Dieß stimmt ebenfalls mit der durch die Erfahrung erprobten vortheilhaftesten Neigung der Flügel gegen die Axe überein, wenn, wie bisher vorausgesetzt wurde, die Fläche der Windflügel eben ist, und ihre Figur ein Rectangel bildet. Indessen erhellet aus dem §. 75. gefundenen Ausdruck für das mechanische Moment des Windstoßes auf ein Element des Flügels, daß dieß Moment bey ebenen Windflügeln nicht für alle Elemente gleich groß seyn könne.

Da nämlich die relative Geschwindigkeit des Windes nach der auf den Flügel senkrechten Richtung = $C \sin. \gamma - c \operatorname{cosin}. \gamma$ ist, so wird dieselbe für einen unveränderlichen Werth von γ desto kleiner werden, je größer $c \operatorname{cosin}. \gamma$ wird, d. i. je größer c wird.

Soll die Geschwindigkeit für alle Elemente des Flügels einerley bleiben, so muß

$$C \sin. \gamma - c \cos. \gamma \text{ oder } C - c \frac{\cos. \gamma}{\sin. \gamma} = C - \frac{c}{\operatorname{tang}. \gamma}$$

eine unveränderliche Größe bleiben. Das geschieht, wenn die Geschwindigkeiten der einzelnen Elemente oder ihre Entfernungen von der Umdrehungsaxe sich wie die Tangenten ihrer Neigungswinkel von der Axe verhalten. Maclaurin schlug daher vor, die Windflügel nach dieser Regel zu krümmen, wodurch sie eine etwas convex gekrümmte Oberfläche dem Wind darbieten. Die Erfahrung hat aber gelehret, daß es noch vortheilhafter sey, die Flügel so zu krümmen, daß sie dem Winde eine convexe Fläche darbieten.

Die Vorschrift der Practiker ist folgende: man theile die Höhe des Flügels in 6 gleiche Theile und gebe den Sprossen, von der Axe an gerechnet, folgende Neigungen

$$72^{\circ}\ 71^{\circ}\ 72^{\circ}\ 74^{\circ}\ 77\frac{1}{4}^{\circ}\ 83^{\circ}.$$

77) Anmerkung. Wegen der Ungewißheit, die bis jetzt noch in den Gesetzen des Stoßes elastischer Flüssigkeiten herrscht, wird man am sichersten gehen, wenn man den Effect der Kraft an Windflügeln nach gut angestellten Erfahrungen beurtheilet. Hr. Smeaton hat in dem 51ten Band der Londner Transactionen lehrreiche Versuche über die Kräfte des Wassers und Windes, um Mühlen oder andere gleichförmig sich bewegende Maschinen zu betreiben, mitgetheilet. Die Abhandlung findet sich übersetzt in Geislers Beschreibung von Instrumenten und Kunstwerken 4ter Theil. Die Art wie Smeaton seine Versuche über die Kraft an Wind-

mühlen anstellte, bestand im Wesentlichen darin. An einer lothrecht stehenden Welle, die durch ein an ihr befestigtes, und um sie geschlagenes Seil in eine drehende Bewegung gesetzt werden konnte, gieng ein horizontaler Arm hervor, der an seinem Ende eine kleine Welle mit 4 Windflügeln trug, die Welle der Flügel war unter einem rechten Winkel auf dem horizontalen Arm befestigt, und konnte durch Umdrehung der stehenden Welle mit jeder verlangten Geschwindigkeit gegen die Luft bewegt werden, wodurch die Flügel zum Umlauf gebracht wurden. Um die Welle war eine feine Schnur geschlagen, welche von ihr über mehrere Rollen gieng, und an ihrem einen Ende eine lothrecht herabhängende Wagschaale mit Gewichten trug. Die gleichförmige Umdrehung der lothrechten Welle mit ihrem wagrechten Arm, und der Axe der Windflügel wurde durch Beobachtungen eines an der Maschine angebrachten Pendels erhalten. Aus der Umlaufsgeschwindigkeit der Windflügelaxe ergab sich die Geschwindigkeit der anstoßenden Luft, aus der Zahl der Umläufe der Flügel und ihren Abmessungen, ihre Geschwindigkeit, und endlich aus dem Produkt des gehobenen Gewichtes mit der Wagschaake multiplicirет in seine Geschwindigkeit, der mechanische Effect. Die nachstehenden Sätze enthalten die vorzüglichsten Folgerungen aus den Smeatonischen Versuchen.

1) Der mechanische Effect ist am größten, wenn die Umlaufsgeschwindigkeit am äussern Umfang der Flügel bey ebenen rechteckichten Flügeln 3,3, bey hohlgewundenen Flügeln 2,6 der Geschwindigkeit des Windes ist.

2) Bey Flügeln von verschiedener Gestalt, aber gleichen Abmessungen, sind die größten mechanischen Effecte bey gleichen bewegenden Kräften in folgenden Verhältnissen

ebene rechteckigte Flügel	—	—	10,6	Effect
nach Maclaurin gewundene	—	—	12,0	—
hohl nach 76. §. gewundene	—	—	14,6	—
hohl gewundene trapezoidische	—	—	15,0	—

Die trapezoidischen Flügel waren oben breiter als unten, im Verhältniß von 5 : 3, und die äussere Breite betrug $\frac{1}{3}$ von dem Halbmesser des Flügels.

3) Die Wirkungen von einerley Flügeln bey verschiedenen Geschwindigkeiten des Windes verhalten sich beynahe, wie die Würfel der Geschwindigkeiten des Windes. Bleibt aber die zu wältigende Last stets dieselbe, so wachsen die Wirkungen bey kleinen Unterschieden der Geschwin-

digkeiten im quadratischen Verhältniß, bey größern Unterschieden im einfachen Verhältniß der Geschwindigkeiten.

4) Bey Flügeln von ähnlicher Bauart und Lage, verhalten sich die Zahlen der Umläufe in gegebener Zeit, wie die Halbmesser der Flügel, die Wirkungen wie die Quadrate der Halbmesser.

78) Anmerkung. Die vorstehenden Smeatonischen Beobachtungen auf Maschinen im Großen anzuwenden, dienet folgendes: In England pflegt man den Windmühlenflügeln durchgängig einen Halbmesser von 30 Fuß bey einer Breite von 8 Fuß zu geben, die unterste Sprosse steht $4\frac{1}{2}$ Fuß von der Axe ab, und die Höhe des Flügels beträgt $25\frac{1}{2}$ Fuß. Nun hat die Erfahrung gelehret, daß solche Flügel, wenn sie von der gewöhnlichen Art sind etwa 13 Umgänge in einer Minute nach einer mittlern Schätzung machen. Dieß giebt eine Geschwindigkeit von 40,8 Fuß am äussern Umfang, also, nach dem ersten Grundsatz von Smeaton, eine mittlere Geschwindigkeit des Windes von 12 Fuß in 1 Secunde.

Nach einem Versuch von Smeaton oben ähnliche kleinere nach holländischer Art concav gestellte Flügel, welche 21 Zoll im Halbmesser hatten, 17,52 ℔. 6,12 Fuß hoch in einer Minute. Das mechanische Moment ist = 107 ℔. Bey 12 Fuß Geschwindigkeit würde das Moment nach dem 3ten Grundsatz dreymal so viel betragen haben, oder = 321 ℔. gewesen seyn.

Hieraus hat man ferner nach dem 4ten Grundsatz das Moment von 30 Fuß langen Flügeln

$$= \left(\frac{30 \cdot 12}{21}\right)^2 \cdot 321 \text{ ℔.} = 9405,3 \text{ ℔.}$$

als den mechanischen Effect von 4 Flügeln in einer Minute. Setzt man das größte Moment eines Menschen in einer Secunde = 90 ℔., in einer Minute = 5400 ℔., so würden die obigen Windflügel so viel als 18 Menschen leisten. Ebene rechteckigte Flügel würden aber, da ihr Effect in dem Verhältniß von 14,6 : 10,6 kleiner ist, nur etwa soviel als 13 Menschen ausrichten.

Unter dem gefundenen Effect ist die gesammte Reibung mit begriffen, welche bey Windmühlen, wegen des ansehnlichen Gewichtes der großen Welle mit ihren Flügeln, und dem bey 2 Fuß dicken Wellenzapfen sehr beträchtlich ausfällt.

Es sey z. B. das Gewicht der Flügel mit Welle = 4000 ℔. der Reibungsquotient = $\frac{1}{8}$, (größer darf man ihn wohl bey einem Zapfen von 2 Fuß im Durchmesser der gut poliret, und mit Metall umgeben ist, nicht setzen) so erhält man für das Moment der blos von dem Gewicht der Flügelwelle herrührenden Reibung = 500 ℔. Dividiret man das oben gefundene mechanische Moment 94053 ℔. durch die Geschwindigkeit des Schwerpunctes der Flügel in einer Minute, welche man nach den oben angeführten Beobachtungen = $\frac{40 \cdot 6}{2}$. Fuß setzen kann, so ergiebt sich die Kraft im Schwerpunct der Flügel = $\frac{94053}{1200}$ = 78 ℔., und deren Moment = 15 . 78 ℔. ungefehr, = 1170 ℔. Daher verzehret die gesammte Reibung an Windmühlen etwa die Hälfte der Kraft.

79) Die Einrichtung von Kammrad und Getriebe bey einer vom Winde getriebenen Getreidemühle zu bestimmen, kömmt es vor allen Dingen darauf an, daß man die mittlere Geschwindigkeit des an der Stelle herrschenden Windes, wo die Mühle erbaut werden soll, kenne. Dürfte man dieselbe mit Smeaton = 12 Fuß in einer Secunde, und dabey 13 Umläufe der Flügel in einer Minute setzen, so würde man dem Kammrad höchstens 7mal so viel Zähne als dem Getriebe geben dürfen, da man gewiß voraussetzen kann, daß nicht selten ein doppelt so schneller Wind wehe, wobey der Läufer schon über 180 Umläufe in einer Minute machen würde. Ueberhaupt erhellet hieraus, daß überall, wo sehr unregelmäßige Winde herrschen, wie in bergigten und weit landeinwärts gelegenen Gegenden, die Getreidewindmühlen wegen ihrer ungleichförmigen Bewegung nicht viel taugen; hingegen sind sie desto vortheilhafter in den flachen und niedrigen Seegegenden, wo fast das ganze Jahr hindurch regelmäßige Winde wehen.

80) Um die bey verticalen Windflügeln erforderliche Stellung der Axe nach der Richtung des Windes zu

vermeiden, hat man horizontale Windflügel erdacht, welche sich um eine feststehende verticale Axe drehen.

Soll die Fläche solcher Flügel von dem Stoß des Windes senkrecht getroffen werden, so muß die Einrichtung der Flügel so beschaffen seyn, daß sie, wenn sie dem Wind entgegen gehen, nicht von ihm getroffen werden, weil sonst gleiche entgegengesetzte Stöße einander aufheben würden. Dieß ließ sich auf mehrere Art bewerkstelligen etwa durch Klappen, welche sich öffnen, sobald der Flügel dem Winde entgegen geht. Eine ganz sinnreiche Einrichtung von horizontalen Windflügeln stellt Fig. 39. vor. Ich habe sie aus dem Journal für Fabriken, Handlung und Mode 1798. entlehnt.

Die Figur ist ein horizontaler Grundriß der Windflügel, A ist der Querschnitt der verticalen Welle, an welcher 4 horizontale Arme, A B ins Kreuz befestiget sind. An den Enden der Arme sind Stangen oder Masten B lothrecht aufgerichtet, um welche sich die Ebene der Flügel a a an Scharnieren drehen. An den Aermen BB sind kleine Stifte oder Querstücke c befestiget, welche den Flügeln zu Unterstützungspuncten dienen, wenn sie von dem Winde senkrecht getroffen werden. d, d sind Balanciergewichte, welche vermittelst Stangen mit den Flügeln verbunden, und in verschiedenen Entfernungen von ihnen befestiget werden können. Trifft nun der Wind nach der Richtung P Q die Ebene des ersten Flügels, so kommt derselbe, und mit ihm die Welle, nach der Richtung 1,2 in Umlauf. Sobald der Flügel über die Hälfte eines Quadranten zurückgelegt hat, dreht das Balanciergewicht d vermöge seiner Schwungbewegung den Flügel um die Scharnirre B und bringt ihn nach Vollendung des ersten Quadranten in die Lage 2, nach Vollendung des zweyten Quadranten in die Lage 3; hier wird er durch das Seil a c verhindert sich noch weiter umzudrehen, und kommt während der Beschreibung des dritten Quadranten durch den Widerstand der Luft wieder zurück in die Lage 4, die nun während der Revolu-

tien des vierten und der Hälfte des ersten Quadranten unveränderlich bleibt, und den Stoß des Windes empfängt. Hieraus erhellet, daß vermöge dieser Einrichtung jederzeit ein Flügel den Stoß des Windes senkrecht auffängt, indeß die übrigen drey mit ihm parallel stehen, und nicht getroffen werden. Eine andere von Wisemann erfundene Eintichtung einer horizontal umlaufenden Windmühle mit schief gegen die Aerme BB festgestellten Segeln findet man aus dem Repert. of Arts and Manufact. übersetzt in Geislers Beschreib. von Instrum. 8ten Theil.

81) Man hat als einen besondern Vorzug der horizontalen Windflügel angerühmt, daß sie den Stoß des Windes senkrecht auffiengen, und daher einen größern Effect als die schief gegen den Wind gestellten verticalen Flügel leisteten. Daß diese Behauptung im Allgemeinen unrichtig ist, erhellet, wie folgt: Der senkrechte Stoß des Windes auf einen horizontal umlaufenden Flügel würde = 0 seyn, wenn sich der Flügel eben so geschwind als der Wind fortbewegte, die Geschwindigkeit der Flügel muß daher jederzeit geringer als die Geschwindigkeit des Windes seyn. Ich nehme an, die Wirkung sey ein Größtes, wenn die Geschwindigkeit des Flügels = $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des Windes ist. ab Fig. 40. stelle die Größe eines senkrecht vom Winde getroffenen Flügels, bc die Geschwindigkeit des Windes = 1, bd die Geschwindigkeit des Flügels = $\frac{1}{3}$ vor, so ist dc = $\frac{2}{3}$, die relative Geschwindigkeit, welche den Stoß verursacht, und man kann die Größe des Stoßes durch $\frac{4}{9}$ ab ausdrücken. Unter diesen Voraussetzungen ist das mechanische Moment des Stoßes = $\frac{4}{9}$ ab. bd = $\frac{4}{9}$ des Parallelogramms abde. Nun sey af Fig. 40.* ein schief gegen den Wind stehender Flügel, welcher von ihm nach der Richtung und mit der Geschwindigkeit fc = bc = 1 Fig. 40. getroffen wird, aber bloß nach der Richtung ab weichen kann. Es sey

ae die Geschwindigkeit des ausweichenden Flügels, so ist fg die Geschwindigkeit, womit der Flügel nach der Richtung des Windes ausweicht, und gc die relative Geschwindigkeit des Windes, sie sey wie bey dem senkrechten Stoß $= \frac{2}{3}$ fc $= \frac{2}{3} \cdot 1$.

Dieß giebt den Stoß nach der Richtung fc $= \frac{4}{9}$ ab, und nach der Richtung ab, nach welcher der Flügel weichen kann $= \frac{4}{9}\, ab \,.\, \frac{fb \,.\, ab}{af^2}$, vermöge der Zerlegung der Kräfte, und das Moment dieses Stoßes

$$= \frac{4}{9}\, ab \,.\, \frac{fb \,.\, ab}{af^2} \,.\, ae,$$

aber $fb : ab = fg : ae$

oder $ae = \frac{ab \,.\, fg}{fb}$;

folglich das mechanische Moment des Stoßes auf den schiefen Flügel $= \frac{4}{9}\, ab \,.\, \frac{ab^2}{af^2} \,.\, fg$.

Nun ist $\frac{4}{9}\, ab \,.\, fg = \frac{4}{9}\, ab \,.\, bd$ Figur 40. oder die mechanischen Momente des senkrechten und schiefen Stoßes verhalten sich $= 1 : \frac{ab^2}{fa^2} = fa^2 : ab^2$, Nach der gewöhnlichen Stellung der verticalen Windflügel fällt ab zwischen die Werthe von fa sin. 70° — sin. 80°. Dieß giebt $\frac{ab^2}{fa^2}$ im Mittel $= 0{,}93$ nur wenig von 1 unterschieden, folglich das mechanische Moment auf einen verticalen Flügel nur weniges geringer als auf den horizontal umlaufenden. Bedenkt man nun, daß bey den vertical umlaufenden Windflügeln 4 Flügel zugleich vom Winde getroffen werden, indeß bey den horizontalen nur einer von dem Wind senkrecht getroffen wird, so ist wohl

keinem Zweifel unterworfen, daß der Vortheil des mechanischen Effects auf Seiten der verticalen Windflügel sey. Hierzu kommt noch, daß sie eine größere Umlaufsgeschwindigkeit als die horizontalen Flügel annehmen, und daher auch vermöge ihrer größern Schwungkraft und Beharrungsvermögen eine gleichförmigere Bewegung, folglich einen größern ökonomischen Effect bewirken.

Diese Behauptungen hat auch die Erfahrung bisher vollkommen bestätiget.

Saugwerken jederzeit vorausgesetzt wird) die höchste Stelle des Kolbens CD liege noch keine 32 Fuß über der Oberfläche des Wassers AB erhaben. Nun erst ist die Pumpe mit Wasser gefüllt, und in dem Beharrungsstand, welcher bey dem Effect dieser Maschine eigentlich in Betracht kommt.

Sinkt der Kolben wieder nieder, so dringt das Wasser durch seine Oeffnung über das Kolbenventil. Hierbey verwechseln der Kolben und das Wasser bloß ihre Stellen, ohne daß dieses weiter gehoben würde, vorausgesetzt, daß der Raum der sich in das Wasser eintauchenden Kolbenstange gegen den Raum des Stiefels nicht in Betracht komme; sobald der Kolben aufs neue gehoben wird, treibt er die über ihm stehende Wassersäule vor sich her zur Gußöffnunng C hinaus.

83) Anmerkung. Aus der vorstehenden Beschreibung erhellet, daß ein einfaches Saugwerk blos während dem Kolbenhub Wasser ausgießet. Sollte es während dem Niedergang des Kolbens gleich viel Wasser geben, so müßte der Raum der ins Wasser beym tiefsten Kolbenstand tretenden Kolbenstange halb so groß, als der Raum des Kolbenhubs seyn. Hierdurch würde zwar an der gesammten Wassermenge während eines Kolbenspieles nichts gewonnen, weil nun der Kolbenhub gerade so viel weniger giebt, als durch den Niedergang des Kolbens erhalten wird, aber die Wirkung der Kraft wird gleichförmiger durch das ganze Kolbenspiel vertheilet.

84) Die Bedingungen des Gleichgewichts zwischen Kraft und Last an der Kolbenstange eines einfachen Saugwerks für den Beharrungszustand zu finden.

Ich setze voraus, der Kolben sey im Aufsteigen begriffen, an einer Stelle ef, deren lothrechte Höhe über den Wasserspiegel AB ich $= x$, und deren Tiefe unter dem höchsten Kolbenstand CD ich $= y$ setze, dabey sey der Querschnitt der Kolbenstange gegen den Querschnitt des Stiefels unbeträchtlich.

Die Höhe einer Wassersäule, welche dem Druck der Atmosphäre gleich ist, heiße B, die Grundfläche des Kolbens oder der Querschnitt des Stiefels heiße c^2, so hat man die Kraft, welche den Kolben während dem Aufsteigen niederdrückt $= (B + y)\ c^2$,
die Kraft, welche ihn in die Höhe presset $= (B - x)\ c^2$,
jene wirkt der hebenden Kraft V an der Kolbenstange entgegen, diese kommt ihr zu Hülfe, daher hat man für den Zustand des Gleichgewichts

$$V = (B + y)\ c^2 - (B - x)\ c^2 = (y + x)\ c^2.$$

$y + x$ ist der lothrechten Höhe AC gleich, oder die zum Hub nöthige Kraft am Kolben ist dem Gewicht einer Wassersäule gleich, welche die Höhe der Ausgußröhre über dem Wasserspiegel zur Höhe, und den Querschnitt des Stiefels zur Grundfläche hat. Man nenne die Höhe $x + y = A$, so hat man $V = A c^2$.

Hierzu kommt noch das Gewicht und die Reibung des Kolbens $= P + F$, daher die gesammte Kraft $= A c^2 + P + F$.

Während dem Niedergang des Kolbens, wo das Kolbenventil geöffnet ist, hat die Kraft nichts als die Reibung des Kolbens und den Widerstand des Wassers gegen seine ringförmige Grundfläche zu überwinden. Dieser Widerstand ist desto geringer, je kleiner die Geschwindigkeit des Kolbens und je größer die Oeffnung seines Ventils ist. Läßt man ihn außer Acht, so ist die Kraft während dem Niedergang des Kolbens $= F - P$, weil ihr das Gewicht des Kolbens zu Hülfe kommt. Hieraus erhellet, daß die Kraft bey dem einfachen Saugwerk während dem Niedergang des Kolbens beträchtlich geringer als während dem Hub ist. Die Ungleichförmigkeit der Wirkung der Kraft wird durch die (Anm. 83.) beschriebene Einrichtung nur zum Theil gehoben: man bringt daher meistens an dem Ende des Schwengels m eine Last Q an, welche der bewegenden Kraft

während dem Hub des Kolbens zu Hülfe kommt, ihr aber beym Niedergang des Kolbens entgegenwirkt.

85) Am sichersten und ohne Verlust an reinem Effect wird die ungleichförmige Wirkung der Kraft an Saugpumpen gehoben, wenn man ein oder mehrere Paar Pumpen so mit einander verbindet, daß die Hälfte aller Kolben in derselben Zeit einen Hub thut, während die andere Hälfte einen Niedergang oder Schub verrichtet. Fig. 42. stellt die Einrichtung vor, wodurch man zwey oder mehrere Paar Pumpen gewöhnlich in Bewegung zu setzen pflegt. aabb ist ein aus Stangen verfertigtes Kreutz, das um seinen Mittelpunct c um eine horizontale Axe beweglich ist. An den entgegengesetzten Enden bb einer Stange des Kreutzes sind die Kolbenstangen mittelst Scharnieren befestiget. Die hin und hergehende Bewegung wird dem Kreutz, wenn die Tiefe nicht über 32 Fuß beträgt, und nur ein Paar Pumpen zu betreiben ist, durch einen Schwengel vermittelst Menschenhänden mitgetheilt. Ist die Tiefe, woraus das Wasser gehoben werden soll, groß, und sollen mehrere Paar Pumpen zu gleicher Zeit getrieben werden, so bedienet man sich zur Bewegung des Kreutzes am besten einer sogenannten Stangenkunst, die die hin und hergehende Bewegung durch einen Krummzapfen erhält, der nach Beschaffenheit der Umstände durch Wasser, Wind, oder Thiere in Bewegung gesetzt werden kann. Man befestiget nämlich an einer Stange des Kreutzes aa, andere unter einander parallele Stangen a*a*, a*a*, welche selbst wieder von Entfernung zu Entfernung durch Queerstangen *a a* mittelst Scharnieren verbunden sind; alle Querstangen *a a* ruhen auf einer gemeinschaftlichen festen Unterstützung FF, und sind auf ihr um wagrechte Axen beweglich. Das eine Ende der Stangen wird an den Krummzapfen mittelst eines starken eisernen Ringes eingehängt. Ist nun z. B. der Krummzapfen an der horizontalen Welle

eines Wasserrades befindlich, so erhellet, wie durch den Umlauf des Wasserrades die Stange a α hin und hergeschoben, folglich die Kolbenstangen vermittelst des Kreutzes auf und nieder bewegt werden. Uebrigens zeigt die Figur, wie durch eine Pumpenstange die Kolben mehrerer unter einander stehenden Pumpen zu gleicher Zeit bewegt werden können. Das erste Paar schöpft das Wasser aus dem tiefsten Behälter A und gießet es in den höher liegenden B, aus diesem schöpft das zweyte Paar Pumpen, und gießet in den Behälter D u. s. w. Sollen lauter einfache Saugwerke gebraucht werden, so darf die lothrechte Höhe der Behälter A, B noch keine 32 Fuß betragen. In der Ausübung bey Bergwerken, wo man das Wasser zuweilen mehrere Hundert Fuße in die Höhe heben muß, weicht man hiervon ab, man legt die Behälter oft 60, 70 und mehrere Fuße hoch über einander, und macht dafür der Pumpen weniger. Wie es möglich sey, das Wasser auf solche Höhen durch ein Saugwerk zu bringen, erhellet also. Bisher wurde angenommen, der Ausguß C Fig. 41. lieg' unmittelbar über dem höchsten Kolbenstand; legt man ihn höher, so muß der Kolben, bey seinem Aufgang, die ganze über ihm befindliche Wassersäule bis zum Ausgußrohr heben. Es bezeichne e f den höchsten Kolbenstand, e h = H die Höhe der Wassersäule über dem Kolben bis zum Ausgußrohr, so hat man das Gewicht dieser Wassersäule über der Grundfläche des Kolbens (das spec. Gewicht des Wassers = 1 gesetzt) $= Hc^2$. Die zum Hub nöthige Kraft, wenn der Ausguß unmittelbar über dem höchsten Kolbenstand lag, war nach (§. 84.) $= Ac^2$, folglich ist hier die Kraft $= (A + H) c^2$, Reibung des Kolbens und Widerstand des Wassers bey Seite gesetzt.

Hieraus ergiebt sich, daß man H, oder die Höhe des Wasserstandes über dem Kolben nach Willkühr vergrößern könne, wenn man die Kraft hinlänglich vermehren kann. Solche Pumpen, welche das Wasser nicht bloß saugen, sondern zugleich heben, heißen Saug-

pumpen mit hohen Sätzen, die zuerst beschriebenen Saugpumpen mit niedrigen Sätzen.

86) Anmerkung. Ob es vortheilhafter sey mehrere Saugpumpen mit niedrigen Sätzen übereinander, statt einer mit einem hohen Satz anzulegen, wird sich aus der nächstfolgenden Betrachtung beantworten lassen, welche die Wirkungsart der Saugpumpen während der Bewegung näher erörtert. Die Fig. 42. abgebildete Einrichtung heißt eine Saugkunst, wenn nur ein Paar Pumpen da ist auch ein doppeltes Saugwerk, das Kreuz heißt das Kunstkreuz, die Stangenkunst, wenn sie weit fort bis zur bewegenden Kraft am Wasserrad geführet werden muß, Feldgestänge. Das Feldgestänge kann nicht immer gerade aus, sondern muß oft in Winkeln Berg auf, Berg ab u. s. w. geführet werden. Auf die hierzu erforderlichen Einrichtungen, welche, wenn sie zweckmäsig angelegt werden sollen, viele theoretische und practische Einsicht in der Maschinenlehre erfordern, kann ich mich hier nicht einlassen.

Hr. Langsdorf handelt hiervon umständlich im 25 und 26ten Kapitel seines Lehrbuches der Hydraulik.

87) Im 82sten §. wurde der einfachen Vorstellung wegen angenommen, daß der Kolben ef in seinem niedrigsten Stande dicht auf dem Boden des Stiefels ab Fig. 41. aufsitze. Bloß unter dieser Voraussetzung entsteht beym Hub des Kolbens unter demselben ein völlig luftleerer Raum. In der Ausübung verhält sich die Sache meistens wegen des zum Einbringen des Ventils nöthigen Spielraums so, daß der Kolben beym niedrigsten Stand xy noch von dem Boden des Stiefels entfernt bleibt. Der Raum xyba heißt der schädliche Raum der Pumpe. Er ist beym Anfang des Kolbenspiels, so wie die Saugröhre, mit atmosphärischer Luft gefüllt. Wenn der Kolben in seinen höchsten Stand gekommen ist, so dehnt sich die Luft aus dem schädlichen Raum unter den Kolben aus, und die Luft aus der Saugröhre folgt durch das Ventil, so lange sie eine größere Elasticität besitzt als die Luft unter dem Kolben. Da aber nach jedem Niedergang des Kolbens die Dichte der Luft in

dem schädlichen Raum immer wieder auf die Dichte der atmosphärischen Luft zurückgebracht wird, die Luft in der Saugröhre hingegen immer dünner wird, je höher bereits die Wassersäule i Z gestiegen ist, so könnte der Fall eintreten, daß die Luft im Stiefel nach dem Kolbenhub eben so dicht als in der Saugröhre wäre, alsdann würde das Wasser bey immer fortwährendem Kolbenspiel nicht weiter, und nie in den Stiefel, viel weniger über den Kolben kommen. Diese fehlerhafte Einrichtung einer Pumpe zu vermeiden, muß man die Bedingungen wissen, unter welchen sie eintritt.

Es bezeichne K den Raum des Kolbenhubs x y f e, s den schädlichen Raum, B = 32 Fuß.

Die Elastizität der Luft im Stiefel nach dem Kolbenhub ist $= \frac{S}{S+K}$ B, die Elasticität der Luft in der Steigröhre, wenn das Wasser bis Z gestiegen ist, ist = B — i Z, folglich für den Fall des Gleichgewichts

$$\frac{S}{S+K} B = B - i Z.$$

Soll das Gleichgewicht, während das Wasser durch die Saugröhre steigt, nirgends eintreten, so muß $\frac{S}{S+K} B < B - h$ seyn, wenn h die Höhe der Saugröhre bezeichnet, oder

$$h \ L \ B - \frac{S}{S+K} B, \text{ das ist}$$

$$h \ L \ \frac{K}{S+K} B.$$

Beyspiel. Es sey $S = \frac{1}{10} K$, giebt $h \ L \ \frac{10}{11} B \ L$ 29 Fuß.

Wenn nun gleich das Wasser nirgends mehr in der Saugröhre hängen bliebe, so könnte doch noch der — wie wohl seltnere — Fall eintreten, daß es oberhalb des Ventiles in dem schädlichen Raum irgendwo stehen bliebe.

Es erhellet, daß dieß nicht geschehen würde, wenn selbst $h + a x L \frac{K}{S + K} B$ wäre.

Die Algebra lehret, daß es schon nicht geschieht, wenn $h L \frac{K}{S + K} B$ und zugleich $h < a e$ oder $h = a e$ ist. Je kleiner der schädliche Raum S ist, desto vortheilhafter ist unter übrigens gleichen Umständen die Einrichtung des Saugwerks.

87) Die für den Zustand des Gleichgewichts (§. 84.) vorgetragene Berechnung der Kraft an Saugpumpen setzte den Kolben e f als ruhend voraus, denn bloß unter dieser Bedingung erleidet er einen Druck von unten nach oben $= (B - x) c^2$. Bewegt sich der Kolben und weicht dem nachfolgenden Wasser aus, so wird der Druck geringer und verschwindet ganz, wenn der Kolben eben so geschwind oder noch schneller als das nachfolgende Wasser steigt. Im letzten Fall wird der Kolben schon wieder zurückkehren, bevor der Raum im Stiefel sich mit Wasser gefüllt hat, und die Pumpe wird nicht so viel Wasser geben, als sie sonst vermöge ihrer Einrichtung geben könnte. Es entsteht daher die Frage, wie schnell sich der Kolben bewegen dürfe, damit das Wasser ihm während dem Hub stets folgen könne, ohne ihn weiter zu pressen. Am Anfang der Bewegung des Kolbens berühre ihn das Wasser in x y; so bald der Kolben in die Höhe geht, folgt ihm das Wasser in den leeren Raum nach, und die Geschwindigkeit, womit es dieß thut, hängt von der jedesmaligen Druckhöhe B – x ab; da diese Höhe veränderlich ist, und abnimmt, wie das Wasser steigt, so wird auch die Geschwindigkeit ungleichförmig seyn, indessen wird man eine für die Ausübung hinlängliche Genauigkeit erhalten, wenn man die zum mittlern Kolbenstand gehörige Druckhöhe B – x als die zur mittlern Geschwindigkeit des Wassers gehörige Höhe betrachtet. Da aber das Wasser wegen des

Widerstandes, den es in der Saugröhre findet, niemals die zur Druckhöhe gehörige Geschwindigkeit annehmen kann, so hängt die Aufgabe mit der: (Hydraulik 22.) die Geschwindigkeit des Wassers in einer Röhre von gegebener Länge und Durchmesser bey einer bestimmten Druckhöhe zu finden, zusammen. Versteht man unter dem dortigen L, D und H hier Länge und Durchmesser der Saugröhre, nebst der Druckhöhe B — x, so erhält man für die Geschwindigkeit des Wassers in der Saugröhre $v = \sqrt{\frac{478 \cdot B - x}{1 + 0{,}18 \cdot \frac{l}{d}}}$, wo l die Länge der Saugröhre und d ihren Durchmesser bedeutet. v, B, x beziehen sich in dieser Formel auf pariser Zolle.

Bequemer für die Ausübung ist es hier, diese Größe in Fußen auszudrücken, dieß verwandelt die Formel in $v = \sqrt{\frac{40 \; B - x}{1 + 0{,}18 \; \frac{l}{d}}}$. Hierbey wird vorausgesetzt, daß die Saugröhre geradlinig und überall von gleicher Weite sey; wäre dieß nicht, etwa das Bodenventil, oder andere Theile der Saugröhre merklich enger, so würde der Verlust an Geschwindigkeit noch größer seyn. Der Durchmesser des Stiefels heiße D, also das Verhältniß seines Querschnittes zum Querschnitte der Saugröhre $= D^2 : d^2$, dieß giebt die Geschwindigkeit des Wassers im Stiefel $= \frac{d^2}{D^2} v$, und eben so groß müßte unter der obigen Bedingung die Geschwindigkeit des Kolbens seyn.

Beyspiel. Es sey nach Belidor $l = 21{,}5$ par. Fuß, $x = 17$ Fuß, $B = 31$ Fuß, $d = 2\frac{1}{6}$ Zoll, $D = 6$ Zoll, folglich $d^2 : D^2 = 169 : 1296$. Dieß giebt $v = 14$ Fuß, und $\frac{d^2}{D^2} v = 1{,}8$ Fuß. Kav-

stens, welcher dieß Exempel in dem 18. Abschnitt seiner Hydraulik aus Belidor entlehnt, findet vermittelst der Integralrechnung nach der bernoullischen Theorie über die Beschleunigung des Wassers 1,6 Fuß für die gesuchte Geschwindigkeit. Da es weniger Nachtheil bringt, wenn der Kolben etwas zu langsam geht, weil alsdann an Kraft gewonnen wird, was an der Zeit verlohren geht, so könnte man auch mit Belidor für x den höchsten Kolbenstand im Exempel = 18 Fuß in Rechnung bringen, das gäbe v = 1,7 Fuß. Suchte man umgekehrt aus der gegebenen Geschwindigkeit = C des Kolbens, das Verhältniß vom Querschnitt der Saugröhre zum Querschnitt des Stiefels, so hat man $\frac{C}{v} = \frac{d^2}{D^2}$, wo man nur für v den Werth $\sqrt{\frac{40 . B - x}{1 + 0,18 \frac{x}{d}}}$ substituiren muß; es führet aber die Auflösung auf eine algebraische Gleichung vom 4ten Grad, wenn man d als unbekannt betrachtet. Man nehme daher d als bekannt an, und suche daraus v und D^2.

Je weiter und kürzer die Saugröhre ist, desto weniger widersteht sie der Bewegung, desto schneller kann der Kolben getrieben werden, und desto weniger Kraft geht für den Effect der Pumpe verlohren. Gewöhnlich macht man d = ⅔ D, es würde aber vortheilhafter seyn, den Durchmesser der Saugröhre nur so viel kleiner, als den Durchmesser des Stiefels zu machen, damit das Ventil noch auf dem ringförmigen Boden des Stiefels schließen könne. (Die Engländer befolgen längst diese Vorschrift).

88) Unter der Voraussetzung, daß der Kolben so schnell gehoben wird, als das Wasser folgt, ist die zur Betreibung des Saugwerks nöthige Kraft jederzeit $= Bc^2$, die Höhe des Kolbenstandes über dem Wasserspiegel mag beschaffen seyn, wie sie will. Kommt hierzu noch ein hoher Satz = H, so ist die gesammte Kraft ohne Reibung und Widerstand des Kolbens $= (H + B)c^2$. Es betrage im Beyspiel des vorigen Paragraphs die Höhe des Satzes über den Kolben, so viel als die Höhe des

Kolbens über dem Wasserspiegel = 18 Fuß, so ist die nöthige Kraft am Kolben beym Hub dem Gewicht einer Wassersäule von 49 Fuß Höhe über der Fläche des Kolbens gleich. Bewegt sich der Kolben mit einer Geschwindigkeit von 1,8 Fuß in einer Secunde, so muß die 18 Fuß hohe Wassersäule über dem Kolben mit derselben Geschwindigkeit fortgeschoben werden. Dieß erfordert ebenfalls Kraft; sie zu finden, sehe man den hohen Satz als eine Röhre von gegebenem Durchmesser und Länge an, und suche die zur Geschwindigkeit 1,8 Fuß gehörige Druckhöhe vermittelst Umkehrung der im vorstehenden Paragraph angeführten Formel aus der Hydraulik. Man schreibe für B — x hier H, so erhält man

$$\frac{v^2\left(1 + 0{,}18\,\frac{l}{d}\right)}{40} = H$$

im Beyspiel = $\frac{1}{8}$ Fuß.

Die Reibung an dem Umfang des Kolbens wird theils von der Größe des Umfangs, welche dem Durchmesser proportional ist, theils von der auf den Kolben drückenden Wassersäule abhängen. Nennt man jenen Durchmesser = D, die Höhe dieser Wassersäule = H, so findet Hr. Langsdorf aus Erfahrung die Reibung am Kolben dem Gewicht einer Wassersäule über dem Kolben gleich, deren Höhe in Fußen

$$= 0{,}1\ H\left(\frac{D}{D + 0{,}5} + 0{,}5\right) \text{ ist.}$$

Dieß gäbe in unserm Beyspiel = 0,1 . 18 = 1,8 Fuß, folglich die gesammte Kraft am Kolben = einer Wassersäule von 49 + $\frac{1}{8}$ + 1,8 Fuß = 51 Fuß nahe. Hier ist jedoch die zur Ueberwindung der Trägheit des Kolbens und seiner Stange nebst dem Widerstand derselben im Wasser nöthige Kraft außer Acht gelassen. Das Gewicht des Kolbens kommt nicht in Anschlag, weil es bey dem Niedergang der Kraft eben so zu Hülfe kommt,

wie es ihr bey dem Hub entgegen wirkt. Das Gewicht oder die schwere Masse des Kolbens, nebst Stange und Zubehör, heiße P; die Geschwindigkeit derselben = C, die Beschleinigung der Schwere in 1 Secunde = 2g, die Kraft der Schwere = 1, so hat man nach den Gesetzen beschleunigender Kräfte $2g : c = 1 : q = \frac{c}{2g}$, welches die beschleunigende Kraft am Kolben ausdruckt, folglich die bewegende Kraft $= q . P = \frac{PC}{2g}$, welche zur Ueberwindung der Trägheit des Kolbens verwendet wird.

89) Anmerkung. Hätte man das Wasser ohne hohen Satz durch zwey einfache übereinander stehende Saugpumpen von gleicher Einrichtung eben so hoch in gleicher Zeit heben wollen, so würde dazu die Kraft einer Wassersäule von 62 Fuß Höhe erforderlich gewesen seyn. Man nenne allgemein die Höhe der Wassersäule über dem Kolben als Grundfläche, deren Gewicht der bewegenden Kraft am Kolben gleich ist = K; so ist $K c^2$ der Ausdruck der Kraft, welche, wenn das Saugwerk doppelt ist, ununterbrochen wirkt. Für n paar Pumpen wäre die Kraft $n K c^2$.

Nun bezeichne t die Zeit, und a die Höhe eines Kolbenhubs, so ist $\frac{a}{t}$ die Geschwindigkeit des Kolbens und $n K c^2 . \frac{a}{t}$ das mechanische Moment der Kraft am Kolben, welches dem mechanischen Moment der bewegenden Kraft am Angriffspunct der Maschine gleich seyn muß. Heißt diese Kraft V, ihre Geschwindigkeit α, also das mechanische Moment $V \alpha$, so hat man $V \alpha = n K c^2 \frac{a}{t}$ woraus sich die Anordnung der Maschine bestimmt.

90) In den Fällen, wo die Höhe des höchsten Kolbenstandes über dem Wasserspiegel des Behälters = A beträchtlich geringer als B, und die Saugröhre

lothrecht stehend ist, würde die Belidorsche Vorschrift eine zu große, durch die Einrichtung der Maschine nicht wohl zu erhaltende, Geschwindigkeit des Kolbens geben, und überdieß zuviel Verlust an Kraft verursachen. In diesem Falle thut man besser, die Geschwindigkeit des Kolbens geringer, als die Geschwindigkeit des Wassers im Stiefel, anzunehmen, da dann durch den Druck des Wassers gegen die untere Fläche des Kolbens zugleich an Kraft gewonnen wird. Die Kraft zu bestimmen, welche der Kolben vom Druck des Wassers erleidet, suche man die zur Geschwindigkeit des Wassers im Stiefel, so wie die zur Geschwindigkeit des Kolbens gehörige Druckhöhe, und ziehe diese von jener ab, so erhält man die Höhe des Drucks auf den Kolben.

Dieß giebt diese Höhe $x = \frac{C^2}{4g} - \frac{d^4 v^2}{D^4 4g}$

$$= \frac{C^2 - \frac{d^4}{D^4} \cdot v^2}{4g}$$

wofür v^2 sein Werth $= \frac{40 X}{1 + 0{,}18 \frac{l}{d}}$

geschrieben werden muß, wenn X die Höhe des mittleren Kolbenstandes über dem Wasserspiegel bezeichnet.

Alsdann erhält man für das Saugwerk ohne hohen Satz mit Beyseitesetzung der Reibung und Trägheit des Kolbens $Kc^2 = (B - x) c^2$, welche Kraft bey dem doppelten Saugwerk ununterbrochen, bey dem einfachen aber blos während dem Hub wirkt.

91) Der Effect eines Saugwerks wird durch die Größe und Geschwindigkeit des Kolbenhubs bestimmt. Wenn c^2, a, t eben die Bedeutung wie 89 haben, so

druckt $c^2 a$ den körperlichen Raum des Kolbenhubs, $\frac{a}{t}$ die Geschwindigkeit des Kolbens aus.

Ist das Saugwerk einfach, so giebt es während der Zeit $2t$ so viel Wasser als ein Kolbenhub beträgt, ist es doppelt, doppelt so viel; sucht man die Wassermenge M in der Zeit T, so hat man

für das einfache Saugwerk $M = \frac{T}{2t} c^2 a$

für das doppelte $M = \frac{T}{t} c^2 a$

für das n doppelte $M = \frac{nT}{t} c^2 a$

Beyspiel. Der Kolbenhub eines doppelten Saugwerks betrage 2 Fuß, die Grundfläche des Kolbens $\frac{1}{2}$ Fuß, die Zeit des Kolbenhubs zwey Secunden, so giebt das doppelte Saugwerk in einer Minute 30 Cubikfuß Wasser.

92) Anmerkung. Aus dem bisherigen Vortrag ergiebt sich, daß der Effect einer Saugpumpe bey ungeänderter Kraft desto vortheilhafter ausfalle, je größer und schneller der Kolbenhub ist. Der Kolbenhub kann aber bey einerley Kraft desto größer und schneller seyn, je weniger Widerstand das Wasser in der Saugröhre und den Ventilen findet, und mit je größerer Kraft es gegen die untere Grundfläche des Kolbens stößet. Es ist daher gar nicht vortheilhaft, wie bey deutschen Anlagen von Saugwerken meistens zu geschehen pflegt, enge und hohe Saugröhren, und kurze und weite Stiefel zu wählen, wobey gewöhnlich der höchste Stand des Kolbens nicht viel niedriger, als die Höhe einer dem Druck der Atmosphäre gleichen Wassersäule ist.

Die Engländer arbeiten hierbey nach viel richtigern Principien der Hydraulik. Sie machen die Durchmesser ihrer Saugröhren eben so weit, oder nur wenige Zolle enger, als den Durchmesser der Stiefel, die Länge oder Höhe der lothrechtstehenden Saugröhre beträgt nicht über 12 — 14 Fuß, die Höhe des Kolbenhubs 5 — 10 Fuß, so daß der Kolben nie höher als 24 Fuß über den Was-

serspiegel zu stehen kommt. Die größere Höhe wird durch Aufsatzröhren über dem Kolben erhalten, welche in den englischen Bergwerken 60 — 120 Fuß betragen, und gewöhnlich einige Zolle weiter sind, als der Stiefel. Wegen dem niedrigen Kolbenstand dringt das Wasser mit einer beträchtlichen Geschwindigkeit in den Stiefel, und man kann dem Kolben selbst, ohne Nachtheil des Hubs eine größere Geschwindigkeit geben; sie beträgt bey den englischen Pumpen 1 — 3 Fuß in einer Secunde, je nachdem die die Pumpen treibende Kraft beschaffen ist. Die ansehnliche Höhe des Kolbenhubs bringt ausser der größern Wassermenge (die auch durch einen weitern Stiefel und kürzern Kolbenhub erhalten werden könnte) den Vortheil, daß die Summe der auf die Trägheit des Kolbens und der zu hebenden Wassersäule beym Anfang eines jeden Kolbenspieles zu verwendenden Kräfte, welche für den nutzbaren Effect der Maschine verloren gehen, vermindert wird.

Die genauere mechanische Struktur der in England üblichen Saug- und Hebepumpen betreffend, verweise ich auf Baaders vollständige Theorie der Saug- und Hebepumpen, Bayreuth 1797, in welcher Schrift man ausser einer neuen Theorie dieser Maschinen, manche treffliche Bemerkungen und practische Vorschläge zu ihrer Vervollkommnung findet.

Von den Druckwerken.

93) Die Einrichtung eines einfachen Druckwerks erläutert Fig. 43. In dem hohlen Cylinder AABB, dem Stiefel des Druckwerks, spielet der Kolben cc, welcher nicht wie bey dem Saugwerk durchbohret ist, auf und nieder. Am Boden des Stiefels befindet sich ein Ventil b, durch welches das Wasser bloß vermöge hydrostatischen Gesetzen in den Stiefel tritt, wenn der Kolben in die Höhe geht. Beym Niedergang des Kolbens schließt sich das Ventil b, und öffnet sich seitwärts das in die Steigröhre gehende Ventil d; das Wasser wird durch die Kraft des niedergehenden Kolbens seitwärts in die Höhe gepresset. Hier wirkt die Kraft bloß während dem Niedergang des Kolbens auf das Wasser,

während dem Aufgang hat sie nur die Reibung und Trägheit des Kolbens zu überwinden. Um die Wirkung der Kraft gleichförmig zu machen, verbindet man daher meistens zwey Druckwerke so mit einander, daß der Kolben in dem einen Stiefel drückt, während er in dem andern in die Höhe geht; beyde Druckwerke können übrigens das Wasser durch eine gemeinschaftliche Steigröhre in die Höhe treiben. Man nennt diese Vorrichtung ein doppeltes Druckwerk. Die Bewegung der Kolben wird, wenn das Druckwerk durch Menschenhände betrieben wird, meistens durch einen geradlinigen Hebel, die Druckerstange genannt, erhalten. Sonst kann man sich auch des Kreuzes und der bey den Saugwerken erwähnten Vorrichtung bedienen.

94) Die Kraft, welche den Kolben im Druckwerk niedertreibt, zu bestimmen.

Man denke sich über dem Kolben als Grundfläche eine Wassersäule BBdd, deren Höhe der Höhe der Ausgußmündung des Steigrohrs über dem Kolben gleich ist, so hält diese Säule dem Gewichte des Wassers in der Steigröhre das Gleichgewicht. Die Kraft am Kolben muß für den Zustand des Gleichgewichts eben so groß seyn, hierzu kommt bey der Bewegung des Kolbens die Kraft, welche seine Reibung und Trägheit überwindet, nebst derjenigen, welche erfordert wird, dem Wasser die verlangte Geschwindigkeit in der Steigröhre zu geben. Die letzte Kraft zu bestimmen, sehe man die Steigröhre als eine Röhrenleitung von gegebener Länge und Durchmesser an, und suche die zu der gegebenen Geschwindigkeit gehörige Druckhöhe nach §. 88. Hierbey wird vorausgesetzt, daß das Ventil c wenigstens eben so weit, als die Steigröhre sey, weil sonst der Widerstand derselben noch besonders in Rechnung kommen müßte. Das Bodenventil d wird am besten so weit gemacht, als es der Durchmesser des Stiefels AA erlaubt. Man thut wohl, beyde Ventile

gleich groß zu machen, und giebt nöthigenfalls der Mündung der Steigröhre in den Stiefel bey A eine conische Gestalt, wenn der Durchmesser der Steigröhre kleiner als der Durchmesser der Ventilöffnung wäre.

Man nenne die Kolbenfläche	$= c^2$
Höhe der Steigröhre über dem Kolben	$= A$
Länge der Steigröhre	$= l$
Durchmesser	$= d$
Geschwindigkeit des Wassers in der Steigröhre	$= v.$

so hat man für die am Kolben nöthige Kraft, durch die Höhe einer Wassersäule über dem Kolben ausgedrückt

$$= A + \frac{v^2}{40}\left(1 + 0{,}18\frac{l}{d}\right)c^2 = p;$$

wozu noch die nach (88) zu bestimmende Reibung und Trägheit des Kolbens kommt.

Beyspiel.	c^2	$=$	0,5 Quadratfuß
	d	$=$	4 Zoll
	l	$=$	60 Fuß
	A	$=$	50 Fuß
	v	$=$	4 Fuß
giebt	p	$=$	51,48 Fuß.

Der Durchmesser D des Stiefels oder Kolbens würde hier $= \sqrt{\frac{c^2}{0{,}785}} = 0{,}798$ Fuß $= 9{,}576$ Zoll seyn. Folglich $D^2 : d^2 = 92 : 16$, und die Geschwindigkeit des Kolbens in einer Secunde

$$C = \frac{16}{92} \cdot 4 = 0{,}7 \text{ Fuß}.$$

Die Reibung am Kolben würde nach (88) dem Gewicht einer Wassersäule von der Höhe $= 0{,}1 \cdot 51{,}48 \left(\frac{9{,}6}{10{,}1} + 0{,}5\right)$ $= 7{,}4$ Fuß seyn. Daher die gesammte Kraft mit Ausschluß der Trägheit des Kolbens und Zubehör einer Wassersäule von 58,88 Fuß Höhe gleichen.

Wäre das Druckwerk doppelt, so würde sich die für die Reibung gefundene Größe ebenfalls verdoppeln.

95) Der Effect eines Druckwerks ist durch die Größe des Kolbenschubs, und die auf denselben ver-

wendete Zeit bestimmt. Ist das Druckwerk doppelt, so darf man nur die Geschwindigkeit des Kolbens mit seiner Grundfläche multipliciren, um die in einer Secunde gehobene Wassermenge zu finden. Ist hingegen das Druckwerk einfach, so muß man die Größe eines Kolbenschubs durch die Zeit eines Hin- und Hergangs des Kolbens dividiren, um die Wassermengen in einer Secunde zu finden. Im Beyspiel des vorhergehenden Paragraphen würde für ein doppeltes Druckwerk die Wassermenge in einer Secunde 0,7.0,5 = 0,35 Cub. Fuß betragen, für ein einfaches Druckwerk 0,233 Cub. Fuß, wenn man auf den Kolbenhub halb so viel Zeit als auf den Druck oder Schub rechnet.

96) Anmerkung. Mit den Druckwerken haben die seit kurzem von dem Maschinendirector Mende in Freyburg bey den sächsischen Bergwerken angebrachten Hebesätze in so fern Aehnlichkeit, daß sie das Wasser ohne Beyhülfe des Drucks der Atmosphäre in die Höhe schaffen.

Man denke sich in Fig. 43. das Ventil d, nebst der Steigröhre AD hinweg, dagegen den Kolben CC durchbohret, und ein Ventil in demselben wie bey den Saugpumpen angebracht. Wird nun die Kolbenröhre in gleicher Weise bis zur Stelle dd, wo das Wasser ausfließen soll fortgeführet, so erhält man einen sogenannten Hebesatz. Das Wasser tritt vermöge hydrostatischen Gesetzen unter den Kolben cc, und bey dem Niedergang des Kolbens durch dessen Ventil in die Höhe. Beym abermaligen Aufgang des Kolbens wird das über dem Kolben befindliche Wasser mit gehoben, und dagegen tritt neues Wasser unter den Kolben, welches beym zweyten Niedergang über den Kolben kommt. So geht es fort, bis sich nach und nach der ganze Satz BBdd mit Wasser gefüllt hat, da alsdann bey jedem Kolbenhub, so viel Wasser hinausgeschafft wird, als der Raum des Kolbenhubs beträgt. Man nenne die Höhe Bd = A, so hat man die Kraft am Kolben für den Zustand des Gleichgewichts = Ac^2, eben so groß, als die Kraft einer Saugpumpe, welche das Wasser auf die Höhe A schaffen soll. Im Zustand der Bewegung gewähret der Hebesatz Vortheile vor der Saugpumpe, weil das Wasser über dem Kolben keine größere Geschwindigkeit, als der Kolben selbst

selbst anzunehmen braucht, da es hingegen in der engern Saugröhre wegen der vermehrten Geschwindigkeit so wohl, als wegen der Reibung und Trägheit mehreren Widerstand findet. Hierzu kommt noch, daß man bey dem Hebesatz die Geschwindigkeit des Kolbens nach Willkühr vermehren kann, hingegen bey dem Saugwerk dieß nicht thun darf, ohne an dem Effect zu verlieren (87), und für den Fall, wenn man den größten Effect erhält, muß man den ganzen Druck der Atmosphäre überwinden, wenn gleich die Höhe der gehobenen Wassersäule noch um einige Fuße geringer ist. Die über Saug- und Hebesätze von gleicher Höhe in Freyburg angestellten Versuche bestättigen dieses. Bey einer Höhe von 33 Fußen hob der Halbmesser in der halben Zeit noch etwas mehr Wasser, als der Saugsatz dessen höchster Kolbenstand 31 Fuß betrug. Bey einer geringern Höhe von 25 Fuß war der Unterschied des Effectes nicht so beträchtlich, aber doch blieb der Vortheil im Ganzen auf Seiten des Hebesatzes. Hierzu kommen noch einige Vortheile in der mechanischen Ausführung. Es ist leichter einen Hebesatz wasserdicht, als den Stiefel, die Ventile und Saugröhre einer Saugpumpe luftdicht zu machen, und zu erhalten, indem sich die Fehler bey jenem eher entdecken und verbessern lassen, als bey dieser, man ersparet das häufige Erneuern des Lederwerks an den Kolben u. s. w. Uebrigens ergaben die angestellten Versuche, daß von der angewendeten Kraft $= \frac{7}{10}$ blos auf die Bewegung des Wassers, $\frac{3}{10}$ auf Ueberwindung der Reibung verwendet wurden. Ich habe diese Nachricht aus dem Journal für Fabrik und Handl. Jun. 1798. entlehnt.

Von den vereinbarten Saug- und Druckwerken, und den Feuerspritzen.

97) Wenn das Bodenventil eines Druckwerks nicht unmittelbar in dem Wasser steht, welches in die Höhe gedruckt werden soll, sondern von dem Ventil ein Saug- oder, wie es bey Feuerspritzen heißt, Zubringerohr, nach dem Wasser geht, so erhält man ein vereinbartes Saug- und Druckwerk. Fig. 44. stellt ein doppeltes vereinbartes Saug- und Druckwerk vor. A, A sind die beyden Stiefel, worin die Kolben c c auf- und

niederspielen, von den Bodenventilen d d, gehen die Saugröhren d a, d a nach dem Wasserbehälter B B; ist derselbe weit entfernt, so kann man beyde Saugröhren auch zusammenführen, wie die Figur zeigt. Wenn der Kolben c in die Höhe geht, so drückt die Atmosphäre das Wasser durch die Saugröhre d a in den Stiefel unter den Kolben, beym Niedergang des Kolbens schliesset sich das Ventil d, dagegen öffnet sich seitwärts das Ventil e, und das Wasser wird durch die Steigröhre e f g in die Höhe gedrückt.

Die Einrichtung muß so getroffen seyn; daß der eine Kolben saugt, während der andere drückt, und wenn sie vortheilhaft seyn soll, so muß das Saugwerk in gleicher Zeit eben so viel Wasser geben als das Druckwerk fortschafft. Hierzu ist erforderlich, daß beyde Kolben während dem Auf- und Niedergang sich gleich schnell bewegen, und daß die Geschwindigkeit der Kolben nicht größer ist, als damit das Wasser dem aufsteigenden Kolben durch die Saugröhre stets folgen kann. Je weiter die Saug- und Steigröhre sind, desto weniger Widerstand leisten sie der Bewegung des Wassers, daher ist es am vortheilhaftesten, sie so weit zu machen, als der Schluß der Ventile erlaubt.

98) Die Kraft bey einem vereinbarten doppelten Saug- und Druckwerk zu bestimmen, welches eine vortheilhafte Einrichtung hat.

Wenn die Geschwindigkeit der Kolben $= C$, die Durchmesser der Steig- und Saugröhre $= d$, der Stiefel $= D$, die Höhe des höchsten Kolbenstandes über dem Wasserspiegel $= A$ und die Höhe der Ausgußmündung über dem tiefsten Kolbenstand $= H$, ferner die Längen der Steig- und Saugröhren gegeben sind, so berechne man nach (90.) die zum Saugwerk gehörige Kraft $= Kc^2$, und nach (93.) die zum Druckwerk gehörige Kraft $= p\,c^2$, und setze für das vereinte doppelte Saug- und Druckwerk die Kraft $= (p + K)c^2$, wozu

noch der von der Reibung und Trägheit der Kolben herrührende Widerstand kommt.

99) **Anmerkung.** Eine sehr nützliche Anwendung von den Druckwerken hat man bey den Feuerspritzen gemacht. Sie unterscheiden sich von größern gewöhnlichen Druckwerken dadurch, daß die ganze Maschine auf einem auf Rädern stehenden beweglichen Kasten ruht, welcher zugleich den Wasserbehälter B B abgiebt; die Kolben werden durch eine um die feste Unterstützung m bewegliche Druckerstange durch Menschenhände in Bewegung gesetzt. Die Steigröhre F G ist bey Feuerspritzen am besten ein lederner oder hänfner wasserdichter Schlauch, an dessen Ende ein metallenes Mundstück K G befestiget wird, welches sich bey G in eine conische Oeffnung endiget, der man vermittelst der Beweglichkeit des Schlauchs jede verlangte Richtung geben kann. Eine Feuerspritze muß mit Schläuchen von verschiedener Länge versehen seyn, damit man den Wasserstrahl nöthigen Falls auch durch Umwege an die brennende Stelle innerhalb eines Hauses leiten könne. Man verfertiget auch kleine tragbare Handspritzen, welche ein Mensch regieren kann; sie haben sich vorzüglich nach van Marums neuerlich angestellten Versuchen bey Löschung großer Brände bewähret gefunden, wenn sie frühe genug und zweckmäsig angewendet werden (man sehe Gren's n. Journal der Phys 4. B. 2. Heft). Es ist zur schnellen Löschung eines Brandes insbesondere erforderlich, daß der Wasserstrahl ununterbrochen fortdaure, damit der bereits gedämpften Flamme keine Zeit gelassen werde, aufs neue aufzulodern. Daher war die Anbringung des Heronsballs unter dem Namen des Windkessels bey den Feuerspritzen eine sehr wesentliche Verbesserung. Man stelle sich Fig. 44. zwischen den beyden Stiefeln A A, wie die punctirten Linien andeuten, einen im Querschnitt 4 — 6mal weitern Cylinder H H als die Stiefel vor, welcher von starkem Metall gearbeitet, und überall, bis auf die Oeffnungen e e, welche ihn mit den beyden Stiefeln, und die Oeffnung F, welche ihn mit der Steigröhre verbindet, verschlossen ist, so hat man die Vorrichtung, welche man den Windkessel nennt. Es ist, bevor die Kolben in Bewegung gesetzt worden sind, der ganze innere Raum des Windkessels mit Luft von der Dichte der atmosphärischen erfüllt, sobald das Kolbenspiel anfängt, treiben beyde Kolben wechselsweise das in

den Stiefeln befindliche Wasser durch die Ventile e e, in den Windkessel; verschließet man nun anfänglich die Oeffnung des Mundstücks G mit dem Finger, so wird die in dem Windkessel enthaltene Luft durch das aufsteigende Wasser in einen immer kleinern Raum bey i i zusammengepresset. Die Elastizität der eingeschlossenen Luft nimmt so lange nach dem marriottischen Gesetz (Aerost. 16.) zu, bis sie endlich der Kraft an den Kolben gleich wird. Oeffnet man in diesem Augenblick das Mundstück G, und setzt das Kolbenspiel fort, so wird ein ununterbrochener Wasserstrahl durch die Elastizität der in dem Windkessel eingeschlossenen Luft zur Oeffnung G mit gleichförmiger Geschwindigkeit herausfahren, wenn gleich die Kraft an den Kolben nie ganz gleichförmig wirken kann. Denn, da der Schub des einen Kolbens aufhöret, wenn der andere anfängt, so wird sich die Oberfläche des Wassers in dem Windkessel sehr nahe in einerley Höhe erhalten, folglich auch die Elastizität der in dem Windkessel eingeschlossenen Luft, welche hier die bewegende Kraft für den Wasserstrahl abgiebt.

Uebrigens braucht die bewegende Kraft an den Kolben eines mit einem Windkessel versehenen doppelten Saug- und Druckwerks nicht größer zu seyn, als ohne den Windkessel, vielmehr vermindert die letzte Einrichtung die Kraft noch, weil der Widerstand, welchen das Wasser in der Steigröhre findet bey einer gleichförmigen Geschwindigkeit geringer ist, als wenn es sich stoßweise bald schneller, bald langsamer bewegen muß.

100) Die Kraft zu bestimmen, welche zur Betreibung einer Spritze mit doppeltem Druckwerk von gegebenen Abmessungen erforderlich ist, wenn der hervorspringende Wasserstrahl eine verlangte Höhe erreichen soll.

Hier sind zwey Fälle zu unterscheiden:

1) Wenn das Mundstück der Spritze an einem kurzen Rohr befestiget ist, und der Wasserstrahl seinen Weg größtentheils durch die Luft zurücklegen muß;

2) wenn sich zwischen dem Mundstück und der Spritze ein längerer Schlauch befindet, welchen das Wasser zuerst zurücklegen muß, bevor es durch die Oeffnung des Mundstücks in die Luft springt.

Im ersten Falle suche man aus der gegebenen Strahlhöhe nach dem marriottischen Gesetz (§. 32. Hydraul.) die zugehörige Druckhöhe, welche man nach (§. 33. Hydraul.) wegen des Widerstandes, welchen das Wasser in dem conischen Mundstück erleidet, in dem Verhältniß von 83 : 100 vergrößern muß; die so gefundene Höhe multiplicire man mit der Grundfläche des Kolbens, so erhält man die Kraft durch eine Wassersäule über dem Kolben ausgedruckt, welche mit dem specifischen Gewicht des Wassers multipliciret die Kraft in Pfunden giebt. Es heiße die Strahlhöhe über der Gußmündung in Fußen $= h$, die Höhe der Gußmündung über dem niedrigsten Kolbenstand $= A$, so hat man für ein conisches Mundstück die zur Strahlhöhe gehörige Druckhöhe ebenfalls in Fußen ausgedruckt

$$= \tfrac{100}{83}\left(h + \frac{h^2}{300}\right) = \tfrac{100}{83}\ H.$$

folglich die Kraft am Kolben mit Ausschluß der Friction

$$= (A + \tfrac{100}{83} H)\, c^2 = \left(A + \tfrac{100}{83}\left(h + \frac{h^2}{300}\right)\right) c^2.$$

In dem zweyten Fall muß man ausser dem Widerstand des Wassers in dem Mundstück noch den Widerstand des Wassers in dem Schlauch, in Rechnung bringen, welchen man als eine Röhrenleitung von gegebener Länge und Durchmesser ansehen kann, durch die das Wasser mit einer gegebenen Geschwindigkeit fliessen soll. Man findet aber die Geschwindigkeit des Wassers im Schlauch, wenn man die zur Druckhöhe des Strahles gehörige Geschwindigkeit $= 2\sqrt{gH}$ berechnet, und diese Geschwindigkeit im Verhältniß der Querschnitte des Schlauchs zur Gußöffnung vermindert. Es heiße der Durchmesser der Gußöffnung $= \delta$, der Durchmesser des Schlauchs $= d$, die Geschwindigkeit des Wassers im Schlauch $= v$, so hat man $v = \frac{\delta^2}{d^2}\, 2\sqrt{gH}$, und

die zu v gehörige Druckhöhe oder die auf die Bewegung des Wassers im Schlauch verwendete Kraft nach §. 88. $= \frac{v}{40}\left(1 + 0{,}\frac{18\,l}{d}\right)$, wo l die Länge des Schlauchs in Fußen bezeichnet. Daher für die gesammte Kraft am Kolben im zweyten Fall

$$\left(A + \tfrac{100}{83} H + \frac{v^2}{40}\left(1 + 0{,}\frac{18\,l}{d}\right)\right) c^2 =$$

$$\left(A + \tfrac{100}{83} H + \frac{\delta^4}{d^4}\,\frac{gH}{10}\left(1 + 0{,}\frac{18\,l}{d}\right)\right) c^2,$$

wo A die Höhe vom niedrigsten Kolbenstand bis zur Gußmündung, H aber die zur Strahlhöhe in der Luft gehörige Fallhöhe bezeichnet.

Beyspiel zum 1ten Fall. Es sey der Durchmesser der Stiefel = 6 Zoll, die Strahlhöhe in der Luft = 86 Fuß, die Höhe der Gußmündung über dem niedrigsten Kolbenstand = 10 Fuß. Dieß giebt die zur Strahlhöhe gehörige Druckhöhe = 110 Fuß, und wegen des Widerstandes in der conischen Oeffnung $\frac{100}{83} \cdot 110 = 132{,}5$ Fuß, folglich die gesammte Druckhöhe = 142,5 Fuß. Die Grundfläche des Kolbens ist im Beyspiel = 0,785 . ¼ Quadratfuß = 0,196 □ Fuß, folglich die Kraft am Kolben mit Ausschluß der Friction = 0,196 . 142,5 = 27,9 Cubikfuß. Wollte man aus der Kraft am Kolben die nöthige Zahl von Arbeitern bey einer Spritze bestimmen, so müßte die Größe der Kraft eines Arbeiters, und das Verhältniß der Entfernungen der Angriffspuncte von Kraft und Last vom gemeinschaftlichen Bewegungspunct an der Druckstange gegeben seyn. Nimmt man nach Karstens Erfahrungen (siehe dessen Abhandlung über die vortheilhafteste Anordnung der Feuerspritzen, eine von der königl. Societät der Wissenschaften gekrönte Preißschrift Greifswald 1773, aus welcher das vorstehende Beyspiel entlehnt ist) die Kraft eines Menschen bey Feuerspritzen nach Abzug der Reibung = ⅔ Cubikfuß Wasser = 33 ℔., den Cubikfuß zu 50 ℔. gerechnet, bey einer Geschwindigkeit von 5 – 6 Fuß in einer Secunde, ferner das Verhältniß vom Hebelarm der Kraft zum Hebelarm der Last =

16 : 3 an, so erhält man die auf die Stelle der Kraft reducirte Last = $\frac{3}{16}$. 27 . 9 = 5,2 Cubikfuß; dividiret man mit $\frac{2}{3}$ Cubikfuß, so erhält man 8 Arbeiter. Bey dem von Karstens angestellten Versuch wurden zwar auch nur 8 Arbeiter angestellt, sie drückten aber nur wechselsweise an den beyden entgegengesetzten Enden der Drukkerstange, und konnten daher nur als 4 Arbeiter, welche ununterbrochen mit einer Kraft von $\frac{2}{3}$ Cubikfuß arbeiteten, angesehen werden. Diese Kraft konnten sie während der kurzen Zeit von 2 Minuten, die der Versuch dauerte anwenden, sie würden aber nicht lange ausgehalten haben. Die Spritze gab in dieser Zeit 20 Cubikfuß, oder in 1 Minute 10 Cubikfuß Wasser mittelst 58 Kolbenschlägen; die Höhe eines Kolbenschlags betrug 58 Zoll, folglich der Weg der Kraft oder die Geschwindigkeit in einer Secunde — 56 Zoll = 4 Fuß 8 Zoll, hieraus findet sich die Geschwindigkeit der Kolben = $\frac{3}{16}$. 56 = 10,5 Zoll = 0,875 Fuß. Hiernach hätte die ausgegossene Wassermenge in einer Minute = 60 . 0,196 . 0,875 = 10,29 Cub. Fuß seyn müssen. Der mindere Effect nach der Erfahrung konnte theils daher rühren, weil die Kolben nicht jedesmal ganz niedergedrückt wurden, theils auch daher, daß aus den Ventilen des Windkessels, bevor sie sich schlossen, etwas Wasser in die Stiefel zurück trat.

101) Anmerkung. Da es keineswegs gleichgültig ist, welche Verhältnisse die einzelnen Theile einer wohleingerichteten Feuerspritze untereinander haben, so theile ich aus der oben angeführten Schrift, die durch Theorie und Erfahrung erprobten Maaße einer Feuerspritze mit, welche durch 16 Mann, die wechselweise die Druckerstange mit einer Geschwindigkeit von $5\frac{1}{2}$ Fuß niederziehen, bearbeitet werden soll. Die Druckerstange muß in ihrem höchsten Stand 6 Fuß von dem Boden, worauf die Arbeiter stehen, entfernt seyn, die Höhe des Zugs beträgt 4 Fuß 2 Zoll. Es bezieht sich alles auf rheinl. Maaß.

	Fuß	Zoll
Weite der Stiefel im Lichten	—	6
Ganze Länge der Druckstange	11	—
Entfernung der Stiefel vom Mittel	—	14
Höhe des Kolbenzugs	—	$10\frac{2}{3}$
Weite der Knieröhren zwischen Stiefel und Windkessel	—	4

		Fuß	Zoll
Weite der Ventilöffnungen nicht unter	—	—	3
Höhe des Kolbens	— — — —	—	4
Höhe der Stiefel im Lichten	— —	—	19½
Durchmesser des Windkessels	— —	1	—
Höhe des Windkessels nicht über	— —	—	20
Durchmesser der Gußmündung	— —	—	$\frac{1}{2}$
bey einem langen Schlauch	— —	—	$\frac{11}{12}$

Die Spritze kann in einer Minute 14 Cubikfuß Wasser 76 — 80 Fuß hoch, mittelst eines 60 Fuß hohen Schlauchs aber gegen 100 Fuß hoch bringen. Der Durchmesser des Schlauchs, oder der Schlange, kann 2 — 2½ Zoll seyn. Man bringt wohl zuweilen bey den Feuerspritzen noch ein Saugwerk oder Zubringer an, welches dazu dienen soll, das Wasser von einem entfernten Ort, oder aus der Tiefe der Spritze zuzuführen. Hr. Karstens verwirft aber mit Recht solche Zubringer, denn 1tens verlieret man durch das Saugwerk an Kraft für das Druckwerk der Feuerspritzen, 2) wird die Feuerspritze dadurch zusammengesetzter und kostbarer, und endlich 3) ist ein Saugwerk viel wandelbarer als ein Druckwerk, und kann leicht während dem Gebrauch der Spritze Schaden leiden. Soll also ja ein Saugwerk mit dem Druckwerk bey Feuerspritzen verbunden werden, so muß die Einrichtung so getroffen seyn, daß man die Spritze mit und ohne Saugwerk brauchen kann.

Von den Wasserschöpfwerken und der Archimedischen Wasserschraube.

102) Unter den Wasserschöpfwerken begreife ich, außer den eigentlichen Schöpfrädern, die Kastenkünste, Rosenkranzmühlen, und einige verwandte hydraulische Maschinen, von welchen das Nachstehende eine kurze Beschreibung enthält.

Man denke sich an dem Radkranz eines unterschlächtigen Wasserrades Fig. 45. bey a b c d e u. s. w. Nägel oder Zapfen eingeschlagen, an welchen prismatische Kästen oder Eymer so aufgehängt sind, daß sie sich in einer mit der Ebene des Rades parallelen lothrechten Ebene um die Zapfen a, b, c, d drehen können. Das gegen die Schaufeln des Rades ströhmende Was-

ser treibe das Rad in der Richtung CD um, und dabey sey die Einrichtung so getroffen, daß sich der an der tiefsten Stelle des Rades befindliche Kasten a mit Wasser fülle. Die gefüllten Kästen steigen auf Seite des Rades bcde in die Höhe, bey e stößt der gefüllte Kasten an ein Hinderniß, wendet sich dadurch um seinen Zapfen und gießet sein Wasser in die zur Seite des Rades angebrachte Abflußrinne AB. Die Vorrichtung heißt ein Schöpfrad mit beweglichen Eymern. Man hat auch Schöpfräder mit unbeweglichen Eymern, welche aber minder vortheilhaft sind, weil die Wasserkästen durch die schiefe Stellung, welche sie alsdann während dem Aufsteigen annehmen müssen, viel Wasser verschütten. Das Verhältniß zwischen Kraft und Last an dem Schöpfrad mit beweglichen Eymern zu bestimmen, bedenke man, daß die an der halben Rad-Peripherie befindlichen Eymer gefüllt aufsteigen, indessen eine gleiche Zahl an der andern Hälfte des Rades leer niedergeht. Ist nun, wie vorausgesetzt wird, die Anordnung so getroffen, daß das Rad mit den leeren Eymern im Gleichgewicht ist, so findet man die Last dem Gewicht der in der halben Zahl der Eymer befindlichen Wassermasse gleich. Das Gewicht eines Eymer voll Wassers heiße $= P$, die halbe Zahl der Eymer $= n$, so hat man für die gesammte Last $Q = nP$. Das statische Moment der aufsteigenden Eymer ist zwar veränderlich, bey a und e am kleinsten, bey c am größten; indessen kann man das mittlere Moment der gesammten Last als unveränderlich ansehen, und auf ähnliche Art wie bey der Kurbel bestimmen. Es legt nämlich die Last von a bis e den Durchmesser des Rades zurück, indeß die Kraft den halben Umfang des Rades beschreibt, man hat daher das Verhältniß von Kraft zu Last,

oder $V : Q = 2 : 3,14 = 0,637 : 1$

daher $V = 0,637\ Q = 0,637 \cdot nP$

und $P = \dfrac{V}{0,637 \cdot n}$, welches die Größe eines

Eymers aus der zu fassenden Wassermenge und der Zahl der Eymer bestimmt.

Die halbe Umlaufszeit des Rades heiße = t, so erhält man die in einer bestimmten Zeit T durch das Schöpfrad gehobene Wassermenge $= \frac{T}{t}$ n P. Man darf diesem Schöpfrad die ganze vom Trieb des Wassers zu erhaltende Geschwindigkeit mittheilen, vorausgesetzt, daß sich die Kästen bey A plötzlich ausleeren, da man im Gegentheil dem Schöpfrad mit feststehenden Kästen keine größere Geschwindigkeit geben darf als die Zeit erlaubt, welche zur Ausleerung der Kästen erforderlich ist.

Die an dem Schöpfrad befindliche Last Q ist eigentlich etwas kleiner als n P, weil das Gewicht des Wassers im Eymer a, so lange er unter Wasser getaucht ist, nicht in Anschlag kommt. Man kann indessen den Ausdruck Q = n P beybehalten, da theils zur Ausleerung der Eymer, theils zur Hervorbringung der Geschwindigkeit und Ueberwindung der Trägheit, Kraft erforderlich ist. Uebrigens versteht sich von selbst, daß von der Kraft V am Rad der auf die Reibung verwendete Theil abgezogen werden müsse, wenn der reine Effect der Maschine berechnet werden soll.

103) Eine andere Gattung von Schöpfrädern sind die sogenannten Schneckenräder Fig. 46. An dem Kreutz eines unterschlächtigen Wasserrades werden schneckenförmig gewundene wasserdichte Röhren B C A angebracht, deren eine Mündung B beym tiefsten Stand das Wasser schöpft, welches alsdann, während das Rad nach der Richtung B D E C umgetrieben wird, in der Röhre vermöge seiner Schwere fortläuft, bis es sich bey A in eine um die Axe angebrachte hohle Trommel ergießet, durch die es längst der Axe des Rades seinen Abfluß findet. Wenn das Wasser während dem Auf-

steigen der Röhre von B nach D, E stets ein gleiches Moment behalten soll, so müssen die schneckenförmigen Röhren nach einer Cycloide gewunden seyn, welche durch Abwicklung des Umfangs der Trommel entsteht. Uebrigens verhält sich bey diesem Schöpfrad der Weg der Kraft zum Weg der Last wie der Umfang zum Halbmesser des Rades, oder $V : Q = 2 . 3,14 : 1$. Die Kraft hat bey dem Schneckenrad ein doppelt so großes Moment als bey dem Kastenrad, dagegen hebt das Schneckenrad bey gleichem Durchmesser das Wasser auch nur halb so hoch. Dieß und der Umstand, daß die gewundnen Röhren der Bewegung des Wassers vielen Wiederstand darbieten, der noch durch die mit dem Wasser zugleich geschöpfte Luft vermehrt wird, auch die höhere Anlags- und Unterhaltungskosten der Schneckenräder sind Ursache, daß man sie den gewöhnlichen Kastenschöpfrädern nachsetzt.

104) Die sogenannte Kastenkunst Fig. 47. kommt mit den (100) beschriebenen Schöpfrädern nahe überein. An ein Paar unter einander parallel herabhängenden Seilen oder Ketten ohne Ende, welche bey A und B über zwey Räder geführt sind, wovon das obere durch eine Kurbel in Bewegung gesetzt wird, denke man sich in gleichen Entfernungen prismatische Kästen, oder Eymer so befestiget, daß sie sich bey ihrem Umlauf um das untere Rad mit Wasser füllen, und es bey ihrem Umlauf um das obere Rad wieder ausleeren, so erhält man eine Kastenkunst.

Die zur Betreibung einer Kastenkunst nöthige Kraft ergiebt sich aus dem Gewicht der in den aufwärtssteigenden Kästen enthaltenen Wassermasse, da die leeren Kästen nebst dem Gewicht der Kette auf beyden Seiten der Räder einander das Gleichgewicht halten.

Man nenne n die Zahl der zugleich aufwärts steigenden Kästen, das Gewicht der in einem Kasten enthaltenen Wassermasse $= P$, den Halbmesser des Rades

A = r, der Kurbel = R, die Kraft an der Kurbel V, so ergiebt sich 0,637 R . V = r . n P, oder

$$V = \frac{r \cdot nP}{0,637\ R}.$$

Der Effect der Kastenkunst hängt von der Zahl und Größe der während eines Umlaufs des Rades A sich ausleerenden Kästen ab. Die halbe Länge des Seiles ohne Ende heiße = l, so hat man die auf eine dem Umfang des Rades A gleichen Seillänge befindliche Kästen $\frac{2r \cdot 3,14}{l} \cdot n$, folglich den Effect der Maschine während der Umlaufszeit $t = 6,28 \cdot r \frac{nP}{l}$.

105) Wenn statt der Kästen an dem Seil ohne Ende viereckigte oder runde Scheiben befestiget sind, welche, indem sie von dem untern im Wasser befindlichen Haspel Fig. 48. durch eine prismatische oder cilindrische Röhre in die Höhe steigen, eine Wassersäule vor sich her treiben, bis selbige bey B ausgegossen wird, so erhält man eine Schaufelkunst. Die Rosenkranzmühle oder das Paternosterwerk unterscheidet sich von den Schaufelkünsten, dadurch, daß statt der Scheibe lederne mit Haaren ausgestopfte Püschel an dem Seil ohne Ende angereihet sind, welche, indem sie in der Röhre AB gedrang in die Höhe gehen, eine Wassersäule vor sich hertreiben. Beyde Maschinen kommen in ihrer Wirkung mit den (94ste Anmerk.) erwähnten Hebepumpen überein, da sie das Gewicht der ganzen Wassersäule AB zu überwinden haben; sie sind aber viel zusammengesetzter, und mehrerer Reibung und Abnutzung unterworfen, daher sie den Hebepumpen, so wie den gut eingerichteten Pumpen überhaupt, besonders, wenn das Wasser auf eine etwas beträchtliche Höhe gefördert werden soll, weit nachstehen.

106) Einfacher, und in so fern vorzüglicher als das Paternosterwerk und die Schaufelkunst, ist die Veraische Seilmaschine. Ueber zwey Rollen A, B Fig. 49. wovon die untere durch ein Gewicht oder auf andere Weise unter Wasser befestiget wird, ist ein härenes Seil ohne Ende gewunden. Die obere Rolle A wird durch eine Kurbel in Umlauf gesetzt. Geschieht dieß mit hinlänglicher Geschwindigkeit, so nimmt das aufgehende Seil ab, vermöge der Adhäsion des Wassers gegen das Seil, eine Wassersäule mit sich in die Höhe, welche erst bey b, wo sich das Seil um die Rolle krümmt, vermöge seiner Trägheit, nach einer Tangente der Rolle wegspritzt. Hier wird es durch die Haube oder den Wasserkasten bde aufgefangen, und nach der Ausgußmündung e geleitet. Der Boden des Wasserkastens ist bey f und g durchbohret, und zwar bey g, so weit als es der Durchmesser des das Seil umgebenden Wassercylinders erfordert. Die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher die Rolle A umlaufen muß, damit kein Wasser an dem Seil ba herabfließe, nenne man den Halbmesser der Rolle = R, die Umlaufszeit = T, die Geschwindigkeit, womit das Wasser am stillehängenden Seil herunterfließet $= \frac{2g}{n}$ (wo 2g die Beschleunigung der Schwere in einer Secunde bezeichnet, und der Divisor n durch Erfahrung gefunden werden muß, da er durch die Adhäsion des Wassers gegen das Seil bestimmt wird), so hat man für die geringste Geschwindigkeit der Rolle

$$\frac{2R \cdot 3{,}14}{T} = \frac{2g}{n} \text{ oder } T = \frac{nR \cdot 3{,}14}{g}.$$

Sollte man durch eine einfache Kurbel keine hinlängliche Geschwindigkeit hervorbringen, so verbinde man mit der Kurbel ein Rad und Getriebe.

Noch fehlt es an zuverlässigen Erfahrungen über die Veraische Maschine, um ihre vortheilhafteste Geschwindigkeit und Einrichtung angeben zu können. Der Effect der Maschine wird, die Reibung und den Widerstand von Wasser und Luft bey Seite gesetzt, mit der Geschwindigkeit des Seiles zunehmen, aber die bewegende Kraft wächset in demselben Verhältniß, daher muß es, jene Hindernisse in Betrachtung gezogen, ein Maximum der Geschwindigkeit geben, wobey der größte nutzbare Effect Statt findet. Vielleicht wäre es vortheilhaft, mehrere Seile parallel unter einander in die Höhe gehen zu lassen, welche eine massive Wassersäule zwischen sich in die Höhen führen würden.

107) Unter den Schöpfwerken, welche das Wasser auf keine sehr große Höhe bringen sollen, verdient die schon den Alten bekannte Wasserschraube, wegen der geringen Kraft, die zu ihrer Betreibung erforderlich ist, eine vorzügliche Stelle.

Um einen Cylinder e m n o Fig. 50. sey eine schraubenförmig gekrümmte Röhre e f h i k l m n gewunden, die Axe a b der Spindel werde unter einer gegen den Horizont geneigten Lage so gestellt, daß das Wasser freyen Zutritt zur untern Schraubenöffnung e hat, wenn dieselbe bey Umdrehung der Spindel in ihre tiefste Lage bey o kommt, so hat man die wesentliche Einrichtung der Archimedischen Wasserschraube. Die Spindel mit der Schraube kann durch eine an der Axe a befestigte Kurbel mittelst Menschenhänden, oder auch vermittelst Rad und Getriebe durch andere Kräfte umgetrieben werden. Soll das beym Umlauf der Spindel in den ersten Schraubengang nach hydrostatischen Gesetzen eingetretene Wasser weiter fortgeschraubt werden, und durch die Oeffnung e, sobald diese ihren höchsten Stand verläßt und nach o zurückkehret, nicht wieder zurückfließen, so müssen folgende Bedingungen Statt finden. c d bezeichne den Wasserstand in dem ersten Schraubengang,

wenn die untere Oeffnung in ihrer höchsten Stelle e ist. Liegen die Durchschnittspuncte c, d tiefer als die Stelle e, und zugleich der Durchschitt d in der letzten Hälfte des ersten Schraubengangs fh, so wird der Punct c beym weitern Umlauf der Spindel nach c′ steigen, indeß d nach d′ sinkt, weil alle Stellen des Schraubengangs bey ihrer Umdrehung sich in parallelen auf der Axe ab senkrechten Kreisen ff′, hh′ u. s. w. bewegen. Das Wasser wird daher unter diesen Umständen von c nach d fortlaufen, bis es nach einer halben Umdrehung der Schraube in den Schraubengang fh, der nun die Lage f′h′ hat, und nach einer ganzen Umdrehung in den Schraubengang hi gekommen ist.

So geht es mit jeder Umdrehung von Schraubengang zu Schraubengang weiter, bis es endlich bey n ausfließt.

Läge die tiefste Stelle des ersten Schraubengangs f mit der Stelle e in einer wagrechten Linie, so würde die obige Bedingung nicht mehr eintreten. Man kann ohne sonderlichen Fehler voraussetzen, daß die tiefste Stelle des Schraubengangs f, auf dem Umfang der Spindel eo gerechnet, um 180° von dem Anfangspunct e entfernt liege (eigentlich liegt sie ihm etwas näher in der ersten Hälfte des Schraubengangs, es ändert aber dieses die nachfolgenden Schlüsse im Wesentlichen nicht ab). Unter dieser Voraussetzung findet man nach den Gesetzen die Schraubenlinie of, oder die halbe Höhe eines Schraubengangs, wenn r den Halbmesser der Spindel, α den Neigungswinkel der Schraubenlinie mit dem Umfang der Spindel bedeutet $= r \,.\, 3{,}14 \text{ tang.} \alpha$, und hieraus ferner $fg = of \text{ sin. } nop$. Es ist aber nop dem Neigungswinkel der Spindel gegen den Horizont gleich, er heiße ϑ, so hat man

$$fg = r \,.\, 3{,}14 \text{ tang. } \alpha \text{ sin. } \vartheta.$$

Ferner $eb = eo \text{ sin. } eob$

und $eo = 2r$, sin. eob = sin. $(90° - \vartheta)$ = cosin. ϑ, daher $eb = 2r$ cosin. ϑ, und für $fg = eb$

$$r \cdot 3{,}14 \text{ tang. } \alpha \text{ sin. } \vartheta = 2r \text{ cosin. } \vartheta$$

oder

$$3{,}14 \text{ tang. } \alpha = \frac{2 \text{ cosin. } \vartheta}{\text{sin. } \vartheta}$$

$$1{,}57 \text{ tang. } \alpha = \text{cotang. } \vartheta.$$

Hieraus erhellet, daß der Neigungswinkel ϑ der Wasserschraube gegen den Horizont stets kleiner seyn muß als $90 - \alpha$, oder die Ergänzung zur Neigung des Schraubenganges gegen den Umfang der Spindel. Je kleiner indessen α wird, desto größer kann ϑ seyn; weil aber durch Verengerung der Schraubengänge der Weg, welchen das Wasser von der Oeffnung e bis zur Oeffnung n zurücklegen muß, verlängert, folglich die Reibung und der Widerstand vergrößert wird, so macht man in der Ausübung die Gänge der Wasserschraube nicht sehr eng. Gäbe man nach Vitruv's Vorschrift dem Umfang der Spindel die Höhe des Schraubengangs, oder setzte $\alpha = 45°$, so dürfte ϑ höchstens $= 32° 30'$ werden. Man würde also eine solche Wasserschraube nicht wohl höher als 30° gegen den Horizont neigen können.

108) Im vorhergehenden Paragraphen wurde der Einfluß des Drucks der Luft auf die Wasserschraube ausser Acht gelassen, welches, wie das folgende zeigt, wenigstens nur unter gewissen Bedingungen geschehen darf. Man nehme an, der Schraubengang e f h i k l m sey eine bis auf die Oeffnung bey e und n überall verschlossene Röhre, ganz mit Wasser gefüllt und die untere Oeffnung e stehe im Wasser, und bleibe während dem Umlauf der Schraube stets unter Wasser, so erhellet, daß unter diesen Umständen auf die obere Oeffnung m der

der Druck der Atmosphäre mit einer Kraft wirken würde, welche dem Gewicht einer Wassersäule von 32 Fuß — p n gleich wäre.

Sollte die Wasserschraube unter diesen Umständen bey n stets Wasser ausgießen, so müßte die bewegende Kraft an der Schraubenspindel, und die Beschleunigung des Wassers in den Schraubengängen so groß seyn, daß außer dem Druck des Wassers auf die Schraubengänge auch noch jener Druck der Atmosphäre überwunden würde. Dieß würde, wenn es auch möglich wäre, wenigstens eine unnöthige Kraftverschwendung seyn, und sobald die bewegende Kraft im mindesten nachließe, würde der Druck der Atmosphäre das Wasser von n nach e zurückjagen. Dieß geschieht, wenn die Wasserschraube die beschriebene Einrichtung hat, und die untere Oeffnung e stets unter Wasser geht, wirklich, wie man sich leicht durch die Erfahrung überzeugen kann. Sobald nämlich durch einen beschleunigten Umlauf der Schraube das Wasser in dem Schraubengang merklich über den äußern Wasserspiegel in die Höhe gestiegen ist, so druckt die Atmosphäre von oben nach unten mit überwiegender Kraft, die Luft drängt sich zwischen dem Wasser durch, und füllt die obern Theile der Schraubengänge an, indeß bloß die untern bey e d, h i, k l mit Wasser gefüllt bleiben.

Das Eindringen der Luft von oben nach unten dauert, so lange die Wasserschraube umläuft, stets fort, und verzögert die aufwärtsgehende Bewegung des Wassers ausserordentlich. Die Wasserschraube wirkt daher unter diesen Umständen, auch bey einer ansehnlichen Kraft sehr schlecht. Man verbessert dieselbe dadurch, daß man die untere Oeffnung e in dem obern Theil ihres Umlaufs über den Wasserspiegel hervortreten läßt. Die Schraube schöpfet außer dem Wasser zugleich Luft, wodurch das schädliche Eindringen der Luft von oben herab verhindert wird, und Luft und Wasser eine gleichförmige Bewegung von unten nach oben hin erhalten. Zwar

giebt die Schraube nun bey jedem Umlauf nur so viel Wasser, als der wasserhaltende Bogen cd fasset, auch vermehret die zwischen dem Wasser in der Schraube eingeschlossene Luft, den von der Reibung der Röhre herrührenden Widerstand sehr merklich, und bey einem schnellen Umlauf der Schraube könnte es sich auch ereignen; daß die untere Oeffnung nicht Luft genug schöpfte, und alsdann würde der vorhin bemerkte schädliche Einfluß des Drucks der Luft von oben nach unten wenigstens zum Theil wieder eintreten. Es war daher eine sehr wesentliche Verbesserung der Wasserschraube, den Einfluß des Drucks der Luft auf ihre Wirkung ganz zu entfernen. Dieß geschieht bey den neuern holländischen Wasserschrauben dadurch, daß man den obern Theil der Schraube offen läßt. Man denke sich um einen Cylinder einen schraubenförmigen offenen Kanal gewunden, dem die Oberfläche des Cylinders zum Boden dienet, und überdieß um den Cylinder und die Schraube einen zweyten weitern Cylinder, der aber nur die Hälfte des innern Cylinders, nebst dem Schraubengang, bedeckt, so hat man die Einrichtung der holländischen Wasserschrauben, welche gewöhnlich durch Windflügel umgedreht werden, und zur Austrocknung von Sümpfen dienen. Da bey dieser Einrichtung der Widerstand der Reibung viel geringer ist, so können die Schraubengänge enger, oder α kleiner, und ϑ, oder die Neigung der Schraube größer gemacht werden.

In Holland pflegt man $\alpha = 12° - 15°$ $\vartheta = 60°$ zu machen. Der Ausdruck (105.) würde als Gränze der Erhebung für $\alpha = 12°$ ϑ $71° \, 30'$ geben.

109) Die Kraft zu finden, welche zur Bewegung der Wasserschraube erforderlich ist, wenn α, ϑ und die Wassermenge gegeben sind, welche die Schraube während eines Umlaufs giebt.

Man nenne das Gewicht der gegebenen Wassermenge $= P$, die Zahl der Schraubengänge $= n$, so

ist die gesammte auf der Schraube ruhende Last = n P. Diese Last würde zur Bewegung am Umfang der Spindel, wenn die Schraube senkrecht stünde nach Stat. (66.) eine Kraft $v = n\,P\,.\,\text{tang.}\,\alpha$ erfordern. Da aber die Schraube unter einem Winkel ϑ gegen den Horizont geneigt ist, so beträgt die Kraft nach den Gesetzen der schiefen Ebene $= V\,.\,\sin.\,\vartheta = n\,P\,\text{tang.}\,\alpha\,\sin.\,\vartheta$. Heißt endlich der Halbmesser der Spindel r der Kurbel R, so hat man die Kraft an der Kurbel

$$= \frac{r}{R}\,n\,P\,\text{tang.}\,\alpha\,.\,\sin.\,\vartheta.$$

Hierzu kommt die Reibung an der Axe der Schraube, und der Widerstand, welchen das Wasser bey seiner Bewegung im Schraubengang findet.

Von den Dampfmaschinen.

110) Die Dampfmaschinen gehören unstreitig unter die schönsten und wichtigsten Erfindungen des menschlichen Geistes, theils wegen der sehr weit getriebenen Kunst, womit alle Theile dieser zusammengesetzten Maschine ausgearbeitet werden, theils wegen der ausserordentlichen Wirkung, welche dieselben in ihrem jetzigen vollkommenen Zustand hervorzubringen im Stande sind. Das Folgende soll nur dazu dienen, Anfängern die ersten Begriffe von der wesentlichen Einrichtung dieser so künstlich zusammengesetzten Maschinen beyzubringen.

Ich habe die Dampfmaschinen unter die Klasse der hydraulischen Maschinen gezählet, weil man sich ihrer anfänglich bloß zur Hebung des Wassers bediente, und sie auch noch jetzt am häufigsten zu gleichem Endzweck gebraucht, obgleich nach dem gegenwärtigen Zustand der Maschinen die Kraft der Wasserdämpfe zur Hervorbringung einer jeden Bewegung genutzt werden kann.

Thomas Savery, einem Engländer, gebühret, wenn gleich nicht die Ehre der Erfindung, doch

der ersten Ausführung. Er brachte im Jahr 1699. die erste sogenannte Feuermaschine zu Stand, welche theils durch Saugen, theils durch Drucken, das beydes durch die Elasticität der Dämpfe bewirkt wurde, das Wasser in die Höhe hob. Fig. 51. dienet, die Grundsätze, worauf die Wirkung der Maschine beruht, zu erläutern. B ist ein starker metallener Kessel, in dem Wasser vermittelst des Feuers eines Windofens kochend erhalten, und in Dämpfe verwandelt wird; die Dämpfe ströhmen durch ein mit einem Hahnen versehenes Verbindungsrohr C in ein cylindrisches Gefäß A, das durch die Saugröhre DE mit dem zu hebenden Wasser, und durch die Steigröhre fg mit der Atmosphäre in Verbindung steht. Die Einmündungen beyder Röhren sind durch Ventile geschlossen, wovon sich D in den Cylinder F in die Steigröhre öffnet.

Man denke sich anfänglich den Cylinder A mit atmosphärischer Luft gefüllt, der durch den Hahn C ströhmende kochend heiße Wasserdampf treibt die Luft vermöge seiner Elastizität zum Ventil F durch die Steigröhre hinaus, und füllt nach und nach den ganzen Cylinder an, indem er denselben allmählig bis zur Siedhitze erwärmt. Nun werde der Hahn C verschlossen, und der Dampf in dem Cylinder A entweder durch Erkältung von aussen, oder durch Einspritzung von kaltem Wasser verdichtet, so treibt der Druck der Atmosphäre das Wasser durch die Saugröhre in den vom verdichteten Dampf leer gewordenen Raum des Cylinders A. Wird nun der Hahn C aufs neue geöffnet, so stürzt der Dampf mit Heftigkeit aus dem Kessel B in den Cylinder A, und treibt das Wasser vor sich her zur Steigröhre fg hinaus. Dieß abwechselnde Saugen und Drucken des Dampfes dauert so ununterbrochen fort. Die Wirkung der Maschine wird vortheilhafter, wenn man mit einem Kessel zwey Cylinder verbindet, worinn die Dämpfe wechselsweise saugen und drucken.

111) So sinnreich die Savarische Feuermaschine ist, so hat sie doch zwey sehr wesentliche Nachtheile, erstens, daß die Dämpfe während dem Druck in unmittelbarer Berührung mit dem kalten Wasser im Cylinder stehen, und zweytens, daß der Cylinder abwechselnd bald mit heißen Dämpfen bald mit kaltem Wasser angefüllt wird, und daher immer erwärmt werden muß. Durch beyde Ursachen werden eine Menge Dämpfe ihrer Wärme beraubt und zersetzt, und gehen für die Wirkung der Maschine verlohren. Zwar hat Papin den ersten Fehler dadurch zu heben gesucht, daß er zwischen das Wasser und die Dämpfe eine auf der Oberfläche des Wassers schwimmende hölzerne Scheibe brachte, auch hat man in neuern Zeiten durch bessere Einrichtung des Feuerherdes und Dampfkessels, und durch eine bequemere Steurung der Maschine (so heißt der Mechanismus, welcher dazu dienet, die Hahnen oder Ventile ohne Zuthun von Menschenhänden wechselsweise zu öffnen und zu schließen) die Savarische Dampfmaschine zu vervollkommnen gesucht, die sich übrigens durch ihre Einfachheit empfiehlet. So lange indessen der wesentliche Fehler, daß derselbe Raum des Cylinders sich bald mit Dampf, bald mit heißem Wasser füllen muß, nicht entfernt werden kann, so wird diese Maschine in Rücksicht ihrer Wirkung sowohl, als der größern Feurungskosten, den neuern englischen Dampfmaschinen weit nachstehen.

112) Die Savarische Dampfmaschine wurde um das Jahr 1711. von Newcomen sehr verbessert oder vielmehr ganz umgearbeitet, da die Dämpfe in der Newcomischen Maschine nicht mehr unmittelbar, wie bey der Savarischen, das Wasser in die Höhe heben, sondern bloß mit Hülfe des Drucks der Atmosphäre, ein auf und niedergehendes Kolbenspiel bewirken, wodurch Pumpen in Bewegung gesetzt werden, die das Wasser heben. Das Nachstehende giebt einen Begriff von der wesentlichen Einrichtung der Newco-

menschen Dampfmaschinen. A Fig. 52. bezeichnet einen cylindrischen oben und unten gewölbten Kessel von starkem Metall, welcher in einem gutgebauten Windofen, dessen Feuer durch angebrachte Züge gehörig regulirt werden kann, eingemauert ist. Er heißt der Dampfkessel der Maschine, sein unterer Theil ist mit kochend heißem Wasser, der obere Theil mit Dämpfen desselben angefüllt. Der Raum von beyden muß in einem bestimmten Verhältniß gegen einander stehen, und um dieß beurtheilen zu können, gehen zwey mit Hahnen versehene Röhren g, h in den Kessel, wovon die längere h in das Wasser, die kürzere g in den Dampf reicht. Gäbe die erstere bey Oeffnung ihres Hahns Dampf, so würde zu wenig Wasser in dem Kessel enthalten seyn, und gäbe die andere bey Eröffnung des Hahns Wasser, so würde zuviel Wasser in den Kessel seyn. In beyden Fällen müßte durch besondere an dem Kessel desfalls angebrachte Oeffnungen, die nach Willkühr verschlossen werden können, Wasser zu oder abgelassen werden. Von dem Dampfkessel führet eine mit einem Hahn oder Ventil versehene Röhre E nach dem großen Cylinder B, er ist bey den englischen Dampfmaschinen meistens von gegossenem Eisen, inwendig vollkommen cylindrisch ausgebohret und ausgeschliffen. In dem Cylinder spielet ein eiserner Kolben D luft- und dampfdicht auf und nieder. Ehedessen machte man die dampfdichte Verschließung von starkem Leder, das durch etwas über dem Kolben stehendes Wasser stets feucht erhalten wurde; gegenwärtig hat man eine Liederung von Werg zum Abschluß der Dämpfe viel vorzüglicher gefunden.

Die Kolbenstange D F hängt mittelst einer starken eisernen Kette an einem großen Wagebaum F G, der um die feste Unterstützung bey C beweglich ist. Am entgegengesetzten Ende des Wagebalkens in gleicher Entfernung von dem Unterstützungspunct ist auf gleiche Weise das Gestänge befestiget, welches die zur Hebung des Wassers bestimmte Pumpen H treibt. Die Pum-

penstange nebst den daran hängenden Kolben hat das Uebergewicht, und hebt den Kolben D in dem Cylinder in die Höhe. Sollte das Gewicht der Kolbenstangen hierzu nicht hinreichend seyn, so wird noch ein Gegengewicht I daran befestiget. Der Wagebalken wird daher im ruhenden Stand der Maschine in der in der Figur gezeichneten Lage sich befinden. Nun werde beym Anlaß der Maschine der Hahn E geöffnet, damit die Dämpfe aus dem Kessel in den Cylinder ströhmen können; sie steigen, vermöge ihrer specifischen Leichtigkeit, in den obern Raum des Cylinders, und treiben die schwerere Luft nach und nach durch eine unten bey i seitwärts angebrachte Oeffnung ganz heraus. Sobald dieß geschehen, werden die Hahnen bey E und i geschlossen, und dagegen der Hahn der Injectionsröhre abc geöffnet, wodurch ein Strahl kaltes Wasser wider den Kolben D spritzet, und in Tropfen zertheilet, auf den Boden des Cylinders fällt; die Dämpfe werden augenblicklich unter dem Kolben zersetzt, und dieser durch den Druck der Atmosphäre niedergedrückt. Noch ehe das geschehen, muß schon der Hahn b geschlossen, und sobald der Kolben seine niedrigste Stelle erreicht hat, der Hahn E aufs neue geöffnet werden. Die Dämpfe dringen abermals unter den Kolben, halten vermöge ihrer Elastizität dem Druck der Atmosphäre das Gleichgewicht, und die Ueberwucht der Pumpenstangen hebt den Kolben D wieder in die Höhe. Hieraus wird begreiflich, wie durch abwechselndes Oeffnen und Schließen der Hahnen ein stetes Kolbenspiel unterhalten werden kann. Es bewirkt aber die Maschine das abwechselnde Oeffnen und Schließen der Hahnen selbst, durch einen an einem besondern Bogen F des Wagebalkens hängenden Steuerbaum e f. Die näheren hierzu dienenden Vorrichtungen muß man sich aus vollständigern Zeichnungen von Dampfmaschinen, als ich hier mittheilen kann, erläutern. Man sehe Belidor Architect. Hydraul. 2. Band Taf. 1 und 2,

Bossút Hydrodynamik 2. Band, Langsdorfs Lehrbuch der Hydraulik, wo man die Newcomensche Dampfmaschine abgebildet findet, vorzüglich aber Pronys nouvelle Architecture Hydraul. T. II., welches Werk die vollständigsten Abbildungen und Beschreibungen von den ältern und neuern Dampfmaschinen liefert. Wenn nach und nach das Injectionswasser sich zu einer merklichen Menge in dem Cylinder angesammelt hat, so kann es durch den Hahn i abgezapft, und da es durch die Dämpfe erwärmt worden ist, zum Ersatze des verdunsteten Wassers im Dampfkessel angewendet werden. Das Gefäß K, welches die Injectionsröhre mit Wasser versieht, wird, wenn kein anderer Zufluß da ist, durch eine Pumpe, welche die Maschine treibt, stets voll erhalten.

113) Da bey der Newcomenschen Feuermaschine der Druck der Luft auf den Kolben D die bewegende Kraft ist, indem die Dämpfe blos dazu dienen, ein Vacuum unter dem Kolben hervorzubringen, so steht die bewegende Kraft im directen Verhältniß der Grundfläche des Kolbens, und ihr mechanischer Effect überdieß im Verhältniß des Kolbenhubs. Der Effect der Maschine kann daher durch Vergrößerung des Raums des Cylinders nach Willkühr vermehret werden. Da aber die Menge der verwendeten Dämpfe und der Feuerungskosten, welche bey der Maschine den größten Aufwand verursachen, in demselben Verhältniß wachsen, so setzt dieß der Vergrößerung des Cylinders gewisse Gränzen. In London wurde eine Maschine dieser Art erbauet, deren Cylinder 30 englische Zoll weit, und 9 Fuß hoch war. Der Druck der Luft auf den Kolben betrug, vorausgesetzt, daß unter demselben ein vollkommnes Vacuum entstand, 9600 ℔.

Die Bewegung der Kolben in zwey Pumpenröhren betrug 7 Fuß 10mal in einer Minute, und die Maschine förderte binnen dieser Zeit 2880 pariser Ka-

nen = 80 Cubikfuß Wasser, oder in 24 Stunden 115200 Cubikfuß. Ausser England wurden in Frankreich Ungarn und mehreren Orten ähnliche Maschinen angelegt. Die von Potter in den ungarschen Bergwerken erbauete, brauchte täglich drey Klafter Holz, und und hob in 24 Stunden 20000 Eymer Wasser aus einer Tiefe von 30 Lachtern. So sehr der ausserordentliche Effect der Newcomenschen Feuermaschinen Bewunderung erregte, so hatten dieselben doch noch wesentliche Unvollkommenheiten, welche den Aufwand von Brennmaterial sehr vermehrten, und eben daher der allgemeinern Verbreitung der Maschinen im Wege standen. Hierher gehöret insbesondere der Umstand, daß die Dämpfe unmittelbar in dem großen Cylinder verdichtet wurden, und die daraus entspringenden Abwechslungen der Temperatur des Cylinders einen grossen Theil der wieder eindringenden Dämpfe ungenützt verzehrten. Die Consumtion der Dämpfe wurde überdieß durch die ansehnliche Größe des Cylinders wegen der vielen Berührungspuncte, die er der kalten Luft, und dem auf dem Kolben zur bessern Verschliessung ruhenden Wasser darbot, vermehret. Endlich verhinderte die immer zunehmende Erhitzung des Cylinders die völlige Zersetzung der Dämpfe unter dem Kolben, wodurch ein beträchtlicher Theil der bewegenden Kraft auf den Kolben verloren gieng. Diese und mehrere andere kleinere Unvollkommenheiten der Newcomenschen Dampfmaschinen wurden durch den unermüdeten Eifer, und die großen Talente des Herrn James Watt nach und nach glücklich entfernt. Schon im Jahr 1764, brachte Herr Watt eine Dampfmaschine zu Stande, welche sich durch so wesentliche Verbesserungen vor der Newcomenschen auszeichnete, daß ihr Erfinder im Jahr 1768 ein königliches Patent über die ausschließliche Verfertigung dieser Maschinen erhielt. Seit dem Jahr 1774 traten die Herrn Watt und Boulton in Gesellschaft, und beyde haben seit der Zeit

mehrere Dampfmaschinen nach Wattischen Grundsätzen in und ausserhalb England verfertiget, von welchen man behauptet, daß sie bey gleichem Effect mit den ältern Newcomenschen gegen $\frac{2}{3}$ — $\frac{3}{4}$ der Feuerungskosten ersparen.

114) Die ersten Verbesserungen der Wattischen Dampfmaschinen bestanden vorzüglich in folgenden Puncten. Erstens, daß der Druck der Atmosphäre von dem Kolben ganz ausgeschlossen, und die bewegende Kraft durch die Elastizität der Dämpfe selbst hervorgebracht wurde; zweytens, daß die Dämpfe nicht unmittelbar in dem großen Cylinder, sondern in einem besondern Gefäs, welches Watt den Condensator nennt, verdichtet wurden; drittens, daß, um die Temperatur des großen Cylinders recht gleichförmig zu erhalten, und alle Zersetzung von Dämpfen darin zu vermeiden, derselbe mit einer Art von Bekleidung oder Mantel umgeben wurde, deren Zwischenraum, mit einer die Wärme schlecht leitenden Substanz angefüllt war (es wurde dazu bald heißes Wasser, bald eingeschlossenene Dämpfe und Luft, oder auch fein gesiebte Asche, Kühhaare und dergleichen angewendet). Endlich viertens verbesserte Watt die Verschließung oder Liederung der Kolben, den Mechanismus der Ventile und mehrere einzelne Theile der Maschine. Eine kurze, aber doch vollständige Beschreibung nebst hinlänglichen Abbildungen der erstern Wattischen Maschine, findet man nebst einer lehrreichen Geschichte der Erfindung der Dampfmaschinen in Grens neuem Journal 1tes und 2tes Stück. Die schon sehr beträchtlichen Vorzüge der erstern Wattischen Dampfmaschinen vor den ältern Newcomenschen wurden dadurch noch von ihrem Erfinder sehr vermehret, daß er den Hub des Kolbens, welcher anfänglich, wie bey den ältern Maschinen, durch das Uebergewicht der Kolbenstangen bewirkt wurde, ebenfalls durch die Ela-

stizität der Dämpfe verrichten ließ. Nun konnte, weil ein großer Theil der zu bewegenden Hindernißlast hinwegfiel, der Kolben, Cylinder und Kessel kleiner, folglich der Aufwand an Dämpfen und Feuerungskosten beträchtlich vermindert werden. Zugleich gewähret die neue Einrichtung den Vortheil, daß, da die Dämpfe ununterbrochen bald über, bald unter dem Kolben in den Cylinder ströhmen, nicht wie bey den ältern Maschinen während dem Abschluß des Dampfhahns, die Dämpfe durch die Fugen des Kessels zu entweichen suchen.

115) Die 53te Figur mag dazu dienen, die wesentlichen Theile der verbesserten Wattischen Dampfmaschine zu erläutern. Der Dampfkessel so wie der Wagebalken sind in der Figur nicht angegeben, jener befindet sich zur Seite des großen Cylinders A B, und dieser über demselben in der gewöhnlichen Stellung. Das von dem Kessel kommende Dampfrohr theilet sich bey C in zwey Röhren, wovon die eine C D die Dämpfe durch das Ventil a in den obern Theil des Cylinders über den Kolben, die andere C E durch das Ventil c in den untern Theil des Cylinders unter den Kolben leitet. Die Figur stellt den Kolben in seinem höchsten Stand und im Begriff zu sinken vor, daher sind die Ventile a und b offen, c und d aber geschlossen gezeichnet. Die heißen Dämpfe ströhmen durch das Ventil a über den Kolben, und drücken ihn nieder, indem die unter dem Kolben befindlichen Dämpfe durch das Ventil b und die Röhre S in ein stets mit kaltem Wasser gefülltes Gefäß entweichen, und sich daselbst verdichten. So wie der Kolben sich seinem niedrigsten Stande nähert, werden die Ventile b und a durch den Steuerbaum der Maschine geschlossen, und dagegen c und d geöffnet, die Dämpfe ströhmen nun aus dem Kessel durch die Röhre C E unter den Kolben, und die über dem Kolben befindlichen entweichen durch das

Ventil d, und die Röhre GH. Diese Röhre führet zu dem Bodenventil einer Saugpumpe, deren Stiefel in dem mit kaltem Wasser gefüllten Gefäß SS steht, und deren Kolben mit dem Kolben des großen Cylinders vermittelst der Bewegung des Wagebalkens zugleich in die Höhe geht. Die Pumpe heißt die Luftpumpe, weil sie die heißen Dämpfe sowohl, als die aus dem kochenden Wasser sich sammelnde Luft, aus dem großen Cylinder zieht, und jene zu Wasser verdichtet, einer zweyten Pumpe L, der sogenannten Warmwasserpumpe, zuführet, die sie zum Ersatz des aus dem Kessel verdunsteten Wassers weiter schafft. Da hier sowohl der Auf- als Niedergang des Kolbens durch die Kraft der Dämpfe bewirkt werden soll, so ist die Kolbenstange K steif von Eisen, und ihr oberes gezähntes Ende greift in den ebenfalls gezähnten Bogen des Wagebalkens. Das natürliche Uebergewicht der Kolben und Kolbenstangen wird durch Gegengewichte an dem Ende K des Wagebalkens aufgehoben, und diese Gegengewichte kommen nun beym Niedergang des Kolbens dem Pumpenhub zu Hülfe, woraus eben die größere Wirkung dieser Einrichtung entspringt.

116) Da Hr. Watt bey den neuesten Verbesserungen seiner Dampfmaschinen stets von dem sehr richtigen Grundsatz ausgieng, den Aufwand von Dämpfen und Feurungskosten möglichst zu vermindern, so leitete ihn dieß auf den folgenden schönen Gedanken, wodurch er seinen Zweck sehr glücklich erreichte.

Die Wasserdämpfe dehnen sich, so lange die Temperatur, wobey sie gebildet wurden, unveränderlich bleibt, wie andere luftförmige Flüssigkeiten, nach dem marriottischen Gesetz aus, und ihre absolute Elasticitäten verhalten sich umgekehret, wie die Räume, welche sie einnehmen. Es bezeichne ABCD Fig. 54. * den Raum des großen Cylinders, worin der Kolben auf- und niederspielet, AB bezeichne den höchsten Kolben-

stand, CD den tiefsten. Wenn die Dämpfe während dem Niedergang des Kolbens ununterbrochen aus dem Kessel in den Cylinder ströhmen, so bleibt sich ihre Elasticität stets gleich, sie hängt nämlich von der Temperatur ab, welche in dem Kessel und Cylinder herrscht, und kann aus derselben nach dem (43. Aerost.) angegebenen Gesetz leicht bestimmt werden. Es ist immer verstattet, das Verhältniß einer Kraft durch eine Linie darzustellen. AB bezeichne daher die Elasticität des Dampfes; druckt nun AI die zur Bewegung des Kolbens von AB nach II nöthige Zeit aus, so stellt das Rechteck AIIB die Wirkung des Dampfes auf den Kolben während dieser kleinen Zeit dar, und die gesammte Wirkung des Dampfes während dem ganzen Niedergang des Kolbens wird durch das Rechteck ABDC ausgedruckt. Nun stelle man sich vor, sobald der Kolben nach ab gekommen ist, werde das Dampfventil geschlossen, und der Dampf breite sich vermöge seiner Elastizität in den von dem Kolben verlassenen Raum bis CD aus. Hier wird die Elastizität des Dampfes nach dem marriottischen Gesetze abnehmen, und ihre Wirkung auf den Kolben ebenfalls. Von AB bis ab blieb sie gleichförmig und wird durch das Rechteck Ab dargestellt; ist der Kolben nach dd gekommen und Ad = 2Aa, so hat man de oder die Elastizität des Dampfes an der Stelle des Kolbens dd = ½ ab = ½ AB, die gesammte Wirkung des Dampfes vom Kolbenstand ab bis dd ist nun dem Trapezio abde gleich, und die Summe aller Wirkungen für den ganzen Niedergang des Kolbens wird durch den Raum ABbhC ausgedruckt. Die höhere Geometrie lehret, daß die krumme Linie begh eine Hyperbel sey, aus deren Eigenschaften sich die Größe des genannten Raums leicht herleiten lässet. Man kann ihn auch durch Annäherung mit hinlänglicher Genauigkeit bestimmen, wenn man die Figur nach einem großen Maßstab entwirft, und die Trapezien abde, defg und s. w. (deren man so viele annehmen muß, daß man die Bögen

eb, eg für gerade Linien ansehen kann) einzeln ausrechnet und summiret. Es sey z. B. Aa = $\frac{1}{4}$ AC, so ist der Raum ABhC = 0,596 ABDC. Ist nun, wie bey Watts neuesten Dampfmaschinen, die Einrichtung getroffen, daß sowohl beym Auf- als Niedergang des Kolbens, so bald er den vierten Theil seines Wegs zurückgelegt hat, sich das Dampfventil schließet, so verhält sich die Menge der verwendeten Dämpfe zu der für den ganzen Raum des Cylinders erforderlichen = 1 : 4, die Wirkung = 59 : 100, das ist, man erhält reinen Gewinn an Kraft im Verhältniß von 100 : 4 . 59, oder die Maschine leistet mehr als doppelt so viel. Uebrigens läßt sich durch die ungleichförmige Wirkung der Dämpfe bey dieser Einrichtung doch eine gleichförmige Bewegung der Maschne erhalten, wenn man das statische Moment der Kraft in demselben Verhältniß wachsen lässet, in welchem die Kraft abnimmt. Hr. Watt hat hierzu mehrere sinnreiche Vorschläge gethan, welche man aus Halls new Royal Encyclopedia, deutsch in Geislers Beschreibung von Instrumenten 5ter Theil übersetzt, findet. Daselbst befindet sich auch ein Vorschlag von Watt, wie man vermittelst der Kraft der Dämpfe bey einem horizontalliegenden Cylinder eine Kreisbewegung hervorbringen könne. Ein gewisser Hr. Dickinson hat bereits diese Idee erweitert und ausgeführt, und ihr den Namen einer Rotationsmaschine beygelegt.

117) Anmerkung. Bisher hat man, so viel mir bekannt ist, die Wasserdämpfe immer nur bey einer Temperatur, welche der Siedhitze des Wassers gleich war, oder sie nicht viel übertraf, angewendet, und wenn man eine größere bewegende Kraft nöthig hatte, so vergrößerte man die Grundfläche des Kolbens im Cylinder, dadurch wächst aber der Aufwand an Dämpfen und Feurungskosten in demselben Verhältniß. Man könnte den gleichen Endzweck auch ohne Vergrößerung der Kolbenfläche durch Erhöhung der Temperatur der Dämpfe, wodurch ihre Elastizität vermehret wird, erhalten. Da

bey 96° Reaum. die Expansivkraft des Wasserdampfes schon dem doppelten Druck der Atmosphäre gleich ist, so würde eine Erhöhung von 16° in der Temperatur des Dampfes eben das bewirken, was die doppelte Menge von Dampf bey 80° Temperatur hervorbringt. Nun erfordert das Wasser, wenn es in Dampf verwandelt werden soll, eine Hitze von 432° R, daher würden sich die Feurungskosten, wenn man einer bestimmten Menge Dampf durch Temperaturerhöhung die doppelte Expansivkraft geben wollte, zu denen, welche erforderlich sind, die doppelte Menge Dampf zu erzeugen = 16 : 432 = 1 : 27½ verhalten. Hierbey wird jedoch vorausgesetzt, daß blos der bereits gebildete Dampf, und nicht die ganze Wassermasse in dem Kessel zu einer Temperatur von 96° gebracht werden, auch daß sich keine Wärme an die umgebenden Körper zerstreue. Man sehe meine Abhandlung über die Expansivkraft der Wasserdämpfe, und Grens Journal 4n Band 3tes Stück. Herr Kammerrath Klippstein in Darmstadt hatte, bevor die genauern Versuche über die Expansivkraft der Wasserdämpfe bekannt wurden, bereits durch Erfahrung an seinen Aeolipilen gefunden, daß sich die Kraft der Wasserdämpfe mit geringem Aufwand von Feurungskosten ganz ausnehmend verstärken lasse, wenn man den bereits gebildeten Dampf nochmals erhitzet.

118) Zum Schlusse dieses Abschnittes will ich kürzlich zweyer hydraulischer Bergwerksmaschinen gedenken, wobey man sich des von einer höhern Stelle herunterfallenden Wassers als bewegender Kraft bedienet, um das Wasser aus der Tiefe zu heben. Die eine, welche von Hrn Höll erfunden, und bey Schemnitz in Ungarn auf dem Pieber Erbstollen im Jahr 1749. erbauet worden ist, hat den Namen der Wassersäulenmaschine erhalten, sie ist gleichsam ein umgekehrtes Druckwerk. Man denke sich eine hohe Röhre, durch welche das Wasser herabfällt, und von unten hinauf in einen Stiefel dringt, worinn ein Kolben auf- und niederspielet, dessen Stange an einem horizontalen Wagebalken befestiget ist. An demselben Ende des Wagebalkens, näher bey dem Bewegungspunct, hängt ein

Pumpengestänge, das die zur Hebung des Wassers aus der Tiefe bestimmten Pumpen treibt. Indem nun die von oben herab unter den Kolben dringende Wassersäule den Kolben hebt, wird zugleich das Pumpengestänge gehoben. Sobald der Kolben seinen höchsten Stand erreicht hat, schließet der an dem Wagebalken hängende Steuerbaum den Hahn der Einflußröhre, und öffnet dagegen einen Hahn unter dem Kolben, wodurch das Wasser im Stiefel abfließet, und der Kolben und das Pumpengestänge vermöge ihrer eigenen Schwere herunterſinken. Wenn der Kolben seinen niedrigsten Stand erreicht hat, wird der Einflußhahn geöffnet, der Ausflußhahn geschlossen, und das Spiel der Maschine wiederholet sich. Die andere ebenfalls von Hrn Höll im Jahr 1753. angelegte sogenannte Luftmaschine ist eine Anwendung des Heronsbrunnen im Großen. Fig. 54. mag zur Erläuterung derselben dienen. A, B sind zwey große cylindrische Kessel von Metall, der obere A in der Gegend der Grube, wo die von oben herunter durch die Röhre E einfließenden Wasser, so wie die durch den Druck der Luft durch die Röhre C gehobenen, ihren Abfluß finden können; der untere Kessel B liegt noch um einige Fuß tiefer als das Grubenwasser I, welches durch den Kessel und die Röhre C in die Höhe gefördert werden soll, auch muß die lothrechte Tiefe beyder Kessel unter einander etwas geringer seyn, als die lothrechte Höhe der Röhre E über dem obern Kessel. Die Aufschlagwasser fallen durch die Röhre E nach geöffnetem Hahn in den obern Kessel A, und treiben, da die Mündung der Röhre bis beynahe auf den Boden des Kessels reicht, die in demselben enthaltene Luft vor sich her, durch die Luftröhre D in den untern Kessel B. Hier drückt die zusammengepreßte Luft auf das durch den Hahn I eingelassene Wasser und presset es durch die Steigröhre C in die Höhe. Wenn sich der untere Kessel seines Wassers entlediget hat, werden die Hahnen H und I geöffnet; durch jenen dringt die von oben herab

gekom-

gekommene frische Luft in die Grube, und durch diese füllt sich der Kessel B aufs neue mit Wasser. Zu gleicher Zeit werden die Hahnen der Röhren D und E bey dem obern Kessel geschlossen, und dagegen F und G geöffnet, wodurch sich der obere Kessel von Wasser leeret und mit Luft füllt. Das Hahnenspiel der Maschine wird durch zwey dazu bestellte Personen dirigiret.

Von den Uhrwerken.

119) Die Uhren sollen dazu dienen, durch ihre gleichförmige Bewegung die Zeit abzumessen. Unter diesen allgemeinen Begriff gehören zwar auch die ehemals mehr, als jetzt, gebräuchlichen Sand- und Wasseruhren. Da dieses aber gegen unsere neuere aus Rädern zusammengesetzten Uhren nur sehr unvollkommene Werkzeuge sind, so verstehe ich hier blos die letztern, welche man zum Unterschied auch Uhrwerke nennt. Man theilet sie in Federuhren und Uhren mit Gewichten ein, in jenen sind gewundne Federn, welche sich vermöge ihrer Elastizität wieder aufzuwinden streben, in diesen Gewichte, welche vermittelst der Schnüre um eine Walze gewunden werden, und indem sie vermöge ihrer Schwere herabsinken, die Walze umdrehen, die bewegende Kräfte. Da die zusammen gewundenen Stahlfedern, bey einer beträchtlichen Kraft einen sehr kleinen Raum einnehmen, so bedienet man sich ihrer insbesondere bey den Taschen- und Tafeluhren, der Gewichte hingegen bey den größern Wanduhren. Die letztern heißen auch, wegen des seit Huyghens Zeiten, bey ihnen als Regulator angebrachten Pendels, Pendel- oder Perpendikeluhren.

Es ist unglaublich, wie weit es der menschliche Scharfsinn in dem künstlichen Bau der Uhrwerke gebracht hat. Hier können nur die ersten Begriffe von den einfachsten Maschinen dieser Art beygebracht werden.

120) Fig. 55. stellt die Hauptheile einer gewöhnlichen Taschenuhr nach einem etwas vergrößerten Maaßstab vor.

A bezeichnet einen hohlen messingnen Cylinder die Trommel genannt, in demselben liegt, als die erste bewegende Kraft der Uhr, eine mehrmals in sich selbst gewundene Stahlfeder verborgen. Die Feder ist mit einem Ende an der Axe mit dem andern an der innern Seitenfläche der Trommel befestiget. An der äußern Seite der Trommel ist eine feine stählerne Kette eingehakt, und mehrmals um die Trommel gewunden, sie geht von da nach der Schnecke B, einem abgestutzten Kegel von Messing, in dessen Seitenfläche spiralförmig gewundene Gänge eingedreht sind, in die sich die Kette bey ihrer Abwickelung von der Trommel einlegt. Der eine Zapfen von der Axe der Schnecke lauft verlängert durch das Gehäus der Uhr; auf ihn wird beym Aufziehen der Uhr der Schlüssel gesteckt, und indem die Schnecke 5 — 6mal herumgedreht wird, die Kette von der Trommel ab auf die Schnecke gewunden. Hierdurch wird zugleich die Trommel umgedreht, und die in ihr liegende Feder stärker gespannt, welche sich nun vermöge ihrer Elastizität wieder abzuspannen, und die Trommel und Schnecke nach der entgegengesetzten Richtung umzudrehen strebt. Anfänglich verrichtet sie dieß mit stärkerer, gegen das Ende ihrer Abspannung aber mit schwächerer Kraft, und die hervorgebrachte Bewegung würde sehr ungleichförmig seyn, wenn nicht die Schnecke der auf sie wirkenden Kette, in demselben Maaß, wie die Kraft der Feder abnimmt, einen grössern Hebelarm darböte. Durch die Schnecke wird das übrige Uhrwerk folgendermaßen in Umlauf gebracht. Der Umfang der Grundfläche der Schnecke ist wie ein Sperrrad eingeschnitten, in die Zähne dieses Sperrrades greift ein auf dem Schneckenrad C befestigter Sperrkegel (Sperrhaken), und macht, daß das Schneckenrad sich zugleich mit der Schnecke umdrehen muß.

Beym Aufziehen der Uhr, wo die Schnecke nach der entgegengesetzten Richtung umgedreht wird, gleitet der Sperrhaken über die Zähne des Sperrrades hinweg, ohne daß dadurch das Schneckenrad und übrige Uhrwerk in Bewegung gebracht würde. Das Schneckenrad greift in den Trieb D des großen Mittel- oder Bodenrades, dieses in den Trieb des kleinen Mittelrades E, das kleine Mittelrad greift in den Trieb des Kronrades F, das Kronrad greift endlich in den horizontalliegenden Trieb des verticalen Steigrades G. Hier ist der Regulator angebracht, ohne welche kein gleichförmiger Gang der Uhr Statt finden würde, denn wenn gleich die Schnecke dazu dienet, daß die Feder das Uhrwerk immer mit gleicher Kraft treibt, so würde doch die fortdaurend wirkende Kraft der Feder nach und nach eine beschleunigte Bewegung hervorbringen, wenn nicht ein Hinderniß da wäre, welches die Geschwindigkeit des letzten Rades in jedem Augenblick hemmte, dieß thut der Regulator. Dicht vor der Mitte des Steigrades steht eine kleine verticale stählerne Welle, die Spindel genannt, an welcher zwey kleine Lappen unter einem Winkel von 100 — 120° so befestiget sind, daß bald der eine bald der andere Lappen bey der Umdrehung der Spindel wechselsweise oben und unten in die Zähne des Steigrades eingreift. Oberhalb an der Spindel, wo dieselbe durch die hintere Platte des Uhrwerks hervorsteht, ist ein aus drey Armen und einem Ring von Messing bestehendes Schwungrädchen, die Unruhe genannt, an ihr befestiget. Wenn nun das Steigrad durch den Trieb der Feder umläuft, und bald ein oberer bald ein unterer Zahn desselben wieder in die Lappen der Spindel trifft, so muß es abwechselnd die Spindel und die daran befestigte Unruhe hin und hertreiben, und folglich in jedem Augenblick deren Trägheit überwinden. Um den Gang der Unruhe, und folglich der Uhr, noch gleichförmiger zu machen, hat man unter der Unruhe eine äußerst feine Stahlfeder, die Spirale, so anbracht,

daß sie mit ihrem einen Ende bey i Fig. 57. an der Spindel, mit dem andern aber an einem auf der untern Uhrplatte befindlichen Klöbchen k befestiget ist. Indem sich die Unruhe hin und her dreht, wird die Spirale auf- und zugewunden, und geräth dadurch in Schwingungen, welche nach den Gesetzen der Elasticität gewundener Federn gleichzeitig sind, und desto schneller auf einander folgen, je kürzer die Länge der schwingenden Feder ist. Hierdurch hat man zugleich ein Mittel erhalten, den Gang des Uhrwerks zu beschleunigen oder zu verzögern.

Es liegt nämlich zur Seite der Unruhe ein kleiner gezähnter Bogen lm, der Rücker genannt, dieser packt bey o die Spirale mittelst einer kleinen Zange, so daß die Länge des schwingenden Theiles der Spirale nur von o bis i gerechnet werden darf, in den Bogen lm greift ein kleines Rädchen, dessen Axe vermittelst des Uhrschlüssels auf der hintern Platte der Uhr herumgedrehet werden kann. Dreht man das Rädchen n rechts herum, so wird dadurch die Zange o zurückgeschoben und der Gang der Uhr beschleunigt, verzögert, wenn man das Rädchen links dreht. Fig. 56. zeigt die Unruhe, nebst der Spirale und Spindel, in einer perspectivischen Zeichnung, von unten angesehen. ab ist die Spindel, g, h sind ihre Lappen, ff die Spirale, bey i an der Spindel, bey k an der Platte befestiget, dec die Unruhe.

121) Die Berechnung einer Taschenuhr, oder die Einrichtung zwischen Zahn und Getriebe, läßt sich zwar auf mancherley Art abändern, indessen thut man wohl, sich an die durch Erfahrung erprobten Verhältnisse zu halten.

Ich theile hier eine der gewöhnlichsten Berechnungen mit.

Wenn die Schnecke durch gehörige Auswahl und Regulirung der Feder in 4 Stunden einmal herumkommt, so gebe man

dem Schneckenrad	48	Zähne
Trieb des Bodenrads	12	
Bodenrad	54	
dem Trieb des Mittelrades	6	
Mittelrad	48	
Trieb des Kronrades	6	
Kronrad	48	
Trieb des Steigrades	6	
Steigrad	15	

Dieß giebt für die Zeit des Umlaufs			Zahl der Umläufe.
Schneckenrad	4	Stunden	1
Bodenrad	1	Stunde	4
Mittelrad	$6\frac{2}{3}$	Minute	36
Kronrad	50	Secunden	288
Steigrad	$6\frac{1}{4}$	Secunde	2304

Das Steigrad kommt in $6\frac{1}{4}$ Secunden einmal herum, und macht 2304 Umläufe bis das Schneckenrad einen Umlauf vollendet; da jeder Zahn am Steigrad während seines Umlaufs zweymal in die Lappen der Spindel eingreift, so macht die Unruhe in $6\frac{1}{4}$ Secunden 30 Schwingungen oder in 10 Secunden 48, in einer Minute 288, und in einer Stunde 17280 Schwingungen. Die Räder, welche zur Bewegung der Zeiger dienen, liegen zwischen der obern Platte des Uhrwerks und dem Zifferblatt verdeckt, sie heißen das Vorlegewerk der Uhr. Bey der angegebenen Berechnung kommt das große Mittel- oder Bodenrad in einer Stunde einmal herum, es kann daher das Minutenrad abgeben, wenn seine Welle über das Zifferblatt verlängert, und auf dieselbe der Minutenzeiger mittelst eines besondern Rohres gedrang aufgeschoben wird. Zur Bewegung des Stundenzeigers dienet folgende Einrichtung.

Ueber das Rohr des Minutenzeigers ist ein zwentes Rohr mit einem Trieb L Fig. 55. von 12 Zähnen ge-

schoben, der Trieb greift in ein Wechselrad M von 36 Zähnen, an dessen Welle ein Trieb N von 10 Stäben sitzt, der in das Stundenrad O von 40 Zähnen eingreift. Das Stundenrad sitzt an einem Rohr, welches lose über das Rohr des Minutenzeigers geschoben ist, und den Stundenzeiger trägt.

Die Einrichtung gewähret den Vortheil, daß man die Zeiger stellen kann, ohne dadurch den Gang des Uhrwerks in Unordnung zu bringen.

122) Anmerkung. Soll die Uhr zugleich Secunden weisen, so verlängere man die Welle des Kronrades, und befestige auf dieselbe den Secundenzeiger, vorausgesetzt, daß die Einrichtung des Uhrwerks so getroffen ist, daß das Kronrad in einer Minute einmal herumkommt. Hiernach müßte die (121) angegebene Berechnung etwa so abgeändert werden,

Minutenrad	—	—	—	—	60	Zähne
Trieb des Mittelrads		—	—	—	6	—
Mittelrad	—	—	—	—	48	—
Trieb des Kronrads		—	—	—	8	—

übrigens kann alles ungeändert bleiben. Die Zeit, wie lange die Uhr in einem Aufzug fortgeht, hängt, wenn die Zeit des Umlaufs der Schnecke bestimmt ist, von der Anzahl der Windungen der Kette um die Schnecke ab. Sollte die Uhr bey der obigen Einrichtung 24 Stunden gehen, so müßte die Kette, wenn die Uhr frisch aufgezogen ist, 6 Windungen um die Schnecke machen.

123) Anmerkung. Der gleichförmige und richtige Gang einer Taschenuhr hängt vorzüglich von drey Umständen ab 1) von der richtigen Abgleichung der Schnecke gegen die Kraft der Feder, 2) von dem richtigen Verhältniß der bewegenden Kraft der Feder gegen den Regulator, und 3) von der Gleichförmigkeit der Anreibung der einzelnen Räder, Getriebe und Zapfen der Uhr.

Es würde mich hier zu weit führen, wenn ich die größtentheils auf Erfahrung gegründeten Mittel erzählen wollte, deren sich die Uhrmacher bedienen, um jene Bedingungen für den richtigen Bau einer Uhr zu erhalten, zumal da die Beschreibung ohne hinlängliche Kenntniß der zur Verfertigung der Uhren nöthigen Werkzeuge undeutlich seyn würde.

Ich verweise deßfalls auf Sprengels Handwerke und Künste VII und VIIIte Sammlung, wo man unter den Abschnitten vom Groß- und Kleinuhrmacher einen kurzen, aber hinlänglich deutlichen Unterricht über den Bau und die Zusammensetzung der Uhren findet. Vollständigere Belehrung über die Theorie sowohl als Praxis der gesammten Uhrmacherkunst geben die beyden Werke von Berthoud Essai sur l'horlogerie, Paris 1763. und Traité des horloges marines, Paris 1773. wozu als Supplement sein Werk sur la Mesure du tems, Par. 1787. anzusehen ist. Da die nur genannten Werke in Deutschland ziemlich selten zu haben sind, so hat sich Hr. Geisler verdient gemacht, daß er sie größtentheils übersetzt in seinem Lehrbegriff der Uhrmacherkunst Leipzig 1793. und f. geliefert hat, welches Buch überdieß Auszüge aus den besten englischen und deutschen Werken über Uhren enthält. Hier noch einige allgemeine Bemerkungen, die Theorie der Taschenuhren betreffend. Das richtige Verhältniß der bewegenden Kraft der Feder gegen den Regulator würde sich bey jeder Uhr nach folgendem Grundsatz berechnen lassen: der Widerstand der Trägheit der Unruhe muß so groß seyn, daß die von der Feder herrührende Kraft am Umfang des Kronrades, nach Abzug der Reibung, verbunden mit der Kraft der Spiralfeder, der Unruhe gerade die Beschleunigung giebt, welche sie nach der Berechnung des Uhrwerks annehmen muß. Hiernach ließ sich die Größe und Schwere der Unruhe berechnen. Da man indessen die Kraft der Feder selbst nur durch Versuche genau bestimmen kann, so pflegt man eben diesen Weg bey Bestimmung des Gewichtes der Unruhe einzuschlagen; man macht sie anfänglich schwerer, und nimmt so lange ab, bis sie die verlangten Schwingungen giebt. Uebrigens kann der Gang einer Uhr desto genauer reguliret werden, je größer und schwerer die Unruhe bey einer verhältnißmäßigen bewegenden Kraft ist. Da bey Taschenuhren, wegen des kleinen Raums, den sie einnehmen sollen, die bewegende Kraft nur gering ist, so darf auch das Gewicht der Unruhe gewisse Gränzen nicht überschreiten. Indessen bleibt doch ein kleiner Spielraum zu Veränderungen übrig, wenn man gleich die bewegende Kraft der Uhr als unveränderlich betrachtet. Man könnte nämlich die Berechnung des Uhrwerks verändern, die Spindel in derselben Zeit weniger Schwingungen machen lassen, und ihr dagegen eine schwerere Unruhe geben. Es

fragt sich, welches ist der bessere Regulator für Taschenuhren, eine schwerere Unruhe die weniger, oder eine leichtere die mehrere Schwingungen in derselben Zeit macht? Berthoud erkläret sich für die letztere aus folgenden Gründen: 1) eine schwerere Unruhe giebt mehr Reibung und Gelegenheit zum Auslaufen der Zapfenlöcher, auch brechen die Zapfen bey einem geringen Stoß leicht ab; 2) zufällige Aenderungen in der Größe der Reibung haben einen stärkern Einfluß auf den langsamern Gang einer schwereren Unruhe, als auf den schnellern Gang einer leichtern Unruhe; 3) werden die schnellern Vibrationen einer leichtern Unruhe durch die Bewegung und Stöße, welche die Uhr beym Tragen in der Tasche erhält, weniger in Unordnung gebracht. Berthoud schreibt nach diesen Grundsätzen als die kleinste Zahl von Vibrationen der Unruhe in einer Stunde bey gewöhnlichen Taschenuhren 15600, bey Secundentaschenuhren 14400 vor. Hieraus giebt er folgende Berechnung an

gewöhnliche	Taschenuhr. Zähne	Secundenuhr. Zähne
{ Schneckenrad	54	54
{ Trieb	12	12
{ Minutenrad	60	60
{ Trieb	6	8
{ Mittelrad	48	48
{ Trieb	6	6
{ Kronrad	45	48
{ Trieb	6	6
Steigrad	13	15

Der Unruhe giebt er ein Gewicht von 7 Gran, und einen Durchmesser von 10 Linien, wenn die bewegende Kraft der Feder in einer Entfernung von 4 Zoll vom Mittelpunct der Schnecke an dem Abgleichungsstab 6 Quentchen beträgt.

Das von der Reibung entstehende Hinderniß bey Taschenuhren rühret theils von dem wirklichen Anreiben der in einander greifenden Theilchen, theils von der Klebrigkeit des in die Zapfenlöcher gebrachten Oels her. Der zuletzt genannte Widerstand ist nach den verschiedenen Graden der Flüssigkeit des Oels, bey verschiedenen Temperaturen, veränderlich, in der Wärme geringer, in der Kälte größer.

Indessen wird die von dem Widerstand des Oeles herrührende Ungleichförmigkeit der Bewegung wo nicht ganz, doch größtentheils, durch einen entgegengesetzten Einfluß der Wärme auf die Feder und Spirale aufgehoben. Beyde werden nämlich durch die Wärme ausgedehnt, und von der Kälte zusammengezogen, dieß vermehret, jenes vermindert ihre Kraft; die Uhr würde wegen der Ausdehnung der Federn in der Kälte schneller, in der Wärme langsamer gehen, indeß die verschiedene Beschaffenheit des Oeles gerade den umgekehrten Gang erzeugen würde. Sind nun die entgegengesetzten Störungen gleich, so heben sie sich auf, und der Gang der Uhr bleibt gleichförmig. Man darf indessen von einer Taschenuhr den gleichförmigen Gang nicht erwarten, welcher durch eine gut eingerichtete Pendeluhr erhalten werden kann, wovon jetzt eine kurze Beschreibung folgen soll.

124) Bey einer Pendeluhr hat man vorzüglich auf drey Dinge zu sehen: 1) auf die Anbringung des Gewichtes als bewegende Kraft, 2) des Pendels als Regulator, und 3) die Einrichtung des Räderwerks zur Bewegung der Zeiger.

Das Gewicht hängt an einer Schnur, welche um eine Walze a Fig. 58. geschlagen ist, auf deren Oberfläche zuweilen kleine Stifte eingesteckt, oder Gänge eingedreht sind, damit die Schnur, welche, wenn die Uhr frisch aufgezogen ist, mehrere Windungen um die Walze macht, sich nicht über-, sondern neben einander legt. An der Grundfläche der Walze ist ein Sperrrad befestiget, in dessen Zähne ein auf dem Walzenrad b befestigter Sperrkegel eingreift, wodurch das Walzenrad mit der Walze, in dem das Gewicht heruntersinkt, umgedreht wird, aber stehen bleibt, wenn die Walze beym Aufziehen der Uhr nach entgegengesetzter Richtung umgedreht wird. Soll die Uhr 24 Stunden unaufgezogen fortgehen, so sind nur drey Räder im Gehwerk, das Walzenrad von 80 Zähnen greift in ein 10 stöckiges Getriebe c des Mittelrades d von 60 Zähnen, und dieß greift in ein 8 stöckigtes Getriebe e des Steigrades f von 30 Zähnen.

Hier wird der Regulator auf folgende Weise angebracht. Ueber dem Steigrad befindet sich ein Bogen g Fig. 59.*, welcher sich zu beyden Seiten in einen Haken endigt, der doppelte englische Haken genannt. Er ist an einer metallenen Stange kl befestiget, die durch das Gehäuse geht, ausserhalb demselben umgebogen ist, und an ihrem gabelförmigen Ende bey m das Pendel no trägt. Hierdurch schwingt sich der englische Haken mit dem Pendel hin und her, und greift wechselsweise bald auf der einen, bald auf der andern Seite in die besonders gestalteten Zähne des Steigrades ein, welches sonst vermöge der Schwere des sinkenden Gewichts mit beschleunigter Bewegung umlaufen würde.

Wenn nun das Pendel die Länge des Secundenpendels (Mechan. 39.) hat, so wird das Steigrad, da jeder Zahn desselben zweymal von dem Haken des Pendels angehalten wird, einen Umlauf binnen 60 Pendelschlägen, das ist, während einer Minute, verrichten. Hiernach kommen vermöge der angegebenen Berechnung der Uhr $7\frac{1}{2}$ Minuten auf den Umlauf des Mittelrades, $8 \cdot 7\frac{1}{2}$ Minuten oder 1 Stunde auf einen Umlauf des Walzenrades, und die Schnur muß bey aufgezogenem Gewicht 24 Umgänge um die Walze machen.

Die durch das Zifferblatt der Uhr verlängerte Axe des Walzenrades kann bey dieser Einrichtung unmittelbar den Minutenzeiger führen.

Zur Bewegung des Stundenzeigers kann an der Axe des Walzenrades hinter dem Zifferblatt ein Rad p von 30 Zähnen befestiget seyn, das in ein Wechselrad q von gleich viel Zähnen eingreift, das Wechselrad führet einen Trieb r von 6 Zähnen, der das Stundenrad s von 72 Zähnen umtreibt. Das Stundenrad trägt den Stundenzeiger an einem Rohr, welches lose auf die Axe des Walzenrades gesteckt ist. Verlängert man die Welle des Steigrades f, so kann dieselbe den Secundenzeiger h in einem besondern Kreis des Zifferblattes herumführen.

125) Eine Pendeluhr, welche 8 Tage in einem Aufzug gehen soll, muß 4 Räder, eine, welche 4 Wochen gehen soll, 5 Räder, ohne die Räder des Vorlegewerks, welche unverändert bleiben, erhalten. Man nennt solche Uhren übersetzte Werke, sie erfordern wegen der größern Reibung mehr Gewicht zu ihrer Bewegung. Das Folgende zeigt die Berechnung für eine 8 Tage=Uhr:

Boden= oder Walzenrad	96	Zähne Umlaufszeit	12 Stunden
Trieb	8		
Minutenrad	64	—	1 Stunde
Trieb	8		
Mittelrad	60	—	$7\frac{1}{2}$ Minuten
Trieb	8		
Steigrad	30	—	1 Minute

Das Pendel thut in einer Minute 2 . 30 Schläge.

Man kann den Gang einer durch Gewichte bewegten Uhr auch, ohne das Räderwerk zu vermehren, verlängern, wenn man die Schnur des Gewichtes öfterer um die Walze gehen lässet. Damit das Gewicht keinen zu großen Fallraum braucht, pflegt man es mittelst einer oder mehrerer beweglichen Rollen so aufzuhängen, daß das eine Ende der Schnur um die Walze geschlagen, das andere aber an dem Uhrgehäuse befestiget wird. Eine Rolle verdoppelt den Gang der Uhr und zugleich das Gewicht, weil dieß jetzt nur mit seiner halben Kraft auf die Umdrehung der Walze wirkt. Zwey Rollen vervierfachen den Gang der Uhr und die Schwere des Gewichts u. s. w. nach dem Gewicht des Potenzen=Flaschenzugs.

126) Soll eine Pendeluhr ausser der Bewegung der Zeiger die Zeit durch Anschlagen einer Glocke angeben, so muß die Uhr noch mit einem besondern Schlagwerk versehen werden. Es ist ein von dem Gehewerk abgesondertes Uhrwerk, welches nur dann von einem Gewichte in Bewegung gesetzt wird, wann die Uhr schlagen

soll. Die Einrichtung eines gemeinen Schlagwerks einer Uhr, die 24 Stunden geht, mag Fig. 59. erläutern.

A bezeichnet das Bodenrad, welches mit der Walze B auf ähnliche Weise, wie bey dem Gehewerk, verbunden ist; auf der rechten Seitenfläche desselben sind kleine Stifte a, b, c, d, die Hebenägel genannt, befestigt, welche bey dem Umlauf des Rades die Feder PS des Hammerzugs ergreifen, und dadurch den Hammer o von der Glocke U entfernen, der aber alsbald durch die Wirkung einer starken Feder T zurückfähret und wider die Glocke schlägt. Das Hebenägelrad greift in das Getriebe des Mittelrades F, hier das Herzrad genannt, dies greift in das Getriebe des obersten oder Anschlagerades I, welches endlich den Trieb K des Windfangs LM umtreibt. Der Windfang ist ein kleines Rechteck von Messingblech, welches bey seinem schnellen Umlauf durch den Widerstand der Luft dem Schlagwerk zum Regulator dienet. Die Berechnung des Schlagewerks muß so eingerichtet werden, daß es eben so lange in einem Aufzug geht, als das Gehewerk.

Da die Zahl der Schläge, welche der Hammer in 12 Stunden verrichtet $= 78$, folglich in 24 Stunden $= 2 \cdot 78 = 256$ ist, so gebe man dem Bodenrad, wenn es in 24 Stunden 12mal herumkommen soll, $\frac{256}{12} = 13$ Hebenägel. Damit die Zwischenzeiten der Schläge gleichförmig ausfallen, rechne man auf jeden Schlag einen Umlauf des Herzrades, das also 13mal schneller als das Bodenrad umlaufen muß, giebt man diesem 78 Zähne, so erhält der Trieb des Herzrades 6 Zähne. Die Berechnung der obern Räder ist willkührlich, man kann dem Herzrad 60 Zähne
dem Trieb des Anschlagrads 6
dem Anschlagrad 48
dem Trieb des Windfangs 6
geben, so macht der Windfang $13 \cdot 80 = 1040$ Umläufe bis das Hebenagelrad einmal herumkommt. Damit

mit nun das Schlagwerk zur bestimmten Zeit (etwa alle Stunde) die gehörige Anzahl von Schlägen thue, ist folgende Vorrichtung getroffen. An der verlängerten Welle des Hebenägelrades steckt ein Trieb von 13 Zähnen, welcher ausserhalb dem Gehäuse der Uhr in das Schloßrad von 78 Zähnen greift, das also in 24 Stunden zweymal oder in 12 Stunden einmal herumkommt. An der Welle des Schloßrades ist die Schlagscheibe Fig. 60 befestiget, eine kreisförmige Scheibe von Metall, in deren Umfang 12 oder eigentlich nur 11 Kerben eingeschnitten sind, die zwölfte und erste Kerbe liegen dicht neben einander, und bilden eine Kerbe von einer doppelten Breite. Die Zwischenweiten der Kerben verhalten sich wie die Zahlen von 1 bis 11. In die Kerben fällt, wenn das Schlagwerk stille stehen soll, ein Arm mit einem Haken. Soll nach Verlauf einer Stunde das Schlagwerk gehen, so hebt ein Stift im Minutenrad des Vorlegewerks die Auflösung, welche hinwiederum den Arm mit dem Haken aus dem Schlagrad hebt, und die Uhr thut, indem sich das Schlagrad umdreht, so viel Schläge, bis der Haken in die nächste Kerbe des Schlagrades einfällt. Gesetzt er sey aus der 11ten Kerbe ausgehoben worden, so thut die Uhr 12 Schläge bis der Haken in die Kerbe 12 einfällt. Da aber hier eine Kerbe von einer doppelten Breite ist, so muß noch eine besondere Hemmung da seyn, welche den Haken in der Stelle 12 festhält; dieß thut die an der Welle des Herzrades befestigte Herzscheibe, ein mit einer Kerbe versehenes ovales Scheibchen, das bey jedem Schlag der Uhr einen Umlauf verrichtet, und dessen Kerbe zugleich mit der Kerbe des Schlagrades von dem Einfallshaken ergriffen wird. Wenn bey der folgenden Stunde die Auflösung den Haken abermals hebt, so thut die Uhr einen Schlag, und der Haken fällt in der breiten Kerbe bey 1 nieder.

Alles dieß wird viel deutlicher werden, wenn man eine gewöhnliche Thurm- oder Wandschlaguhr betrachtet. Künstlichere Schlagwerke, wie die Repetiruhren

enthalten, lassen sich noch weniger durch bloße Beschreibung erklären.

127) Der gleichförmige und genaue Gang der Pendeluhren beruht ausser der vollkommenen Ausarbeitung der einzelnen Theile, vorzüglich auf den gleichzeitigen Schwingungen und der richtigen Abgleichung des Pendels. Da nun ein längeres Pendel langsamer, ein kürzeres schneller schwingt, so kann man durch Verlängerung oder Verkürzung des Pendels den Gang der Uhr reguliren; und um dieß mit Bequemlichkeit bewerkstelligen zu können, wird das schwere linsenförmige Gewicht an der Pendelstange durch eine Schraube festgehalten, durch deren Umdrehung die Linse erhöht oder vertieft werden kann. Je einfacher das Uhrwerk ist, desto weniger Reibung findet Statt, und desto genauer und Vollkommener können die einzelnen Theile ausgearbeitet werden.

Man läßt daher bey astronomischen Uhren, die unter allen den gleichförmigsten Gang halten müssen, das Schlagwerk ganz weg, und behält nur das Gehewerk bey. Das Aufziehen stöhret den Gang einer Uhr, und bey astronomischen Uhren muß man versichert seyn, daß sie ihren Gang zwischen zwey oder mehr auf einander folgenden Beobachtungen unverrückt behalten haben, daher müssen solche Uhren wenigstens 4 Wochen, besser mehrere Monate, in einem Aufzug fortgehen, sie erhalten übersetzte Werke und schwere Gewichte zu ihrer Bewegung. Die Ungleichförmigkeiten wegen des veränderlichen Widerstandes des Oeles zu vermeiden, läßt man dasselbe ganz weg, und arbeitet die Zapfen und Räder so vollkommen aus, daß die Reibung ohne Oel sehr gering wird. Besonders verwendet man auf den Eingriff des englischen Hakens und die Aufhängung des Pendels alle Sorgfalt, damit die Reibung den gleichzeitigen Schwung des Pendels so wenig wie möglich stöhre. Da ferner die bewegende Kraft des Pendels,

folglich auch seine Kraft, den Gang der Uhr gleichförmig zu erhalten, desto größer ist, je schwerer die Masse des Pendels ist, so wählet man zu den astronomischen Penduhren, je nachdem sie kürzere oder längere Zeit in einem Aufzug gehen sollen, Linsen von 15 — 25 Pf. Gewicht; wodurch man zugleich den Vortheil erhält, daß der Widerstand der Luft mindern Einfluß auf die Bewegung des Pendels hat. Indessen wird, aller dieser Vorsichtsmaaßregeln ungeachtet, das Pendel, theils wegen des veränderlichen Widerstandes der Luft, theils wegen der durch die Reibung verlohren gegangenen Bewegung, nicht immer gleich große Oscillationen machen. Die dadurch entstehenden Aenderungen in den Schwingungszeiten des Pendels lassen sich nach Mechan. (39) berechnen, wenn die Schwingungsbögen gegeben sind: man bringt daher unter der Pendelstange, die sich in eine Spitze endiget, einen in Graden getheilten Kreisbogen, welcher mit der Länge des Pendels, vom Aufhängungspunct an gerechnet, als Halbmesser beschrieben ist, an.

128) Die Wärme dehnt die Pendelstange aus, die Kälte zieht sie zusammen, daher geht eine Pendeluhr, wenn sie übrigens auch noch so vollkommen ist, in der Kälte schneller in der Wärme langsamer. Dieß zu verhindern, bringt man besondere Vorrichtungen an, wodurch der Einfluß der Temperatur auf das Pendel aufgehoben wird. Eine solche Einrichtung heißt die Compensation wegen der Wärme und Kälte. Hier genügt es die Möglichkeit derselben an einem Beyspiel zu zeigen. a b c d Fig. 61. sey ein aus gleichen Stäben und Querstücken verfertigter Rahmen von Stahl, an dessen obern Querstück a b die Schneide A befestiget ist, vermittelst welcher das Pendel, wie ein Wagebalken, aufgehängt wird, das untere Querstück d c trage einen messingenen Stab B B', an dem irgendwo in G der Mittelpunct der Linse befestiget sey: so erhellet, daß wegen

der ungleichstarken Ausdehnung des Messings und Stahls durch die Wärme, das Verhältniß von ad : BG so getroffen werden kann, daß der Punct G durch die Verlängerung des Stabes BG eben so viel gehoben wird, als er durch die Verlängerung der Stäbe ad, bc vertieft wird. In diesem Fall bleibt die eigentliche Länge des Pendels AG bey jeder Temperatur unveränderlich, und die Schwingungen des Pendels sind gleichzeitig. Man nennt solche Pendel, von ihrer Gestalt, rostförmige, es sind derselben in neuern Zeiten vielerley Arten erdacht worden. Eine äußerst einfache Art der Compensation für Wärme und Kälte am Pendel stellt Fig. 62. vor. Eine stählerne Stange CD von gleicher Länge und Abmessungen mit der Pendelstange KG wird unten bey D auf eine eben abgeschliffene Marmorplatte, welche in die Wand eingemauert ist, aufgesetzt, und durch die messingenen Klammern 1, 2, 3, 4 (die jedoch die Ausdehnung der Stange durch die Wärme nicht hindern) genau in einer lothrechten Lage erhalten, oben bey C ist die Stange rechtwinklicht umgebogen, und trägt bey K die Pendelstange KD, entweder nach Huyghens Methode vermittelst einer kurzen elastischen Stahlfeder, oder besser, vermittelst zweyer achatnen Pfannen, auf welcher die Schneide der Pendelstange ruht. Wird nun durch Verlängerung der Stange DC der Schwingungspunct erhoben, so wird er durch Verlängerung der Pendelstange KG eben so viel vertieft und bleibt daher unveränderlich an seiner Stelle. Die sehr einfache Einrichtung hat vor den rostförmigen, aus verschiednen Metallen zusammengesetzten Pendeln noch den Vorzug, daß die Pendel- und Compensationsstange die Aenderungen der Temperatur gleich schnell annehmen. Ueberdieß gewähret diese Art der Aufhängung des Pendels den Vortheil, daß es von den Erschütterungen, welche etwa die auf dem Boden stehende Uhr erleidet, nicht afficiret wird. Der Eingriff des an der Welle KL befestigten Hakens in das Steigrad der Uhr kann übrigens

auf die gewöhnliche Art eingerichtet seyn, wenn das Steigrad ausserhalb der hintern Uhrplatte I umläuft. Man sehe Buschendorfs Aufsatz im May-Stück 1798. des Journals für Fabrik und Handlung.

129) Anmerkung. So vollkommene Werkzeuge unsere jetzigen astronomischen Pendeluhren, besonders durch die Bemühungen der englischen und französischen Künstler, geworden sind, so geben sie doch nur alsdann ein genaues und unveränderliches Zeitmaaß ab, wann sie unbeweglich an einem Orte stehen, taugen aber nichts mehr, wann man sie als transportable Uhren zu Wasser oder zu Land gebrauchen wollte. Denn durch Schwankungen, welche die Uhren, besonders zu Schiff, erleiden, würden die Bewegungen des Pendels völlig gestöhret werden, auch würde, wenn man sich bey weiten Seereisen dem Aequator näherte, oder von ihm entfernte, die Schwerkraft des Pendels ab- und zunehmen, folglich das Pendel im ersten Falle langsamer, im andern schneller schwingen (Mechan. 42.). Demungeachtet war es für die Schiffahrt und Geographie äusserst wichtig, transportable Uhren zu erfinden, welche lange Zeit hindurch einen eben so genauen und unveränderlichen Gang, als die astronomischen Pendeluhren zeigten. Man hat sie wegen des Gebrauchs, den man zur Erfindung der Meereslänge von ihnen machen kann, See- oder Längenuhren, auch Zeithalter genannt. Die Engländer und Franzosen, insbesondere die ersten, haben von Zeit zu Zeit große Belohnungen auf die Erfindung und Verbesserung vollkommner Seeuhren gesetzt, und dem englischen Künstler Harrison verdankt man die Erfindung der ersten Seeuhr, welche an Vollkommenheit einer astronomischen Pendeluhr gleich kam. Seit der Zeit haben es die Engländer in der vollkommnern Verfertigung der Längenuhren immer weiter gebracht, und zugleich bey der Bauart derselben auf mehrere Bequemlichkeit gesehen. Jetzt verfertigen die Herrn Emery und Mudge, unter dem Namen Chronometer, eine Art großer Taschenuhren, die wahre astromische Zeithalter, und zu geographischen Ortsbestimmungen zu Lande sowohl, als zur See gleich bequem sind. Man sehe v. Zach de vera latitudine et longitudine geographica Erfordiae, Erf. 1790. Die allgemeinen Grundsätze, wornach die Seeuhren gebauet werden, sind kürzlich folgende.

1) Möglichste Verminderung und Gleichförmigkeit der Reibung durch die vollkommenste Ausarbeitung aller einzelnen Theile.

2) Entfernung alles Oeles, und des davon herrührenden schädlichen Einflusses auf den gleichförmigen Gang der Uhr.

3) Verstärkung der Kraft des Regulators, der wie bey den gewöhnlichen Taschenuhren aus einer Unruhe und Spiralfeder besteht.

4) Compensation wegen des Einflusses der Wärme auf den Regulator und die Feder der Uhr. Wer sich genauer über diese Grundsätze und die Art ihrer Ausführung unterrichten will, den verweise ich auf Hrn Berthoud's Theorie der See- und Längenuhren übersetzt in Geißler's Uhrmacher 7. Theil. Eine kurze Uebersicht einer bis jetzt fehlenden Geschichte der Uhrmacherkunst hat jüngst Herr J. H. M. Poppe unter dem Titel: „Versuch einer Geschichte der Entstehung und Fortschritte der theoretisch-practischen Uhrmacherkunst Göttingen bey Ruprecht 1797 geliefert.„ Auch enthält folgendes Werk eine deutliche Beschreibung und kurze historische Nachrichten von den verschiedenen Arten von Uhren. Friedr. Aug. Schmidt's Beitrag zur Zeitmeßkunst für Freunde und Liebhaber von Uhrwerken. Liegnitz und Leipzig bei David Siegert, 1797.

Nöthige Verbesserungen

zur zweyten Abtheilung des zweyten Theiles.

Seite 31. In dem Absatz: Wollte man die dabey vorkommenden Größen ꝛc. lese man: daß sich in dem Ausdruck für V nichts als die mit H multiplicirte Zahl ändert; z. B. für rheinländisches Maaß wird sie

$$478 \cdot \frac{1440}{1391} = 494,8$$

Seite 37. 38. In dem daselbst erwähnten Versuch sind die berechneten Strahlhöhen folgendermaaßen zu lesen, und zwar erstens die unreducirten

	a	b	c
für α = 3 Fuß —	3,6075 Zoll	2,405 Zoll	1,2025
α = 6 Fuß —	5,25 —	— 4,5 —	— 3,75

zweytens die reducirten

	a	b	c
für α = 3 Fuß	2,6154	1,743	0,8718
α = 6 Fuß	3,806	3,2	2,71

Obgleich nach dieser Verbesserung die berechneten reducirten Strahlhöhen mehr von den beobachteten abweichen, so ist doch ihr Verhältniß unter einander sehr nahe dasselbe, wie zwischen den beobachteten Strahlhöhen, und die aus dem Versuch gezogene Folge behält im Ganzen ihre Richtigkeit.

Neue Verlagsbücher
bey
Varrentrapp und Wenner.

Brentano (Dom. von) die heilige Schrift des neuen Testaments 3 Thle. 3te verm. verbesserte und mit 3 Kupfern versehene Auflage. gr. 8. Rthlr. 4. 12 ggr.

Encyclopädie (deutsche) oder allgemeines Realwörterbuch aller Künste und Wissenschaften; herausgeg. von einer Gesellsch. Gelehrten. 20r Bd. 4to. Ladenpreis Rthlr. 6. Prän. Pr. Rthlr. 4. 12 ggr.

Handbuch (genealogisches Reichs- u. Staats-) auf das Jahr 1799. 1r Bd. gr. 8.

Desselben 2r Band.

Höpfner (Dr. L. J. F.) theoretisch-praktischer Commentar über die Heineccischen Institutionen, nach deren neuesten Ausgabe, samt beigefügten Tabellen. 6te verb. u. sehr vermehrte Auflage, mit dem Bildniß des Verfassers. 4to. Rthlr. 4. 8 ggr.

Sammlung einiger sehr wichtigen Aktenstücke in der Rechtssache des Herrn Hofrichters, auch Land- u. Schatzraths von Berlepsch. gr. 8. geh. 8 ggr.

Schmidt (G. G.) Anfangsgründe der Mathematik. 2r Thl. 2e Abth. mit Kupfern. gr. 8. Rthlr. 1. 6 ggr.

Sömmerring (S. Th.) Tabulae Embryonum humanorum, c. 2. tab. aen. inc. et 2 Vign. iuncta Descript. fol. atlant. carta Velina bro. Rthlr. 5. 12 ggr.

—— Darstellung der menschlichen Sinnorgane, 1s Heft. Die Gesichtsorgane enthaltend, mit 15 zum Theil nach dem Leben ausgemahlten Kupfern. kl. Fol. Velinpapier

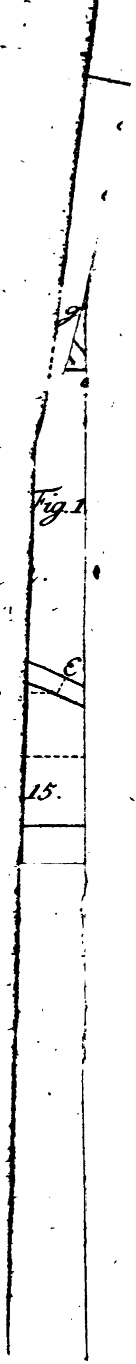
Stilling (H.) Scenen aus dem Geisterreiche. 1r Bd. 2e verm. u. verb. Aufl. 8.

Thom (G.) Erfahrungen und Bemerkungen aus der Arzney- Wundarzney- u. Entbindungswissenschaft, mit Kupf. gr. 8.

Vita Catharinae II. Russorum Imperatricis. 4maj. 6 ggr.

Wenk (H. B.) lateinische Sprachlehre, oder Grammatik für Schulen. 3e verb. u. verm. Ausg. gr. 8. 10 ggr.

Widerlegung der sogenannten Darstellung der Brandenburg- Anspach- und Bayreuthischen Staatsverhältnisse gegen den deutschen Orden 1796. nebst Acten u. urkundmässigen Anmerk. über dieselbe. Mit 149 Beilagen. fol. geh. Rthlr. 1.


g
Fig.1
c
15.